

高三理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $M = \{x \mid x^2 < 9\}$, $N = \{x \mid \sqrt{x} < 2\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{x \mid -3 < x < 4\}$ B. $\{x \mid -3 < x < 3\}$ C. $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x \mid 0 < x < 3\}$

2. 已知复数 z 满足 $z^2 = -2i$, 则 $|z| =$

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

3. 甲、乙两名射击运动员各射击 6 次的成绩如下：

甲 7 8 9 5 4 9

乙 7 8 a 8 7 7

则下列说法正确的是

- A. 若 $a=9$, 则甲射击成绩的中位数大于乙射击成绩的中位数
 B. 若 $a=8$, 则甲射击成绩的极差小于乙射击成绩的极差
 C. 若 $a=7$, 则乙比甲的平均成绩高, 乙比甲的成绩稳定
 D. 若 $a=7$, 则乙比甲的平均成绩高, 甲比乙的成绩稳定

4. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_4 a_5 = 3a_6$, $S_3 = 39$, 则 $a_4 =$

- A. 64 B. 81 C. 128 D. 192

5. 在区间 $[0, \pi]$ 上随机取一个数 x , 则事件“ $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ”的概率为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{2}$

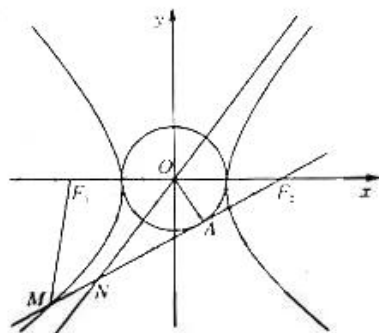
6. 中国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题：“某贾人擅营，月入益功疾（注：从第 2 个月开始，每月比前一月多入相同量的铜钱），第 3 月入 25 贯，全年（按 12 个月计）共入 510 贯”，则该人第 12 月营收贯数为

- A. 64 B. 66 C. 68



7. $(x+y)^6(2x-y^2)^3$ 的展开式中 x^5y^5 的系数为
 A. -30 B. -15 C. 15 D. 30
8. 设 $a = \frac{1}{2e}$, $b = \frac{\ln \pi}{2\pi}$, $c = \frac{\ln \sqrt{3}}{3}$, 则
 A. $b > c > a$ B. $b > a > c$ C. $a > b > c$ D. $a > c > b$
9. 在四面体 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \angle CBD = \frac{\pi}{2}$, $AD = 2\sqrt{3}$, $BC = \sqrt{2}$, E 为 CD 的中点, $\triangle ACE$ 为等边三角形, 则异面直线 AC 与 BE 所成角为 来源: 高三答案公众号
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$
10. 已知函数 $f(x) = 1 - 2\cos^2(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 T , 且 $\frac{\pi}{4} < T < \frac{2\pi}{3}$, 若 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 则 $f(\frac{\pi}{8}) =$
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

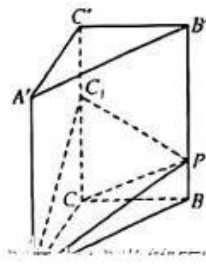
11. 如图, 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点, 过 F_2 作圆 $O: x^2 + y^2 = a^2$ 的切线 F_2A , 切点为 A , 且切线 F_2A 在第三象限与 C 及 C 的渐近线分别交于点 M, N , 则



- A. 直线 OA 与双曲线 C 有交点
 B. 若 $|MF_1| = 2b$, 则 $|AM| = 2a - b$
 C. 若 $|MF_2| = 4|AF_2|$, 则 C 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{3}{4}x$
 D. 若 $|NF_2| = 4|AF_2|$, 则 C 的离心率为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
12. 已知函数 $f(x), g(x)$ 都是定义在 \mathbf{R} 上的函数, $f(x-1)+2$ 是奇函数, $g(x-2)$ 是偶函数, 且 $f(x) - g(x-2) = 3, g(-2) = 1$, 则 $\sum_{k=1}^{2023} f(k) =$
 A. -4 052 B. -4 050 C. -1 012 D. -1 010

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 a, b 是单位向量, 且满足 $|2a+b| = -2\sqrt{3}a \cdot b$, 则 $a \cdot b =$ _____.
14. 已知抛物线 C 的顶点在原点, 对称轴为坐标轴, 且与直线 $y = x + 1$ 相切, 则抛物线 C 的一个方程是 _____.
15. 如图, 直三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, $AC \perp BC, AC = 2\sqrt{5}, BC = 4$, 棱柱的侧棱足够长, 点 P 在棱 BB' 上, 点 C_1 在 CC' 上, 且 $PA \perp PC_1$, 则当 $\triangle APC_1$ 的面积取最小值时, 三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的体积为 _____.
16. 已知函数 $f(x) = a^x - \log_x x$ ($0 < a < 1$) 有 3 个零点, 则实数 a 的取值范围为 _____.



三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, a+b=2c \cos B$.

(1)若 $A = \frac{3\pi}{4}$, 求 B ;

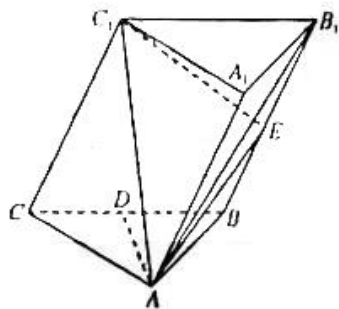
(2)若 $a=2, 2c=3b$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

如图, 棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 侧面 BCC_1B_1 为菱形, $\angle BCC_1 = 60^\circ$, 点 D, E 分别为 BC, B_1B 的中点, $AC_1 \perp AD$.

(1)求证: $AD \perp$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2)求二面角 $F-AC_1-B_1$ 的余弦值.



19. (12 分)

第 22 届世界杯足球赛在卡塔尔举办, 各地中学掀起足球热. 甲、乙两名同学进行足球点球比赛, 每人点球 3 次, 射进点球一次得 50 分, 否则得 0 分. 已知甲每次射进点球的概率为 $\frac{2}{3}$, 且每次是否射进点球互不影响; 乙第一次射进点球的概率为 $\frac{2}{3}$, 从第二次点球开始, 受心理因素影响, 若前一次射进点球, 则下一次射进点球的概率为 $\frac{3}{4}$, 若前一次没有射进点球, 则下一次射进点球的概率为 $\frac{1}{2}$.

(1)设甲 3 次点球的总得分为 X , 求 X 的概率分布列和数学期望;

(2)求乙总得分为 100 分的概率.

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $A(2, \sqrt{2})$, 且 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设直线 l 交 C 于不同于点 A 的 M, N 两点, 直线 AM, AN 的倾斜角分别为 α, β , 若 $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = -1$, 求

$\triangle AMN$ 面积的最大值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = ax^2 - \frac{b}{x} - \ln x$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x_1) = f(x_2)$, 当 $x_1 < a < b < x_2$ 时, 证明: $a(x_1 + x_2)^2 + b\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) > \frac{a+b}{a+2b}$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点 O 为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta + 1 = 0$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的普通方程; 来源: 高三答案公众号

(2) 若 l 与 C 交于 M, N 两点, 点 $P(-1, 1)$, 求 $\frac{1}{|PM|} + \frac{1}{|PN|}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |x-1| - |x+3|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 2$ 的解集;

(2) 设函数 $f(x)$ 的最大值为 M , 若 a, b, c 均为正数, 且 $abc = M$, 求 $(a+b)^2 + c^2$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

