哈三中 2022—2023 学年度
高三学年三模考试数学答案（校内）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	B	D	D	A	A	D	B	BD	AB	ABD	BCD

13. $\frac{3}{2}$　　14. 4

15. $\frac{15}{128}$　　16. $\frac{\sqrt{13}-1}{2}$

17.（1）由题可知：$a_1+2a_2+2^2a_3+\cdots+2^{n-1}a_n=n\cdot 2^n$ ①

当$n=1$时，$a_1=2$

当$n\geq 2$时，$a_1+2a_2+2^2a_3+\cdots+2^{n-2}a_{n-1}=(n-1)\cdot 2^{n-1}$ ②

由①-②得：$2^{n-1}a_n=n\cdot 2^n-(n-1)\cdot 2^{n-1}$

即$a_n=n+1(n\geq 2)$……………………………………………………3 分

检验$a_1=2$符合，$\therefore a_n=n+1$……………………………………………4 分

(2) $S_n=\frac{n(2+n+1)}{2}=\frac{n^2+3n}{2}$ $\therefore b_n=\frac{2S_n}{n}+2^{a_n}=n+3+2^{n+1}$

$$\therefore T_n=(4+5+6+\cdots+n+3)+(2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{n+1})=\frac{n^2+7n}{2}+2^{n+2}-4$$

18. （1）因为+

所以=(A+C)=+

所以=

因为不等于 0，所以 1=……………………………………4 分

所以 2-）=1 所以；……………………………………………5 分

（2）设内心为 I，圆与边 AB,BC,CA 分别切于 D,E,F，设$\angle DBI=\theta$

则……………………………………………8 分

(a+b+c)==+..................................10 分

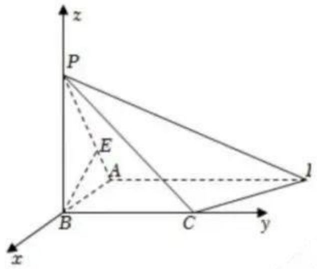
因为

所以≥(当时取等)..12 分

19. (1) $\because$ 平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$ 平面 $PAB\cap$ 平面 $ABCD=AB$　$BC\perp AB$　$BC\subset$ 平面 $ABCD$

$\therefore BC\perp$ 平面 PAB 且 $PB\subset$ 平面 PAB 故 $BC\perp PB$............................4 分

(2) $\because \Delta PAB$ 中 $PA^2=AB^2+PB^2$　$\therefore PB\perp AB$　以 B 为原点如图所示建系



$B(0,0,0)$ $A(-1,0,0)$ $C(0,2,0)$ $D(-1,3,0)$ $P(0,0,\sqrt{3})$..............................6 分

$\vec{AE}=\lambda\vec{AP}=(\lambda,0,\sqrt{3}\lambda)$ 其中 $\lambda\in[0,1]$ 则 $E(\lambda-1,0,\sqrt{3}\lambda)$........................7 分

取平面 PAB 法向量 $\vec{n_1}=(0,1,0)$　$\vec{CE}=(\lambda-1,-2,\sqrt{3}\lambda)$

$\sin\theta=\dfrac{\vec{n_1}\cdot\vec{CE}}{|\vec{n_1}|}=\dfrac{2}{\sqrt{(\lambda-1)^2+4+3\lambda^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ 解得 $\lambda=0$（舍）或 $\dfrac{1}{2}$ ....9 分

则 $E\left(-\dfrac{1}{2},0,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　$\vec{CE}=\left(-\dfrac{1}{2},-2,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　$\vec{CD}=(-1,1,0)$　$\vec{CP}=(0,-2,\sqrt{3})$

$\begin{cases}\vec{n_2}\cdot\vec{CD}=0\\ \vec{n_2}\cdot\vec{CP}=0\end{cases}$ 解得 $\vec{n_2}=(\sqrt{3},\sqrt{3},2)$...10 分

故 $d=\dfrac{|\vec{CE}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_2}|}=\dfrac{3\sqrt{30}}{20}$

....12 分

20.解:

(1) $10(0.002+0.004+0.014+0.020+0.035+a)=1$,则 $a=0.025$ ....2 分

众数为 85；..3 分

(2) 不满意的学生有$(0.002+0.004+0.014)\times 10\times 100=20$人,

满意的学生有$100-20=80$人,

不满意的学生中男生有$20\times\frac{3}{4}=15$人，不满意学生中女生有$20-15=5$人,

满意的学生中女生有$80\times\frac{7}{8}=70$人，满意的学生中男生有$80-70=10$人,

列联表如图..4分

性别	满意度		合计
	不满意	满意	
男生	15	10	25
女生	5	70	75
合计	20	80	100

零假设H_0:性别与满意度独立.......................................5分

$$K^2=\frac{100(15\times 70-10\times 5)^2}{25\times 75\times 20\times 80}\approx 33.333>6.635$$

根据小概率$\alpha=0.01$独立性检验，H_0不成立,所以判断性别和满意对有关,犯错误的概率不超过0.01；...7分

(3) 满意抽取8人,不满意抽取2人，Y可取$1,2,3,4$

$P(Y=1)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ 8分

$P(Y=2)=\frac{8}{10}\frac{2}{9}=\frac{8}{45}$ 9分

$P(Y=3)=\frac{8}{10}\frac{7}{9}\frac{2}{8}=\frac{7}{45}$ 10分

$P(Y=4)=\frac{8}{10}\frac{7}{9}\frac{6}{8}=\frac{7}{15}$ 11分

期望值$E(Y)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{8}{45}+3\times\frac{7}{45}+4\times\frac{7}{15}=\frac{26}{9}$ （轮） 12分

21.解：(1) 设焦点$F(0,\frac{p}{2})$，$MF=1+\frac{p}{2}=2, p=2$ 2分

$\therefore$方程为$x^2=4y$ 3分

(2) 设切线$l:y-y_0=k(x-x_0)$ $l_{PM}:y-y_0=k_1(x-x_0)$ $l_{PN}:y-y_0=k_2(x-x_0)$

$\because d=r\ \therefore \dfrac{|-kx_0+y_0+1|}{\sqrt{1+k^2}}=1\ \therefore (-kx_0+y_0+1)^2=1+k^2$ ……………………4分

整理得：$(x_0^2-1)k^2-2x_0(y_0+1)k+y_0^2+2y_0=0$ ……………………………5分

$\because x_0\ge 2\ \therefore \Delta=4x_0^2(y_0+1)^2-4(x_0^2-1)(y_0^2+2y_0)=4x_0^2+4(y_0^2+2y_0)=4(y_0^2+6y_0)>0$

由韦达定理：$k_1+k_2=\dfrac{2x_0(y_0+1)}{x_0^2-1},k_1k_2=\dfrac{y_0^2+2y_0}{x_0^2-1}$ …………………………7分

$\therefore |k_1-k_2|=\sqrt{(k_1+k_2)^2-4k_1k_2}=\dfrac{2\sqrt{y_0^2+6y_0}}{x_0^2-1}$

令 $y=0,x_1=\dfrac{-y_0}{k_1}+x_0$，同理 $x_2=\dfrac{-y_0}{k_2}+x_0$

$$\therefore MN=|\frac{-y_0}{k_2}+\frac{y_0}{k_1}|=y_0|\frac{k_2-k_1}{k_1k_2}|=\frac{\dfrac{2y_0\sqrt{y_0^2+6y_0}}{x_0^2-1}}{\dfrac{y_0^2+2y_0}{x_0^2-1}}=\frac{2\sqrt{y_0^2+6y_0}}{y_0+2}$$
……………8分

$h=y_P=y_0\ \therefore S_{\triangle PMN}=\dfrac{1}{2}\times MN\times y_0=\dfrac{y_0\sqrt{y_0^2+6y_0}}{y_0+2}=\sqrt{\dfrac{y_0^2(y_0^2+6y_0)}{(y_0+2)^2}}\ \because x_0\ge 2\therefore y_0\ge 1$

令 $y_0+2=t,t\ge 3$ 则 $S=\sqrt{\dfrac{(t-2)^2[(t-2)^2+6(t-2)]}{t^2}}=\sqrt{\dfrac{(t-2)^3(t+4)}{t^2}}$ …………10分

令 $g(t)=\dfrac{(t-2)^3(t+4)}{t^2}(t\ge 3),g'(t)=\dfrac{[3(t-2)^2(t+4)+(t-2)^3]\cdot t^2-(t-2)^3(t+4)\cdot 2t}{t^4}$

$g'(t)=\dfrac{(t-2)^2}{t^3}\cdot(2t^2+6t+16)>0\ \therefore g(t)$ 在$[3,+\infty)$上单调递增

$\therefore g(t)_{\min}=\sqrt{\dfrac{7}{9}}\ \therefore S_{\min}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ ……………………………………………12分

22. (1) $g(x)=ax-\ln(x+1)$，$g'(x)=\dfrac{ax+a-1}{x+1}=\dfrac{h(x)}{x+1}$ …………………1分

由于$x\in(-1,+\infty)$，$g(0)=0$，$h(-1)=-1<0$

①$a\le 0$时，$h(x)$为$(-1,+\infty)$上的减函数，有$h(x)\le h(-1)=-1$，

有$g(x)$为$(-1,+\infty)$上的减函数，此时存在唯一零点$x=0$，不合题意；…………2分

②$h(0)=a-1>0$即$a>1$时，$h(x)$在$(-1,+\infty)$上单调递增，$\exists x_0\in(-1,0)$，使得$h(x_0)=0$，

即$g(x)$在$(-1,x_0)$上递减，在$(x_0,+\infty)$上递增，且由单调性知$g(x_0)<0$，又由于$x\to -1$

时，$g(x)\to +\infty$，故$g(x)$在$(-1,x_0)$内存在唯一零点；在$(x_0,+\infty)$内存在唯一零点$x=0$，

此时符合要求；..3分

③$a=1$时，$g(x)$在$(-1,0)$上单调递减，$(0,+\infty)$上单调递增，此时的极小值$x=0$为唯一

零点，不符合要求；...4分

④$\begin{cases}h(0)=a-1<0\\a>0\end{cases}$ 即$0<a<1$时，$h(x)$在$(-1,+\infty)$上单调递增，$\exists x_0\in(0,+\infty)$，使得

$h(x_0)=0$，即$g(x)$在$(-1,x_0)$上递减，在$(x_0,+\infty)$上递增，且由单调性知$g(x_0)<0$，又

由于$x\to -1$时，$g(x)\to +\infty$，故$g(x)$在$(-1,x_0)$内存在唯一零点$x=0$；在$(x_0,+\infty)$内

存在唯一零点，此时符合要求；...5分

综上，a的取值范围：$(0,1)\cup(1,+\infty)$；

(1) 由已知$\begin{cases}ax_1=\ln x_1\\ax_2=\ln x_2\end{cases}$，即$\dfrac{x_2+x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{\ln x_2+\ln x_1}{\ln x_2-\ln x_1}$，令$\dfrac{x_2}{x_1}=t\,(t>1)$ 6分

可得：$\begin{cases}\ln x_2=\dfrac{t\ln t}{t-1}\\ \ln x_1=\dfrac{\ln t}{t-1}\end{cases}$，则$\lambda\ln x_1+\ln x_2$有最小值$e$

等价于$G(t)=\dfrac{(t+\lambda)\ln t}{t-1}\,(t>1)$的最小值为$e$，.................................7分

则$G'(t)=\dfrac{t-\frac{\lambda}{t}-(\lambda+1)\ln t+\lambda-1}{(t-1)^2}=\dfrac{H(t)}{(t-1)^2}$ 8分

则$H'(t)=\dfrac{(t-1)(t-\lambda)}{t^2}$，由于$t-1>0$，则有

①若$\lambda\le 1$，则有$H(t)$在$(1,+\infty)$单调递增，$H(t)>H(1)=0$恒成立，$G'(t)>0$对$t>1$恒

成立，即$G(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，无最小值，此时不成立；...............9分

②若 $\lambda>1$，则有 $H(t)$ 在 $(1,\lambda)$ 单调递减，在 $(\lambda,+\infty)$ 上单调递增，

由于 $H(1)=0$，且当 $x\to+\infty$ 时，$H(x)\to+\infty$，

故 $\exists t_0\in(\lambda,+\infty)$，使得 $H(t_0)=0$ ……………………………………10 分

则有 $G(x)$ 在 $(1,t_0)$ 上单调递减，在 $(t_0,+\infty)$ 上单调递增

即 $\begin{cases} G(t_0)=\dfrac{(t_0+\lambda)\ln t_0}{(t_0-1)}=e \\ t_0-\dfrac{\lambda}{t_0}-(\lambda+1)\ln t_0+\lambda-1=0 \end{cases}$，

由 $t_0-\dfrac{\lambda}{t_0}-(\lambda+1)\ln t_0+\lambda-1=0$ 知，$\lambda=\dfrac{-\ln t_0+t_0-1}{\ln t_0+\dfrac{1}{t_0}-1}$ ……………………11 分

所以 $G(t_0)=\dfrac{(t_0+\lambda)\ln t_0}{(t_0-1)}=\dfrac{(\ln t_0)^2}{\ln t_0+\dfrac{1}{t_0}-1}=e=G(e)$，

分析函数 $\varphi(x)=\dfrac{x^2}{x+e^{-x}-1}$ 可知在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，即 $\varphi(1)=e$ 是 $\varphi(x)=e$ 的唯一解，

即 $t_0=e$ 是 $G(t_0)=e$ 的唯一解，此时 $\lambda=e^2-2e$ …………………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。