

“合肥六中 · ”2021 年高考考前诊断暨预测卷

文科数学 · 答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	B	C	C	D	D	A	C	B	A	B

1. 答案 A

解析 由题得  $-x^2 + 2x + 3 \geq 0$ ,  $\therefore x^2 - 2x - 3 \leq 0$ ,  $\therefore (x-3)(x+1) \leq 0$ ,  $\therefore -1 \leq x \leq 3$ , 所以  $M = [-1, 3]$ . 由题得  $y = 1 - \sqrt{x} \leq 1$ , 所以  $N = (-\infty, 1]$ , 得到  $M \cap N = [-1, 1]$ . 故选 A.

2. 答案 B

解析 因为  $(3+i)z = 1-3i$ , 则  $z = \frac{1-3i}{3+i} = \frac{(1-3i)(3-i)}{10} = \frac{-10i}{10} = -i$ ,  $|z| = 1$ ,  $z^2 = -1$ ,  $z$  的虚部为  $-1$ . 故选 B.

3. 答案 B

解析 等比数列中  $a_2 = a_1 q^3 = 2q^3 = 16$ , 解得  $q = 2$ ,  $\therefore a_3 + a_4 + a_5 = a_1(q^2 + q^3 + q^4) = 56$ . 故选 B.

4. 答案 C

解析 四人分两组并分别送到两个医院, 可能的情形有(乙丙, 丁戊), (乙丁, 丙戊), (乙戊, 丙丁), (丙丁, 乙戊), (丙戊, 乙丁), (丁戊, 丙乙)共 6 中不同的分配方法, 每种结果都是等可能的, 乙、丙两人被分到同一个医院的情况有(乙丙, 丁戊)和(丁戊, 丙乙)2 种;  $\therefore$  乙、丙两人被分到同一个医院的概率  $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ . 故选 C.

5. 答案 C

解析 对于 A, 散点从左下到右上分布, 所以当月在售二手房均价  $y$  与月份代码  $x$  呈正相关关系, 故 A 正确;  
对于 B, 令  $x = 16$ , 由  $\hat{y} = 0.9369 + 0.0285\sqrt{16} = 1.0509$ , 所以可以预测 2021 年 6 月在售二手房均价约为 1.0509 万元/平方米, 故 B 正确;  
对于 C, 非线性回归曲线不一定经过  $(\bar{x}, \bar{y})$ , 故 C 错误;  
对于 D,  $R^2$  越大, 拟合效果越好, 故 D 正确. 故选 C.

6. 答案 D

解析 将圆  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  化为标准方程得  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ , 可知圆心为  $(1, 0)$ , 半径为 1, 则点  $M$  到圆心的距离为  $\sqrt{(0-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$ , 所以点  $M$  与圆上的动点  $P$  之间的最短距离为  $\sqrt{2} - 1$ . 故选 D.

7. 答案 D

解析 由图得函数的周期  $T = \left(\frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) \times 4 = \pi = \frac{2\pi}{\omega}$ , 所以  $\omega = 2$ . 因为函数的图象过点  $\left(\frac{7\pi}{12}, -1\right)$ , 所以  $\sin\left(\frac{7\pi}{6} + \varphi\right) = -1$ , 所以  $\frac{7\pi}{6} + \varphi = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ , 所以  $\varphi = \frac{\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ . 因为  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ , 所以  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ , 所以  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ . 先将函数  $f(x)$  的图象上所有点的横坐标变为原来的 6 倍, 纵坐标不变, 得到  $y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象, 再将所得函数的图象向左平移  $\frac{7\pi}{2}$  个单位长度, 得到  $g(x) = \sin\left[\frac{1}{3}\left(x + \frac{7\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{3}\right] =$

$$\sin\left(\frac{1}{3}x + \frac{3\pi}{2}\right) = -\cos \frac{1}{3}x.$$

对于 A 选项, 因为函数  $g(x)$  为偶函数, 故 A 错误;

对于 B 选项, 令  $\frac{1}{3}x \in [2k\pi, \pi + 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ , 则  $x \in [6k\pi, 3\pi + 6k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ , 而  $[-2\pi, 0] \not\subseteq [6k\pi, 3\pi + 6k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ , 故 B 错误;

对于 C 选项, 令  $\frac{1}{3}x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$ , 则  $x = \frac{3\pi}{2} + 3k\pi (k \in \mathbf{Z})$ , 所以函数的对称中心为  $\left(\frac{3\pi}{2} + 3k\pi, 0\right) (k \in \mathbf{Z})$ , 故 C 错误;

对于 D 选项, 令  $\frac{1}{3}x = k\pi (k \in \mathbf{Z})$ , 则  $x = 3k\pi (k \in \mathbf{Z})$ , 所以函数的对称轴为  $x = 3k\pi (k \in \mathbf{Z})$ , 当  $k = -1$  时, 有  $x = -3\pi$ , 即 D 正确. 故选 D.

8. 答案 A

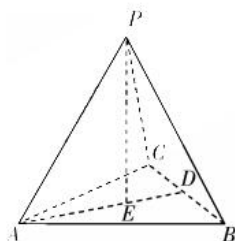
解析  $\because f(x)$  可化为  $f(x) = \ln(1 + |x|)$  为偶函数, 且  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增,  $\therefore$  由  $f(2x) > f(x-1)$  得  $f(|2x|) > f(|x-1|)$ , 即  $|2x| > |x-1|$ , 解得  $x < -1$  或  $x > \frac{1}{3}$ . 故选 A.

9. 答案 C

解析 如图所示, 过点  $P$  作  $PE \perp$  平面  $ABC$ ,  $E$  为垂足, 点  $E$  为等边三角形  $ABC$  的中心.

$$AE = \frac{2}{3}AD, AD = \frac{\sqrt{3}}{2}. \therefore AE = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \therefore PE = \sqrt{PA^2 - AE^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

设圆柱底面半径为  $R$ , 则  $2R = \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ ,  $\therefore$  圆柱的侧面积  $= 2\pi R \cdot PE = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$ . 故选 C.



10. 答案 B

解析  $f'(x) = 3ax^2 + 1$ , 当  $a \geq 0$  时,  $f'(x) > 0$ ,  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增, 只有一个交点.

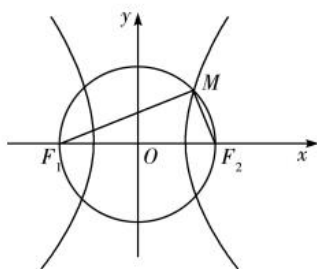
当  $a < 0$  时,  $f'(x) = 3a\left(x - \sqrt{-\frac{1}{3a}}\right)\left(x + \sqrt{-\frac{1}{3a}}\right)$ , 依题意需  $f(x)$  的最小值  $= f\left(-\sqrt{-\frac{1}{3a}}\right) = \frac{2}{3}\left(-\sqrt{-\frac{1}{3a}}\right) + 1 <$

$0$ , 即  $-\frac{4}{27} < a < 0$ ,  $f(x)$  的最大值  $= f\left(\sqrt{-\frac{1}{3a}}\right) = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{-\frac{1}{3a}} + 1 > 0$  恒成立. 故  $-\frac{4}{27} < a < 0$ . 故选 B.

11. 答案 A

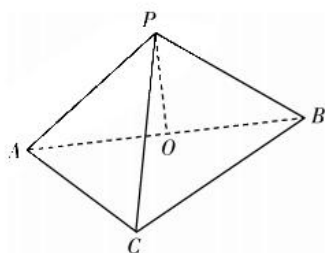
解析 根据题意画出图形如图所示: 圆  $O: x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ , 由双曲线中  $a^2 + b^2 = c^2$  可知圆的半径为  $\sqrt{a^2 + b^2} = c$ , 圆心为原点, 因而  $|F_1F_2|$  为圆  $O$  的直径, 所以  $\angle F_1MF_2 = 90^\circ$ , 根据双曲线中焦点三角形面积公式  $S_{\triangle MF_1F_2} =$

$$\frac{b^2}{\tan \frac{\theta}{2}} = \frac{b^2}{\tan 45^\circ} = b^2. \text{ 由题意可得 } S_{\triangle MF_1F_2} = b^2 = ab, \text{ 即 } b = a, \text{ 由双曲线离心率 } e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} = \sqrt{2}. \text{ 故选 A.}$$



12. 答案 B

解析 依据题意作出图形如下: 设四面体  $P-ABC$  的外接球的半径为  $R$ , 因为球心  $O$  在  $AB$  上, 所以  $AB$  为球的直径, 所以  $AB=2R$ , 且  $AC \perp BC$ . 由  $2AC = \sqrt{3}AB$  可得:  $AC = \sqrt{3}R, BC = R$ . 所以四面体  $P-ABC$  的体积为  $V = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot PO = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3}R \times R \times R = \frac{3}{2}$ , 解得  $R = \sqrt{3}$ . 所以球的表面积  $S = 4\pi R^2 = 12\pi$ . 故选 B.

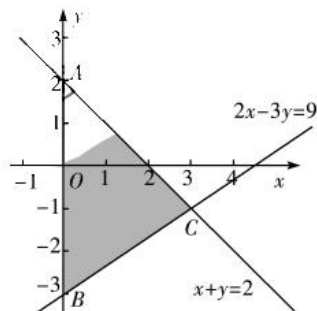


二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 答案 -6

解析 满足约束条件  $\begin{cases} x+y \leq 2, \\ 2x-3y \leq 9, \\ x \geq 0 \end{cases}$  的可行域如图所示, 目标函数  $z = x + 2y$  对应直线  $y = -\frac{x}{2} + \frac{z}{2}$ , 当  $z$  最小

时, 纵截距  $\frac{z}{2}$  最小, 所以平移直线  $y = -\frac{x}{2}$  过点  $B(0, -3)$  时, 纵截距最小, 此时  $z_{\min} = -6$ . 故答案为 -6.



14. 答案 1

解析 因为向量  $a = (m, 2), b = (-1, 3)$ , 则  $2a - mb = 2(m, 2) - m(-1, 3) = (3m, 4 - 3m)$ , 又因为  $b \perp (2a - mb)$ , 所以  $b \cdot (2a - mb) = (-1, 3) \cdot (3m, 4 - 3m) = -3m + 12 - 9m = 0$ , 解得  $m = 1$ . 故答案为 1.

15. 答案  $e^2$

解析 设切点为  $P(x_0, y_0)$ , 因为  $f(x) = ae^x$ , 所以  $f'(x) = ae^x$ , 依题意可得  $f'(x_0) = ae^{x_0} = 1$ , 且  $y_0 = x_0 + 3 = ae^{x_0}$ , 解得  $x_0 = -2$ , 即切点坐标为  $(-2, 1)$ , 所以  $a = e^2$ . 故答案为  $e^2$ .

16. 答案 3

解析 由题意可知, 第一行是  $a_1$ , 第二行是从  $a_2$  到  $a_4$ , 第三行是从  $a_5$  到  $a_9$ , 第四行是从  $a_{10}$  到  $a_{16}$ , 第五行是从

$a_{17}$ 到 $a_{25}$ ,第六行是从 $a_{26}$ 到 $a_{36}$ ,第七行是从 $a_{37}$ 到 $a_{49}$ ,第八行是从 $a_{50}$ 到 $a_{64}$ ,第九行是从 $a_{65}$ 到 $a_{81}$ ,第十行是从 $a_{82}$ 到 $a_{100}$ ,故 $a_3$ 在第二行, $a_{86}$ 在第十行,因为 $a_3 = 5, a_{86} = 524$ ,每一行都是一个公差为 $d$ 的等差数列,所以 $a_2 = 5 - d, a_{82} = 524 - 4d$ ,因为表中的第一列 $a_1, a_2, a_5, \dots$ 构成一个公比为2的等比数列,所以 $a_2 \cdot 2^8 = a_{82}$ ,解得 $d = 3$ .故答案为3.

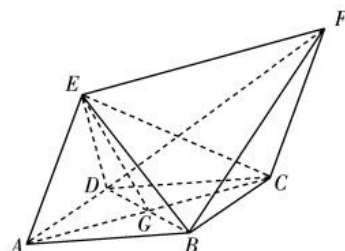
三、解答题:共70分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. 解析 (I) 因为 $(0.004 + a + 0.018 + 0.022 \times 2 + 0.028) \times 10 = 1$ ,  
所以 $a = 0.006$ . ..... (3分)  
(II) 由所给频率分布直方图知,50名受访学生评分不低于70的频率为 $(0.028 + 0.022 + 0.018) \times 10 = 0.68$ ,  
所以该中学学生对个性化作业评分不低于70的概率的估计值为0.68. .... (6分)  
(III) 受访学生评分在 $[50, 60)$ 的有: $50 \times 0.006 \times 10 = 3$ (人),即为 $A_1, A_2, A_3$ ;受访学生评分在 $[40, 50)$ 的有:  
 $50 \times 0.004 \times 10 = 2$ (人),即为 $B_1, B_2$ . .... (8分)  
从这5名受访职工中随机抽取2人,所有可能的结果共有10种,它们是 $\{A_1, A_2\}, \{A_1, A_3\}, \{A_1, B_1\}, \{A_1, B_2\}, \{A_2, A_3\}, \{A_2, B_1\}, \{A_2, B_2\}, \{A_3, B_1\}, \{A_3, B_2\}, \{B_1, B_2\}$ . .... (10分)  
又因为所抽取2人的评分都在 $[50, 60)$ 的结果有3种,即 $\{A_1, A_2\}, \{A_1, A_3\}, \{A_2, A_3\}$ ,  
故所求的概率为 $P = \frac{3}{10}$ . .... (12分)

18. 解析 (I) 因为 $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$ ,所以 $\angle ADB = \frac{2\pi}{3}$ ,  
在 $\triangle ADB$ 中, $AB = 2\sqrt{7}, BD = 2$ ,  
由余弦定理得, $AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos \angle ADB$ ,  
即 $28 = AD^2 + 4 - 4AD \cdot \cos \frac{2\pi}{3}$ ,  
整理,得 $AD^2 + 2AD - 24 = 0$ ,解得 $AD = 4$ (或 $AD = -6$ 舍去). .... (6分)  
(II) 在 $\triangle ADC$ 中, $AD = 4, DC = 1, \angle ADC = \frac{\pi}{3}$ ,  
由余弦定理,得 $AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cdot \cos \angle ADC$ ,  
即 $AC^2 = 13$ ,解得 $AC = \sqrt{13}$ ,  
由余弦定理,得 $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{13}}$ ,故 $\sin \theta = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$ ,  
故 $\sin 2\theta = 2\sin \theta \cdot \cos \theta = -\frac{4\sqrt{3}}{13}$ . .... (12分)

19. 解析 (I) 证明:连接EG.

$\because$  四边形ABCD为菱形,  
 $\therefore AD = AB, BD \perp AC, DG = GB$ , ..... (2分)  
在 $\triangle EAD$ 和 $\triangle EAB$ 中, $AD = AB, AE = AE, \angle EAD = \angle EAB$ ,  
 $\therefore \triangle EAD \cong \triangle EAB$ ,  
 $\therefore ED = EB$ ,  
 $\therefore BD \perp EG$ ,  
 $\because AC \cap EG = G$ ,  
 $\therefore BD \perp$ 平面ACFE,





$\because BD \subset$  平面  $ABCD$ ,

$\therefore$  平面  $ACFE \perp$  平面  $ABCD$ . ..... (6分)

(II) 由(I)知,  $EA$  在平面  $ABCD$  内的射影在  $AC$  上, 故  $\angle EAC$  为  $AE$  与面  $ABCD$  所成的角,  $\therefore \angle EAC = 45^\circ$ .

由题意, 得  $AC = 2\sqrt{3}, BD = 2, S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AC \cdot AE \cdot \sin \angle EAC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ,

四棱锥  $E-ABCD$  的体积  $V = V_{B-ACE} + V_{D-ACE} = \frac{1}{3}S_{\triangle ACE} \cdot BD = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2}$ . ..... (12分)

20. 解析 (I) 函数  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ ,

$f'(x) = a(x-2) - 1 + \frac{2}{x} = \frac{(x-2)(ax-1)}{x}$ , 令  $f'(x) = 0$ , 则  $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{a}$ . ..... (1分)

(i) 若  $a = \frac{1}{2}$ , 则  $f'(x) \geq 0$  恒成立, 所以  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数.

(ii) 若  $0 < a < \frac{1}{2}$ , 则  $\frac{1}{a} > 2$ , 当  $x \in (0, 2) \cup (\frac{1}{a}, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x \in (2, \frac{1}{a})$  时,  $f'(x) < 0$ .

(iii) 若  $a > \frac{1}{2}$ , 则  $0 < \frac{1}{a} < 2$ , 当  $x \in (0, \frac{1}{a}) \cup (2, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x \in (\frac{1}{a}, 2)$  时,  $f'(x) < 0$ .

综上所述: 当  $a = \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数;

当  $0 < a < \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $(0, 2), (\frac{1}{a}, +\infty)$  上是增函数, 在  $(2, \frac{1}{a})$  上是减函数;

当  $a > \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $(0, \frac{1}{a}), (2, +\infty)$  上是增函数, 在  $(\frac{1}{a}, 2)$  上是减函数. .... (5分)

(II) 由(I)知, (i) 当  $a = \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数,  $f(x)$  至多一个零点.

(ii) 当  $0 < a < \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $(0, 2), (\frac{1}{a}, +\infty)$  上是增函数, 在  $(2, \frac{1}{a})$  上是减函数.

此时  $f(x)_{\text{极大值}} = f(2) = -2 + 2\ln 2 < 0$ , 所以  $f(x)$  至多一个零点. .... (7分)

(iii) 当  $a > \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $(0, \frac{1}{a}), (2, +\infty)$  上是增函数, 在  $(\frac{1}{a}, 2)$  上是减函数.

此时  $f(x)_{\text{极小值}} = f(2) = -2 + 2\ln 2 < 0$ ,

由  $f(6) = \frac{a}{2}(6-2)^2 - 6 + 2\ln 6 > \frac{1}{4} \times 16 - 6 + 2\ln 6 = 2\ln 6 - 2 > 0$ ,

所以存在一个  $x_0 \in (2, 6)$ , 使  $f(x_0) = 0$ .

$f(x)_{\text{极大值}} = f(\frac{1}{a}) = \frac{a}{2}(\frac{1}{a}-2)^2 - \frac{1}{a} + 2\ln \frac{1}{a} = 2a - \frac{1}{2a} - 2\ln a - 2$ ,

若  $f(x)$  存在两个零点, 则  $f(x)_{\text{极大值}} = 0$  有解即可.

设  $g(a) = f(\frac{1}{a}) = 2a - \frac{1}{2a} - 2\ln a - 2$ ,

$g'(a) = 2 + \frac{1}{2a^2} - \frac{2}{a} = \frac{4a^2 - 4a + 1}{2a^2} = \frac{(2a-1)^2}{2a^2} \geq 0$ ,

所以  $g(a)$  在  $(\frac{1}{2}, +\infty)$  上是增函数,

由  $g(1) = -\frac{1}{2} < 0, g(e) = 2e - \frac{1}{2e} - 4 > 0$ ,

所以存在一个  $a_0 \in (1, e)$ , 使得  $g(a_0) = 0, f(x)_{\text{极大值}} = 0$ ,

综上,存在  $a_0 \in (1, e)$ , 使得  $f(x)$  有两个零点. .... (12分)

21. 解析 (I) 由题意得,  $2b=2$ , 解得  $b=1$ ,

由离心率为  $\frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ , 又由  $a^2 - b^2 = c^2$ , 解得  $a=3$ ,

所求椭圆方程为  $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ . .... (4分)

(II) 当直线  $AB$  斜率存在时, 设直线方程为  $y = kx + m, A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ,

联立方程组  $\begin{cases} x^2 + 9y^2 = 9, \\ y = kx + m, \end{cases}$  得  $(9k^2 + 1)x^2 + 18kmx + 9m^2 - 9 = 0$ , 由  $\Delta > 0$ ,

则  $x_1 + x_2 = -\frac{18km}{9k^2 + 1}, x_1x_2 = \frac{9m^2 - 9}{9k^2 + 1}$  (\*), .... (6分)

则  $k_1 + k_2 = \frac{y_1 - 1}{x_1} + \frac{y_2 - 1}{x_2} = \frac{x_2y_1 + x_1y_2 - (x_1 + x_2)}{x_1x_2} = \frac{2kx_1x_2 + (m-1)(x_1 + x_2)}{x_1x_2}$ ,

将\*式代入化简可得:  $2k + (m-1) \cdot \left(-\frac{2km}{m^2 - 1}\right) = 1$ , 得  $m = 2k - 1$ ,

代入直线  $AB$  方程为  $y = kx + 2k - 1$ ,

即  $y = k(x+2) - 1$ , 恒过定点  $(-2, -1)$ . .... (10分)

当直线  $AB$  斜率不存在时, 设直线方程为  $x = t$ , 则  $A(t, s), B(t, -s)$ ,

则  $k_1 = \frac{1-s}{-t}, k_2 = \frac{1+s}{-t}$ , 所以  $k_1 + k_2 = \frac{1-s}{-t} + \frac{1+s}{-t} = \frac{2}{-t} = 1$ , 解得  $t = -2$ , 此时直线  $AB$  也过  $(-2, -1)$ .

综上, 直线  $AB$  过定点  $(-2, -1)$ . .... (12分)

22. 解析 (I) 因为点  $M\left(2, \frac{\pi}{2}\right)$  在直角坐标系中为  $(0, 2)$ , 直线  $\theta = \frac{5\pi}{6}$  在直角坐标系中为  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ ,

所以直线  $l$  的方程为  $y = \sqrt{3}x + 2$ , .... (2分)

所以曲线  $C$  的普通方程为  $y = 4x^2$ .

因为  $\rho = \frac{\tan \theta}{4 \cos \theta}$ , 即  $4\rho \cos \theta = \frac{\rho \sin \theta}{\rho \cos \theta}, \rho \cos \theta \neq 0$ .

所以  $y = 4x^2 (x \neq 0)$ . .... (5分)

(II) 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{1}{2}t, \\ y = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数), .... (6分)

代入  $y = 4x^2$  得,  $2t^2 - \sqrt{3}t - 4 = 0$ , 则  $t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}, t_1t_2 = -2$ , .... (7分)

$\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|} = \frac{1}{|t_1|} + \frac{1}{|t_2|} = \frac{|t_1| + |t_2|}{|t_1t_2|} = \frac{|t_1 - t_2|}{|t_1t_2|} = \frac{\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2}}{|t_1t_2|} = \frac{\sqrt{35}}{4}$ . .... (10分)

23. 解析 (I) ① 当  $x \leq -\frac{3}{2}$  时,  $-2x + 1 - 2x - 3 \leq 6$ , 解得  $-2 \leq x \leq -\frac{3}{2}$ ;

② 当  $-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$  时,  $-2x + 1 + 2x + 3 \leq 6$ , 解得  $-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$ ;

③ 当  $x \geq \frac{1}{2}$  时,  $2x - 1 + 2x + 3 \leq 6$ , 解得  $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ ,

综上, 原不等式的解集为  $|x| - 2 \leq x \leq 1$ . .... (15分)

(II)  $f(x) = |2x - 1| + |2x + 3| \geq |(2x - 1) - (2x + 3)| = 4,$

当且仅当  $(2x - 1)(2x + 3) \leq 0$ , 即  $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$  时等号成立, 所以  $m = 4.$

因为  $a^2 + 2b^2 + 3c^2 = 4,$

利用柯西不等式得  $[a^2 + (\sqrt{2}b)^2 + (\sqrt{3}c)^2] \cdot [1^2 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2] \geq (a + 2b + 3c)^2,$

所以  $a + 2b + 3c \leq 2\sqrt{6},$

当且仅当  $a = b = c = \frac{\sqrt{6}}{3}$  时,  $a + 2b + 3c$  的最大值为  $2\sqrt{6}.$  ..... (10分)



## 关于我们

**自主选拔在线**（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线