

2023年抚顺市普通高中应届毕业生高考模拟考试

数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效.

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x - 8 < 0\}$, 集合 $B = \{0, 1, 2, 3\}$, 则集合 $A \cap B =$

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

2. 已知复数 z 满足 $z \cdot i = 2 - i$ (i 是虚数单位), 则复数 z 的共轭复数 \bar{z} 的虚部是

- A. 2 B. -2 C. 2i D. -2i

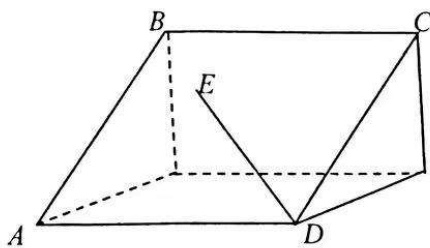
3. 甲、乙两名同学分别从“武术”、“排球”、“游泳”、“体操”四个社团中随机选择一个社团加入, 则这两名同学加入的是同一个社团的概率是

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

4. 已知 AB 是圆 $x^2 + y^2 = 2$ 的直径, 点 P 是圆 $(x - a + 1)^2 + (y - a - 1)^2 = 1$ 的圆心, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 0

5. 坡度是地表单元陡缓的程度, 通常把坡面的垂直高度和水平方向的距离的比叫做坡度, 就是坡面与水平面成角的正切值. 如图所示, 已知斜面 $ABCD$ 的坡度是 1, 某种越野车的最大爬坡角度是 30° , 若这种越野车从 D 点开始爬坡, 则行驶方向 DE 与直线 AD 的最大夹角的度数为

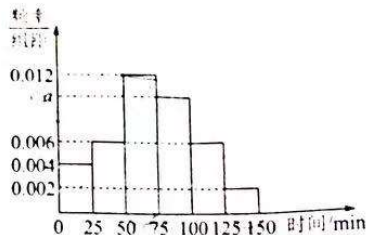


- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

6. 已知 $\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, 若 $\frac{1+\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} = \frac{9}{2}$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值是
- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$
7. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} = 1$ 的焦点分别是 F_1, F_2 , 点 P 在双曲线 C 上, 则下列结论正确的是
- A. $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最大值为 4 B. $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最大值为 2
C. $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最小值为 -4 D. $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最小值为 -2
8. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 同时满足: ① $f(1+x) + f(1-x) = 0$, ② $f(-1+x) + f(-1-x) = 0$, 则下列结论不正确的是
- A. 函数 $f(x+1)$ 为奇函数 B. $(x-1)f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称
C. $f(2) + f(6) = 0$ D. 函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=4$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 某学校为了解学生的课业情况, 现随机抽取该校若干名学生完成课后作业所用的时间数据, 绘制成频率分布直方图如图所示, 则下列说法正确的是



- A. 频率分布直方图中的 a 的值为 0.010
B. 估计该校学生完成课后作业所用的平均时间为 100 分钟
C. 估计该校学生完成课后作业所用的时间在 $[50, 75)$ 的人数最多
D. 估计该校约 85% 的学生完成课后作业所用的时间不超过 2 小时
10. 已知四棱锥 $P-ABCD$, 它的各条棱长均为 2, 则下面说法正确的是
- A. 其外接球的表面积为 8π
B. 其内切球的半径为 $\sqrt{6} - \sqrt{2}$
C. 侧面与底面所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
D. 不相邻的两个侧面所成角的余弦值为 $\frac{1}{3}$

11. 设函数 $f(x) = \frac{x}{\ln x} - ax$ ，若函数 $f(x)$ 有两个极值点，则实数 a 的值可以是
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{8}$ C. 2 D. $-\frac{1}{4}$
12. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F ， A, B 是抛物线上两动点，过点 A, B 分别作抛物线的切线，记两条切线的交点为 P ，则下列说法正确的是
- A. F 点坐标为 $(0, 1)$
 B. 若 $|AB| = 8$ ，则线段 AB 中点到 x 轴距离的最小值为 3
 C. 若 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$ ，则直线 AB 过焦点 F
 D. 若直线 AB 斜率为 1，则 $|PF|$ 的最小值为 2

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在 $(\frac{1}{x} + 2x)^7$ 的展开式中，含 x^2 项的系数为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。
14. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_1 = 8$ ， $S_4 = 30$ ，则 a_4 的值是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。
15. 已知函数 $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$ ，且对任意实数 x 都有 $f(x) = f(2\alpha - x)$ ($\alpha \in \mathbf{R}$)，则 $\sin 2\alpha$ 的值为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。
16. 已知 $2^a = 3$ ， $3^b = 4$ ， $c = \frac{\ln a - \ln b}{a - b}$ ，则在 $\log_a b$ ， $\log_a c$ ， $\log_c a$ ， $\log_c b$ ， $\log b$ 这 6 个数中，值最小的是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 10 分)

已知 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，满足 $\vec{CD} = \lambda(\frac{\vec{CA}}{|\vec{CA}|} + \frac{\vec{CB}}{|\vec{CB}|})$ ($\lambda > 0$)，且 $\cos \frac{B}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

$\triangle CAD$ 的面积与 $\triangle CBD$ 面积的比为 $2\sqrt{6}:3$ 。

- (1) 求 $\sin A$ 的值；
 (2) 若 $AB = 5$ ，求边 AB 上的高 CE 的值。

$b_1 + T_2 - T_1$

18. (本题满分 12 分)

已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， T_n 是等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1 = 0$ ， $b_1 = 1$ ， $S_2 + T_2 = S_3 + T_3 = S_4 + T_4$ 。

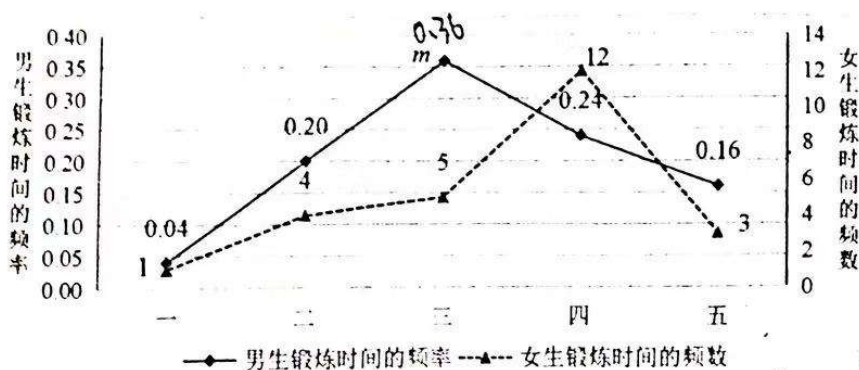
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $c_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |a_i|$ ，求数列 $\{\frac{1}{c_n c_{n+1}}\}$ 的前 n 项和 P_n 。

$a_1 + (n-1)d$

19. (本题满分 12 分)

学校为提升高一年级学生自主体育锻炼的意识,拟将每周自主进行体育锻炼的时间不低于 6 小时的同学称为“体育迷”并予以奖励.为了确定奖励方案,先对学生自主体育锻炼的情况进行抽样调查,学校从高一年级随机抽取 100 名学生,将他们分为男生组、女生组,对每周自主体育锻炼的时间分段进行统计(单位:小时):第一段[0, 2),第二段[2, 4),第三段[4, 6),第四段[6, 8),第五段[8, 10].将男生在各段的频率及女生在各段的频数用折线图表示如下:



- 求折线图中 m 的值,并估计该校高一年级学生中“体育迷”所占的比例;
- 填写下列 2×2 列联表,并判断是否有 95% 的把握认为是否为“体育迷”与学生的性别有关?

	体育迷	非体育迷	合计
男			
女	12		
合计			

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq K_0)$	0.050	0.010	0.001
K_0	3.841	6.635	10.828

- 若中学生每周自主体育锻炼的时间不低于 5 小时,才能保持身体的良好健康发展,试估计该校高一年级学生的周平均锻炼时间是否达到保持身体良好健康发展的水平?(同一段中的数据用该组区间的中点值代表)

20. (本题满分 12 分)

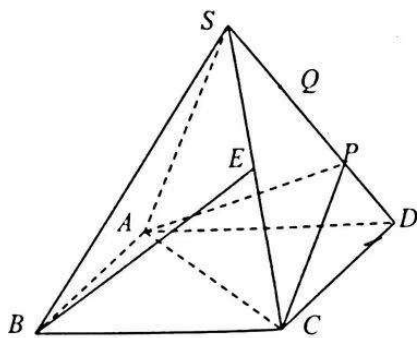
如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形, 点 P, Q 在侧棱 SD 上, E 是侧棱 SC 的中点.

(1) 若 $SQ = QP = PD$, 证明: $BE \parallel$ 平面 PAC ;

(2) 若每条侧棱的长都是底面边长的 $\sqrt{2}$ 倍, 从下面两个条件中选一个, 求二面角 $P-AC-D$ 的大小.

① $SD \perp$ 平面 PAC ; ② P 为 SD 的中点.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.



21. (本题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点坐标为 $(-1, 0)$, A, B 分别是椭圆

的左、右顶点, 点 $D(x, y)$ 在椭圆 C 上, 且直线 AD 与 BD 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设直线 $2x + ty - 3 = 0$ 与椭圆分别相交于 M, N 两点, 直线 MO (O 为坐标原点) 与椭圆的另一个交点为 E , 求 $\triangle MNE$ 的面积 S 的最大值.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x+a)^2 + 2 \ln x$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 求证: $x_1 < f(x_2) < x_2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线