

银川市 2023 年普通高中学科教学质量检测

文科数学

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，其中第II卷第 22~23 题为选考题，其它题为必考题。考生作答时，将答案答在答题卡上，在本试卷上答题无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

- 1.答题前，考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，认真核对条形码上的姓名、准考证号，并将条形码粘贴在答题卡的指定位置上。
- 2.选择题答案使用 2B 铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案的标号；非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。
- 3.考生必须按照题号在答题卡各题号相对应的答题区域内（黑色线框）作答，写在草稿纸上、超出答题区域或非题号对应的答题区域的答案一律无效。
- 4.保持卡面清洁，不折叠，不破损。
- 5.做选考题时，考生按照题目要求作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑。

第I卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 4\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1, 3\}$ B. $\{-1, 1, 3\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1, 3\}$

2.在复平面内，已知复数 $z_1 = 1 - i$ 对应的向量为 $\overrightarrow{OZ_1}$ ，现将向量 $\overrightarrow{OZ_1}$ 绕点 O 逆时针旋转 90° ，并将其长度变为原来的 2 倍得到向量 $\overrightarrow{OZ_2}$ ，设 $\overrightarrow{OZ_2}$ 对应的复数为 z_2 ，则 $\frac{z_2}{z_1} =$

- A. $2i$ B. $2\sqrt{2}i$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

3.已知函数 $f(x) = 1 - \frac{2}{2^x + 1}$ ，则

- A. $f(x)$ 是偶函数且是增函数 B. $f(x)$ 是偶函数且是减函数
C. $f(x)$ 是奇函数且是增函数 D. $f(x)$ 是奇函数且是减函数

4.2022 年 11 月 30 日，神舟十五号、神舟十四号乘组在太空“胜利会师”，在中国人自己的“太空家园”里留下了一张足以载入史册的太空合影。某班级开展了关于太空知识的分享交流活动，活动中有 2 名男生、3 名女生发言，活动后从这 5 人中任选 2 人进行采访，则这 2 人中至少有 1 名男生的概率为

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{7}{10}$

5.在环境检测中人们常用声强级 $L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ 表示声音的强弱，其中 I 代表声强（单位： W/m^2 ）， I_0 为基

础声强，其值约为 $10^{-12} \text{W}/\text{m}^2$ ，某环境检测点检测到某一时段的声强约为 $10^{-4.5} \text{W}/\text{m}^2$ ，则这一时段的声强级约为

A.55 B.65 C.75 D.85

6. 已知角 α 的顶点与坐标原点重合, 角的始边与 x 轴的非负半轴重合, 角的终边与单位圆交于第二象限的点 P , 且 P 点的纵坐标为 $\frac{3}{5}$, 则 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) =$

- A. $\frac{-4+3\sqrt{3}}{10}$ B. $\frac{9-4\sqrt{3}}{10}$ C. $\frac{-12-3\sqrt{3}}{10}$ D. $\frac{-12+3\sqrt{3}}{10}$

7. 设 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点, 以 F 为圆心, 以 a 为半径的圆与双曲线的渐近线相切, 则双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2BC = 2$, D 是 AC 边的中点, 点 E 满足 $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$, 则 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{BD} =$

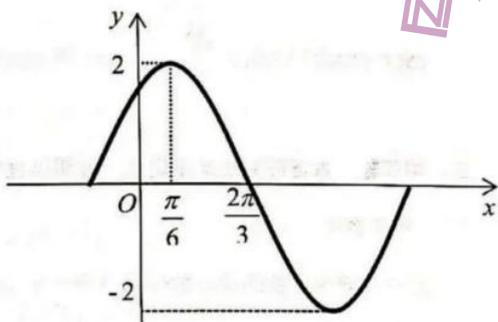
- A. 0 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

9. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 DD_1 中点, O 是 AC 与 BD 的交点, 以下命题中正确的是

- A. $BC_1 \parallel$ 平面 AEC B. $DB_1 \perp$ 平面 AEC
 C. $B_1O \perp$ 上平面 AEC D. 直线 A_1B 与直线 AE 所成的角是 60°

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) \left(\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示, 将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 再将图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则下列判断正确的是

- A. $g(x)$ 的最小正周期为 4π B. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 对称
 C. $g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增 D. $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上最小值为 $\sqrt{3}$



11. 已知 A 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点, 焦距为 4, 直线 $y = kx (k \neq 0)$ 交 C 于 P, Q 两点,

若直线 AP 与直线 AQ 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$, 则椭圆 C 的方程为

- A. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$
 C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ D. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$

12. $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) = x$, $f(1+x) = f(1-x)$, 令 $g(x) = f(x) - \lg x$, 则函数 $g(x)$ 的零点个数为
 A.4 B.5 C.6 D.7

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分.第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答.第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ \frac{1}{2}x - y \leq 0 \\ x + 2y - 2 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + y$ 的最大值为_____.

14. 直线 $y = kx$ 与曲线 $y = \ln x + 2$ 相切, 则 $k =$ _____.

15. $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = 2$, $BC = 2\sqrt{7}$, D 为 BC 边上一点, 且 $AB \perp AD$, 则 $\triangle ABD$ 的面积等于_____.

16. 已知圆锥 SO , 其侧面展开图是半圆, 过 SO 上一点 P 作平行于圆锥底面的截面, 以截面为上底面作圆柱 PO , 圆柱的下底面落在圆锥的底面上, 且圆柱 PO 的侧面积与圆锥 SO 的侧面积的比为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 则圆柱 PO 的体积与圆锥 SO 的体积的比为_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知公差为正数的等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1, a_4, a_7 + 12$ 构成等比数列, S_n 是其前 n 项和, 满足 $S_3 = 15$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n ;
 (2) 若_____, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

在① $b_n = \frac{S_n}{n} + 2^{a_n}$, ② $b_n = \frac{1}{S_n}$, ③ $b_n = (a_n - 1) \cdot 2^{n-1}$ 这三个条件中任选一个补充在第 (2) 问中, 并求解.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)

“十四五”时期是我国全面建成小康社会、实现第一个百年奋斗目标之后, 开启全面建设社会主义现代化国家新征程、向第二个百年奋斗目标进军的第一个五年.“三农”工作重心历史性转向全面推进乡村振兴, 加快中国特色农业农村现代化进程.国务院印发《“十四五”推进农业农村现代化规划》制定了具体工作方案和工作目标, 提出到 2025 年全国水产品年产量达到 6900 万吨.2018 年至 2021 年全国水产品年产量 y (单位: 千万吨) 的数据如下表:

年份	2018	2019	2020	2021
年份代号 x	1	2	3	4

总产量 y	6.46	6.48	6.55	6.69
---------	------	------	------	------

(1) 求出 y 关于 x 的线性回归方程, 并预测 2025 年水产品年产量能否实现目标;

(2) 为了系统规划渔业科技推广工作, 研究人员收集了 2019 年全国 32 个地区 (含中农发集团) 渔业产量、渔业从业人员、渔业科技推广人员的数据, 渔业年产量超过 90 万吨的地区有 14 个, 有渔业科技推广人员高配比 (配比=渔业科技推广人员总数: 渔业从业人员总数) 的地区有 16 个, 其中年产量超过 90 万吨且高配比的地区有 4 个, 能否有 95% 的把握认为“渔业科技推广人员配比和年产量”有关系.

附: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{\beta}x + \hat{\alpha}$ 的斜率和截距的最小二乘法估计分

$$\text{别为 } \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}, \quad K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

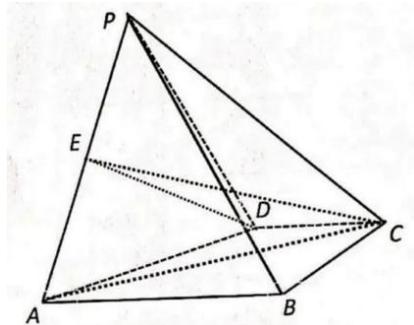
参考数据 $\bar{y} = 6.545$, $\sum_{i=1}^4 x_i y_i = 65.83$

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 已知 $PA=PC$, $AB=BC$

(1) 求证: $PB \perp AC$;

(2) 若平面 $PCD \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel CD$, 且 $AB = 2CD = 2$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle PCD = 45^\circ$, E 为线段 AP 的中点, 求点 D 到平面 EAC 的距离.



20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 + \ln x - (a+1)x$.

(1) 当 $a = -4$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间与极值;

(2) 当 $a \geq 1$ 时, 证明: $f(x)$ 只有一个零点.

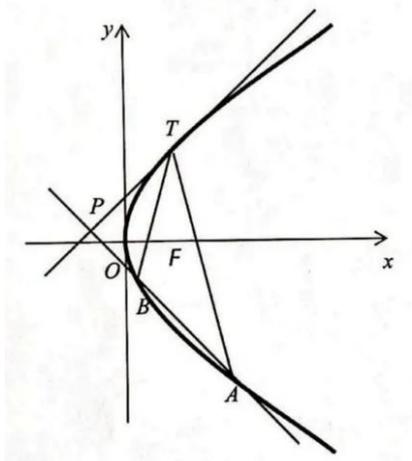
21. (本小题满分 12 分)

已知点 F 是抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 $T(1, y) (y > 0)$ 在抛物线 E 上, 且 $|TF| = 2$

(1) 求抛物线 E 的方程;

(2) 直线 $l: y = -x + m$ 与抛物线 E 交于 A, B 两点, 设直线 TA, TB 的斜率分别为 k_1, k_2 , 证明: $k_1 + k_2 = 0$;

(3) 直线 l' 是过点 T 的抛物线 E 的切线, 且与直线 l 交于点 P , 探究 $\angle PTB$ 与 $\angle TAB$ 的关系, 并证明你的结论.



请考生在第 22-23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22.选修 4—4：坐标系与参数方程（本小题满分 10 分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = 1 + \frac{1}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
，以坐标原点 O 为极点， x 轴的正半轴

为极轴建立极坐标系，曲线 C 是以 $(2, \frac{\pi}{2})$ 为圆心，且过点 $M(2\sqrt{3}, \frac{2\pi}{3})$ 的圆。

(1) 求曲线 C 的极坐标方程与直线 l 的普通方程；

(2) 直线 l 过点 $P(1,1)$ 且与曲线 C 交于 A, B 两点，求 $|PA|^2 + |PB|^2$ 的值。

23.选修 4—5：不等式选讲（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x) = |x+2| - 2|x-1|$ 。

(1) 求不等式 $f(x) \geq -3$ 的解集；

(2) 若 $a, b \in (-\infty, 1]$ 且满足 $f(a) > f(b)$ ，记 c 是 $f(x)$ 的最大值，证明： $2a + \frac{1}{(a-b)^2} \geq c + 2b$ 。