2022-2023 下学年高三年级 TOP 二十名校猜题大联考(一)

高三文科数学参考答案

1.【答案】 D

【解析】 依题可知:集合 $M=\left\{x\left|x\geqslant\frac{3}{2}\right.\right\}$,$N=\{x|x<2$ 或 $x>3\}$,所以选择 D.

2.【答案】 B

【解析】 因为 $z=\frac{3+a\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}=\frac{6+a+(2a-3)\mathrm{i}}{5}$,又复数 z 在复平面内所对应的点在第四象限,所以 $\begin{cases}6+a>0\\2a-3<0\end{cases}$,解得 $-6<a<\frac{3}{2}$,因此 $a<\sqrt{3}$ 是 $-6<a<\frac{3}{2}$ 必要不充分条件,故答案为 B.

3.【答案】 C

【解析】 设直线 AB 的倾斜角为 θ,$\frac{|AF|}{|BF|}=\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}=\frac{1}{3}$,解得 $\cos\theta=-\frac{1}{2}$,又因为 $\theta\in[0,\pi)$,所以 $\theta=\frac{2\pi}{3}$.

4.【答案】 C

【解析】 因为周期性声音函数是一系列形如 $y=A\sin\omega x$ 的简单正弦型函数之和,每一个函数 $y=A\sin\omega x$ 都是奇函数,所以声音函数是奇函数,A 选项错误;

因为 $f(x)+f(\pi-x)=2\sin x$,所以 $f(x)+f(\pi-x)=0$ 不恒成立,所以 B 选项错误

根据"这个声音的频率 f 是这些正弦型函数中的最低频率,而且其他函数的频率都是 f 的整数倍",又 $f=\frac{|\omega|}{2\pi}$所以 C 选项正确;

因为$\begin{cases}\sin x\leqslant1\\\sin 2x\leqslant1\end{cases}$,所以 $\sin x+\frac{1}{2}\sin 2x\leqslant\frac{3}{2}$,而$\begin{cases}\sin x=1\\\sin 2x=1\end{cases}$无解,所以 D 选项错误;故答案为 C.

5.【答案】 B

【解析】 因为只需考虑从五个位置中选出两个位置放数字 1、2,1、2 位置的所有可能如下表所示:

是否符合题意 / 2的位置 / 1的位置	万位	千位	百位	十位	个位
万位		符合	不符合	不符合	不符合
千位	不符合		符合	不符合	不符合
百位	不符合	不符合		符合	不符合
十位	不符合	不符合	不符合		符合
个位	不符合	不符合	不符合	不符合	

所以数字 1 与 2 相邻且 1 在 2 的左边的概率是为:$\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$,故答案为 B.

6.【答案】 B

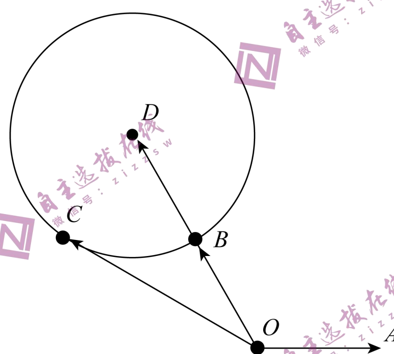
【解析】 设该二阶等差数列为$\{a_n\}$,从数列的第二项开始,每一项与前一项的差构成等差数列$\{b_n\}$,其中$b_1=2$,公差为2;所以$a_{13}=a_1+\frac{12(b_1+b_{12})}{2}=1+\frac{12(2+24)}{2}=157$.

7.【答案】 D

【解析】 因为$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\alpha=\frac{4}{5}$,所以$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha-\frac{1}{2}\cos\alpha=\frac{4}{5}$,即$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{4}{5}$,所以$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{4}{5}$. 故选择D

8.【答案】 B

【解析】 由$|\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2|=\sqrt{3}$得$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$夹角为120°,设$\boldsymbol{e}_1=\overrightarrow{OA}$,$\boldsymbol{e}_2=\overrightarrow{OB}$,$2\boldsymbol{e}_2=\overrightarrow{OD}$,$a=\overrightarrow{OC}$如下图,则点$C$在以点$D$为圆心,半径为1的圆上运动,$|\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{a}|=|\overrightarrow{CA}|\geqslant|\overrightarrow{AD}|-|\overrightarrow{CD}|=|\overrightarrow{AD}|-1$在$\triangle AOD$中易求得$|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{7}$所以当$A$、$D$、$C$三点共线时,最小值为$\sqrt{7}-1$,故答案为B.



9.【答案】 A

【解析】 因为$f(2x+2)$的图象关于$x=-\frac{1}{2}$对称,所以$f(2x+2)=f(2(-x-1)+2)=f(-2x)$,于是$f(t+2)=f(-t)$,所以$f(x)$的周期为4,所以$f(2023)=f(3)=f(-1)$,又因为$f(x)$是定义在$R$上的奇函数,所以$f(-1)=-f(1)=-1$. 故答案为A.

10.【答案】 A

【解析】 根据题意三棱锥$P-ABC$可以补成分别以BC,AB,PA为长、宽、高的长方体,其中PC为长方体的对角线,则三棱锥$P-ABC$的外接球球心即为PC的中点,要使三棱锥$P-ABC$的外接球的体积最小,则PC最小.

设$AB=x$,则$PA=x$,$BC=6-x$,$|PC|=\sqrt{3(x^2-4x+12)}$,所以当$x=2$时,$|PC|_{\min}=2\sqrt{6}$,则有三棱锥$P-ABC$的外接球的球半径最小为$\sqrt{6}$,所以$V_{\min}=\frac{4}{3}\pi R^3=8\sqrt{6}\pi$.

11.【答案】 B

【解析】 当$n=1$时,$2S_1=2a_1=3a_1-1$,可得$a_1=1$;

当$n\geqslant2$时,$2S_n=3a_n-1$,$2S_{n-1}=3a_{n-1}-1(n\geqslant2)$,相减得$a_n=3a_{n-1}(n\geqslant2)$,

所以数列$\{a_n\}$是以3为公比的等比数列,则$a_n=3^{n-1}$;

由$f(x+1)=\frac{1+f(x)}{1-f(x)}$,$f(2)=\sqrt{2}-1$可得$f(1)=1-\sqrt{2}$,$f(3)=\sqrt{2}+1$,$f(4)=-1-\sqrt{2}$,

$f(5)=1-\sqrt{2}$.

12.【答案】 C

【解析】 由已知得 $x^2f(x)+2xf(x)=\ln x$

设 $g(x)=x^2f(x)$，则 $g'(x)=\ln x$，$f(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

$f'(x)=\dfrac{x\ln x-2g(x)}{x^3}$，设 $h(x)=x\ln x-2g(x)$，则 $h'(x)=\ln x+1-2g'(x)=1-\ln x$

$\therefore$ 当 $0<x<\mathrm{e}$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增；当 $x>\mathrm{e}$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减

$\therefore h(x)\leqslant h(\mathrm{e})=\mathrm{e}\ln \mathrm{e}-2g(\mathrm{e})=\mathrm{e}-2\times\mathrm{e}^2\times\dfrac{1}{2\mathrm{e}}=0$，$\therefore f'(x)\leqslant 0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减

又 $\because \sin\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{3}<\tan\dfrac{1}{3}$，$\therefore f\left(\tan\dfrac{1}{3}\right)<f\left(\dfrac{1}{3}\right)<f\left(\sin\dfrac{1}{3}\right)$.

13.【答案】 8

【解析】 由茎叶图可知甲班成绩的中位数是 85，所以可得 $\dfrac{76+78+85+80+y+98}{5}=85$，解得：$y=8$. 故答案为 8.

14.【答案】 $-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

【解析】 因为函数 $f(x)=3\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期为 π，所以 $\omega=2$；又由函数 $f(x)$ 图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 对称，可得 $\dfrac{2\pi}{3}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，且 $|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=-\dfrac{\pi}{6}$；则 $f(x)=3\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，所以 $f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

15.【答案】 $a\geqslant 1$

【解析】 $f'(x)=\dfrac{(2x)(x-1)-(x^2-a)}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x+a}{(x-1)^2}$，函数 $f(x)=\dfrac{x^2-a}{x-1}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，则当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)\geqslant 0$ 恒成立，$\therefore x^2-2x+a\geqslant 0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，

于是 $a\geqslant(2x-x^2)_{max}$，$\because x>1$ 时，$2x-x^2<1$，$\therefore a\geqslant 1$.

16.【答案】 $2\sqrt{5}$

【解析】 $A(2,0)$，$B(0,4)$. $2|MA|+|MB|=2\left(|MA|+\dfrac{1}{2}|MB|\right)$，设 $C(0,n)$，点 M 在圆上运动时，始终有 $|MC|=\dfrac{1}{2}|MB|$，设 $M(x_0,y_0)$ 则有 $x_0^2+(y_0-n)^2=\dfrac{1}{4}[x_0^2+(y_0-4)^2]$，又有 $x_0^2+y_0^2=4$，可得 $2(1-n)y_0+(n^2-1)=0$ 即 $(1-n)(2y_0-1-n)=0$，所以 $n=1$，$C(0,1)$

$\therefore 2|MA|+|MB|=2\left(|MA|+\dfrac{1}{2}|MB|\right)=2(|MA|+|MC|)\geqslant 2|AC|=2\sqrt{5}$.

17.【答案】 见解析

【解析】 (1)因为 $b\cos A-a\cos B=a+c$，

由余弦定理得 $b\cdot\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}-a\cdot\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=a+c$，

即 $a^2+c^2-b^2=-ac$，…………………………………………………………… 2 分

所以 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=-\dfrac{1}{2}$. …………………………………………… 3 分

又 $B\in(0,\pi)$，……………………………………………………………………… 4 分

所以 $B=\dfrac{2\pi}{3}$ ……………………………………………………………………… 5 分

(2)由余弦定理得：$a^2+c^2-25=-ac$，…………………………………………… 6 分

由三角形面积公式，$\dfrac{1}{2}(a+b+c)\cdot r=\dfrac{1}{2}ac\sin B$，即 $a+c=2ac-5$，……………… 7 分

联立得 $ac=\dfrac{4}{21}$，……………………………………………………………… 9 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{21}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{21\sqrt{3}}{16}$ ……………………………………………… 12 分

18.【答案】 (1)连接 DF、OF

在 $\triangle ABC$ 中，O、F 分别为 AB、BC 的中点，

所以 $OF /\!/ AC$

因为 $AC\subset$ 平面 ACE，$OF\not\subset$ 平面 ACE

所以 $OF /\!/$ 平面 ACE，…………………………………………………………… 2 分

在矩形 $OAED$ 中，$OD /\!/ AE$

同理可得 $OD /\!/$ 平面 ACE，……………………………………………………… 3 分

又 $OF\cap OD=O$

所以平面 $ODF /\!/$ 平面 ACE，……………………………………………………… 4 分

因为 $DF\subset$ 平面 ODF

所以 $DF /\!/$ 平面 ACE，…………………………………………………………… 5 分

(2)由(1)可知，$OD /\!/$ 平面 ACE

所以 $V_{C-ADE}=V_{D-ACE}=V_{O-ACE}$，………………………………………………… 8 分

由题可知，$DO\perp$ 平面 ABC，所以 $EA\perp$ 平面 ABC

所以 $EA\perp BC$，$EA\perp AC$

又在圆 O 中，$BC\perp AC$，且 $AC\cap EA=A$，所以 $BC\perp$ 平面 ACE

又 O 为 AB 中点

则点 O 到平面 ACE 的距离为 $\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，……………………………………… 10 分

在 $\triangle ACE$ 中，$\angle AEC=30°$，$AC=1$ 所以 $AE=\sqrt{3}$，……………………………… 11 分

$V_{C-ADE}=V_{D-ACE}=V_{O-ACE}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{4}$

所以三棱锥 $C-ADE$ 的体积为 $\dfrac{1}{4}$ ……………………………………………… 12 分

19.【答案】 见解析

【解析】 (1)由表格数据知道：$n=1\ 870+600=2470$，

所以 $a=1\ 870-880=990$，$b=1\ 170-990=180$，

$d=600-180=420$，$t=880+420=1\ 300$，……………………………………………………… 4 分

所以 $K^2=\dfrac{2470(990\times420-880\times180)^2}{1\ 170\times1\ 300\times1\ 870\times600}=\dfrac{247\times33}{85}\approx95.894>6.635$，………………………… 6 分

故能在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为老年人身体虚弱与性别有关系 ………… 8 分

（2）由频率估计概率知：从当地随机调查一名 65 岁以上男性老年人虚弱的概率为 $\dfrac{180}{1\ 170}=\dfrac{2}{13}$，

……………………………………………………………………………………………… 10 分

所以随机调查两位 65 岁以上男性老年人恰有一人虚弱的概率为 $2\times\dfrac{2}{13}\times\dfrac{11}{13}=\dfrac{44}{169}$. ……… 12 分

20.【答案】 见解析

【解析】 （1）$\because$ H 纵坐标为 5，$\therefore$ $|HF|=5+\dfrac{p}{2}$，过 H 做 $HM\perp x$ 轴于 M，

$\because \cos\angle OFH=-\dfrac{2}{3}$，$\therefore \cos\angle HFM=\dfrac{2}{3}$ ，$|FM|=5-\dfrac{p}{2}$

$\therefore \cos\angle HFM=\dfrac{|FM|}{|FH|}=\dfrac{5-\dfrac{p}{2}}{5+\dfrac{p}{2}}=\dfrac{2}{3}$ ，解得 $p=2$.

$\therefore$ 所以抛物线 E 的方程为 $x^2=4y$. ……………………………………………………… 4 分

（2）根据题意直线 AB 的斜率存在，设直线 AB 的方程为 $y=kx+b$

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，AB 中点 $D(x_0,y_0)$

由 $\begin{cases}y=kx+b\\x^2=4y\end{cases}\Rightarrow x^2-4kx-4b=0$

$k^2+b>0$，$x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4b$，

$\therefore$ $|AB|=\sqrt{(1+k^2)(16k^2+16b)}=6$，则 $b=\dfrac{9}{4(k^2+1)}-k^2$ ……………………………………… 6 分

. $y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}=\dfrac{\dfrac{x_1^2+x_2^2}{4}}{2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{8}=\dfrac{16k^2+8b}{8}=2k^2+b$，

$\because$ AB 的中点到准线的距离等于 $y_0+\dfrac{p}{2}=y_0+1$，$\therefore$ 当 y_0 最小时，AB 的中点到准线的距离最短.

$\because$ $y_0=k^2+\dfrac{9}{4(k^2+1)}=(k^2+1)+\dfrac{9}{4(k^2+1)}-1\geq2\sqrt{\dfrac{9}{4}}-1=2$，

当且仅当 $(k^2+1)=\dfrac{9}{4(k^2+1)}$ 时，解得 $k=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $b=1$. ………………………………… 10 分

所以直线 AB 的方程为 $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+1$ 或 $y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+1$. ……………………………………… 12 分

21.【答案】 见解析

【解析】 （1）$f(x)=ax^2$ 得 $a=\dfrac{e^x}{x^2}$，设 $g(x)=\dfrac{e^x}{x^2}$ ，$g'(x)=\dfrac{e^x x^2-2x\,e^x}{x^4}=\dfrac{e^x x(x-2)}{x^4}$

$\therefore$ $0<x<2$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；$x>2$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增 …………………… 2 分

$\therefore g(x)\geqslant g(2)=\dfrac{e^2}{4}$，又当 $x\to 0$ 时，$g(x)\to+\infty$；当 $x\to+\infty$ 时，$g(x)\to+\infty$；

$\therefore$ 若 $x>0$，函数 $f(x)$ 的图象与函数 $y=ax^2(a>0)$ 的图象有两个公共点，则 $a>\dfrac{e^2}{4}$． ………… 4 分

(2)①设 $h(x)=\dfrac{f(x)-1}{x}=\dfrac{e^x-1}{x}$，$h'(x)=\dfrac{e^x x-(e^x-1)}{x^2}=\dfrac{e^x(x-1)+1}{x^2}$，设 $t(x)=e^x(x-1)+1$

$t'(x)=e^x x$，$\because x\in(0,1)$，$\therefore t'(x)>0$，$t(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，

$\therefore 0<t(x)<1$，从而 $h'(x)>0$，$h(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递增，$\therefore h(x)<h(1)=e-1$

$\therefore \dfrac{f(x)-1}{x}<n$ 在 $x\in(0,1)$ 恒成立，则 $n\geqslant e-1$． ………………………………………………… 6 分

②$m<\dfrac{f(x)-1}{x}$ 在 $x\in(0,1)$ 恒成立 $\Leftrightarrow e^x-mx-1>0$ 在 $x\in(0,1)$ 恒成立． ……………………… 7 分

设 $u(x)=e^x-mx-1$，$u'(x)=e^x-m$，$\because x\in(0,1)$，$e^x\in(1,e)$

$\therefore$ 当 $m\leqslant 1$，$u'(x)>0$，$u(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递增，$u(x)>u(0)=0$，满足条件． ……………… 8 分

当 $1<m<e$ 时，$u'(x)=0\Rightarrow x=\ln m$

若 $x\in(0,\ln m)$ 时，$u(x)$ 单调递减，$u(x)<u(0)=0$，不满足条件． …………………………… 9 分

当 $m\geqslant e$ 时，$u'(x)<0$，$u(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递减，$\therefore u(x)<u(0)=0$，不满足条件． …………… 10 分

综上所述，$m<\dfrac{f(x)-1}{x}$ 在 $x\in(0,1)$ 恒成立，则 $m\leqslant 1$． ……………………………………… 11 分

故 $n-m$ 的最小值为 $(e-1)-1=e-2$． ………………………………………………………… 12 分

22.【答案】 见解析

【解析】 (1)曲线 C_1 的一般方程为：$x^2+(y-2)^2=4$，极坐标系方程为 $\rho=4\sin\theta$，曲线 C_1 是以 $(0,2)$ 为圆心，以 2 为半径的圆．

曲线 C_2 的一般方程为：$(x-1)^2+y^2=a^2$，极坐标系方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta+1-a^2=0$，曲线 C_2 是以 $(1,0)$ 为圆心，以 a 为半径的圆． ………………………………………………………… 4 分

(2)求曲线 C_1、C_2 的交点

$\begin{cases}\rho=4\sin\theta\\ \rho^2-2\rho\cos\theta+1-a^2=0\end{cases}\Rightarrow 16\sin^2\theta-8\sin\theta\cos\theta+1-a^2=0$，

根据题意交点在直线 $\theta=\alpha_0$，所以有 $16\sin^2\alpha_0-8\sin\alpha_0\cos\alpha_0+1-a^2=0$ …………………… 6 分

$\because \tan\alpha_0=\dfrac{1}{2}$ $\therefore 16\sin^2\alpha_0-8\sin\alpha_0\cos\alpha_0+1-a^2=0$ 可化为 $\dfrac{16\sin^2\alpha_0-8\sin\alpha_0\cos\alpha_0}{\sin^2\alpha_0+\cos^2\alpha_0}=a^2-1$，即

$\dfrac{16\tan^2\alpha_0-8\tan\alpha_0}{\tan^2\alpha_0+1}=a^2-1$ ………………………………………………………………… 8 分

代入得 $a^2-1=0$，又 $a>0$，所以 $a=1$． ………………………………………………………… 10 分

23.【答案】 (1)$k=1$，$f(x)=|2\sin x-1|+1$

$f(x)\leqslant 2$，即 $|2\sin x-1|+1\leqslant 2$，$0\leqslant\sin x\leqslant 1$

所以不等式的解集为 $\{x|2k\pi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\}$． ……………………………………………… 5 分

(2)$h(x)\geqslant 3$，即 $|2\sin x-k|+k+|2\sin x-1|\geqslant 3$

当 $x\in\mathbf{R}$ 时，$|2\sin x-k|+|1-2\sin x|+k\geqslant|2\sin x-k+1-2\sin x|+k$，

所以有 $|1-k|+k\geqslant 3$， …………………………………………………………………………… 8 分

①$k\leqslant 1$，$|1-k|+k=1$，$|1-k|+k\geqslant 3$ 无解；

②$k>1$，$|1-k|+k=2k-1\geqslant 3$，解得 $k\geqslant 2$；

综上可得 $k\in[2,+\infty)$． ………………………………………………………………………… 10 分