绝密★启用前（新高考卷）

数学试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $z=1+i$，则

A. $|z+1|=2$　　B. $\frac{1}{z}=1-i$　　C. $z^2=-2i$　　D. $z\cdot\bar{z}=2$

2. 已知函数 $f(x)=\log_2\frac{1-x}{x}$，$f(x+1)$ 的定义域为 M，$f(2x)$ 的定义域为 N，则

A. $M=N$　　B. $M\cap N=\varnothing$　　C. $M\subseteq N$　　D. $N\subseteq M$

3. $\left(2x-\frac{1}{x^4}\right)^5$ 的展开式中的常数项为(　　)

A. -80　　B. 80　　C. -16　　D. 16

4. 函数 $f(x)=(\sin x+\cos x)\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ 在下列区间单调递减的是

A. $[\frac{3\pi}{4},\frac{7\pi}{4}]$　　B. $[\frac{3\pi}{8},\frac{7\pi}{8}]$　　C. $[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$　　D. $[-\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{8}]$

5. 设 α，β 为两个平面，则 $\alpha\perp\beta$ 的充要条件是

A. α，β 平行于同一个平面　　B. α，β 垂直于同一个平面

C. α 内一条直线垂直于 β 内一条直线　　D. α 内存在一条直线垂直于 β

6. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，A 为 C 上一点，且 $\overrightarrow{F_1F_2}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，若 $\tan\angle AF_1F_2=\frac{5}{12}$，则 C 的离心率为

A. $\frac{2}{3}$　$\frac{6}{9}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{2}{5}$　$\sqrt{15}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$

7. 数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$\frac{1}{a_n a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}-\frac{2}{a_{n+1}}$，则$a_{100}=$

A. $2^{101}-3$　　B. $2^{100}-1$　　D. [illegible]

8. 已知$e^{2a}-2ae^{a}=e^{2b}-be^{b}$，则

A. $a+b\geqslant 0$　　B. $a+b\leqslant 0$　　C. $ab\geqslant 0$　　D. $ab\leqslant 0$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$为两个互相垂直的单位向量，则

A. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2$

B. $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$

C. $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$

D. $\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$

10. 过圆$C_1:x^2-2x+y^2=0$上的点P作圆$C_2:x^2+y^2-8x+8y+28=0$的切线，切点为Q，则

A. 圆C_1与圆C_2的圆心距为5

B. 直线$x=2$是圆C_1，圆C_2的公切线

C. $|PQ|$的最大值是$\sqrt{21}+1$

D. $|PQ|$的最小值是$2\sqrt{3}$

11. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，且$S_4=S_6\neq 0$，则

A. $a_5=0$　　B. $a_4+a_6=0$　　C. $S_{10}=0$　　D. $S_2+S_{11}=a_3$

12. 已知$a=\cos\frac{\pi}{7}$，$b=\cos\frac{2\pi}{7}$，$c=\cos\frac{4\pi}{7}$，且计算可知$a-b-c=\frac{1}{2}$，则

A. $a+2c^2=1$

B. $a^2+b^2+c^2=\frac{5}{4}$

C. $abc=-\frac{1}{8}$

D. $(a+1)(b+1)(c+1)=\frac{1}{8}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 双曲线$\frac{x^2}{\lambda-2}+\frac{y^2}{\lambda}=1$的焦距为______.

14. 函数$f(x)=4^x-2^{x+1}+3$在$(-\infty,\frac{1}{2}]$的值域为______.

15. 若随机变量ξ的数学期望和方差分别为$E(\xi)$，$D(\xi)$，则对于任意$\varepsilon>0$，不等式$P(|\xi-E(\xi)|\geqslant\varepsilon)\leqslant\frac{D(\xi)}{\varepsilon^2}$成立.某次考试满分150分，共有1200名学生参加考试，全体学生的成绩$\xi\sim N(90,6^2)$，则分数不低于110分的学生不超过______人.

16. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA=PB=2$，$PC=\sqrt{3}$，底面 ABC 是边长为2的等边三角形，则在三棱锥 $P-ABC$ 内，半径最大的球的表面积为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

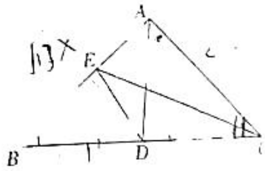
已知等比数列 $\{a_n\}$ 是递增数列，且 $a_2=-4$，$a_3=-1$.

（1）求数列 $\{a_n+n\}$ 的前 n 项和 S_n；

（2）求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

如图，在△ABC 中，D 为边 BC 的中点，$\angle ACB$ 的平分线分别交 AB，AD 于 E，F 两点.



（1）证明：$\sin\angle ABC\cdot\sin\angle CAD=\sin\angle ACB\cdot\sin\angle BAD$；

（2）若 $\angle BAC=\dfrac{\pi}{2}$，$\sin\angle ABC=\dfrac{2}{3}$，$AD=\dfrac{3}{2}$，求 DE.

19.（12 分）

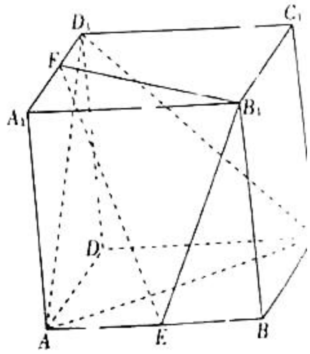
某中学面向全校所有学生开展一项有关每天睡眠时间的问卷调查，调查结果显示，每天睡眠时间少于 7 小时的学生占到 40%，而每天睡眠时间不少于 8 小时的学生只有 10%. 现从所有问卷中随机抽取 4 份问卷进行回访（视比率为概率）.

（1）求抽取到的问卷中至少有两份调查结果为睡眠时间不少于 7 小时的概率；

（2）记抽取到的问卷中调查结果为少于 7 小时的份数为 X，求 X 的概率分布及数学期望 $E(X)$.

20.（12 分）

如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为 AB，A_1D_1 的中点.



（1）证明：EF // 平面 ACD_1；

（2）设平面 B_1EF 与平面 ACD_1 的交线为 l，求二面角 B_1-l-C 的正弦值.

21.（12 分）

已知抛物线 $C: y^2 = 2px(p>0)$ 的焦点为 F，过 F 且不垂直于 x 轴的直线 l 交 C 于 A，B 两点，且当 l 倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 时，$|AF| - 2|BF| = 6\sqrt{2} - 4$.

（1）求 C 的方程；

（2）设 P 为 x 轴上一点，且 $|PA| = |PB|$，证明：$\triangle ABP$ 的外接圆过定点.

22.（12 分）

已知函数 $f(x) = \mathrm{e}^x + \cos x - x - 2$，$g(x) = 2\ln x - x + \frac{1}{x}$.

（1）$x = 0$ 是否为 $f(x)$ 的极值点？说明理由；

（2）设 $f\left(\frac{1}{4}\right) = g(x_0)$，证明：$f(\ln^2 x_0) < g\left(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}\right)$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。