绝密★启用前

2022—2023学年高中毕业班阶段性测试(四)

理科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|y=\sqrt{x}\}$,$B=\{x|y=\ln|x-1|\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{x|x\geqslant 0\}$　　B. $\{x|x>1\}$

C. $\{x|0\leqslant x<1$ 或 $x>1\}$　　D. $\{x|0\leqslant x<1\}$

2. 若 $\bar{z}(1+2i)=11+2i$,则 $z=$

A. $3+4i$　　B. $3-4i$　　C. $4+3i$　　D. $4-3i$

3. 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的导函数为 $f'(x)$,则“$f'(x_0)=0$”是“x_0 是 $f(x)$ 的极值点”的

A. 充分必要条件　　B. 既不充分也不必要条件

C. 充分不必要条件　　D. 必要不充分条件

4. 在平行四边形 $ABCD$ 中,点 E,F 分别在边 CD,BC 上,$DE=EC,CF=2BF$,设 $\overrightarrow{AE}=\boldsymbol{m}$,$\overrightarrow{AF}=\boldsymbol{n}$,则 $\overrightarrow{AC}=$

A. $\frac{3}{4}\boldsymbol{m}+\frac{1}{2}\boldsymbol{n}$　　B. $\frac{1}{2}\boldsymbol{m}+\frac{3}{4}\boldsymbol{n}$　　C. $\frac{3}{5}\boldsymbol{m}+\frac{4}{5}\boldsymbol{n}$　　D. $\frac{4}{5}\boldsymbol{m}+\frac{3}{5}\boldsymbol{n}$

5. $\left(1+\frac{x}{y}\right)(x+2y)^6$ 的展开式中 x^2y^4 的系数为

A. 192　　B. 240　　C. 432　　D. 256

6. 若 $\frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}=\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta}$,则 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=$

A. 3　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. 1

7. 已知 A 为抛物线 $C:y^2=4x$ 上在第一象限内的一个动点，$M(-1,0)$，O 为坐标原点，F 为 C 的焦点，若 $\tan\angle AMO=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，则直线 AF 斜率的绝对值为

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

8. 若棱长均相等的正三棱柱的体积为 $16\sqrt{3}$，且该三棱柱的各个顶点均在球 O 的表面上，则球 O 的表面积为

A. $\dfrac{28}{3}\pi$　　B. $\dfrac{112}{9}\pi$　　C. 6π　　D. $\dfrac{112}{3}\pi$

9. 下表为某外来生物物种入侵某河流生态后的前 3 个月繁殖数量 y（单位：百只）的数据，通过相关理论进行分析，知可用回归模型 $y=e^{1+at}$ $(a\in\mathbf{R})$ 对 y 与 t 的关系进行拟合，则根据该回归模型，预测从第（　　）个月开始该物种的繁殖数量超过 5 000 只（参考数据：$e^3\approx20.09$，$e^4\approx54.60$）

第 t 个月	1	2	3
繁殖数量 y	$e^{1.4}$	$e^{2.2}$	$e^{2.4}$

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

10. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $A=2B$，则 $\dfrac{3a-c}{b}$ 的取值范围为

A. $(3,4]$　　B. $\left(\dfrac{7}{3},\dfrac{12}{5}\right]$　　C. $\left(3,\dfrac{13}{4}\right]$　　D. $(2,5]$

11. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左顶点为 A，点 $B\left(0,\dfrac{b}{2}\right)$，直线 AB 与双曲线的两条渐近线分别交于 P,Q 两点，若线段 PQ 的垂直平分线经过双曲线的右顶点，则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

12. 已知函数 $f(x)=xe^x-a\ln x+x-x^{a+1}$，若 $f(x)>0$ 在定义域上恒成立，则实数 a 的取值范围是

A. $(-\infty,e)$　　B. $[0,e)$　　C. $(-\infty,1)$　　D. $[0,1)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知随机变量 $X\sim N(1,\sigma^2)$，且 $P\left(X\leqslant\dfrac{3}{2}\right)=2P\left(X>\dfrac{3}{2}\right)$，则 $P\left(1\leqslant X<\dfrac{3}{2}\right)=$ ________.

14. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\leqslant0,\\x+1\geqslant0,\\x-2y+4\geqslant0,\end{cases}$ 则 $z=3x+y$ 的最大值为 ________.

15. 已知圆锥内有一个内接圆柱,圆柱的底面在圆锥的底面内,当圆柱与圆锥体积之比最大时,圆柱与圆锥的底面半径之比为__________.

16. 已知函数 $f(x)=2\cos^2\omega x-\sin 2\omega x(0<\omega<4)$,若当 $x\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)\cup\left(\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right)$ 时,总有 $f(x)>0$,则 ω 的最大值为__________.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤. 第 17 ~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分. 全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

17. (12 分)

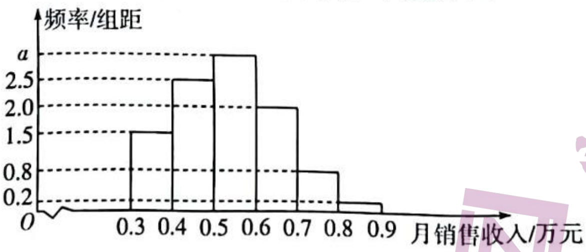
已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{n^2-5n}{2}$.

(Ⅰ)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ)设 $b_n=\begin{cases}a_n, n\leqslant 10,\\ 2b_{n-10}, n>10,\end{cases}$ 求数列 $\{b_n\}$ 的前 30 项和.

18. (12 分)

某超市为改善某产品的销售状况并制订销售策略,统计了过去 100 天该产品的日销售收入(单位:万元)并分成六组制成如图所示的频率分布直方图.



(Ⅰ)求 a 的值并估计过去 100 天该产品的日销售收入的平均值 $\bar{x}$;(同一区间数据以中点值作代表)

(Ⅱ)该超市过去 100 天中有 30 天将该商品降价销售,在该商品降价的 30 天中有 18 天该产品的日销售收入不低于 0.6 万元,判断能否有 97.5% 的把握认为该商品的日销售收入不低于 0.6 万元与该日是否降价有关.

附:$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

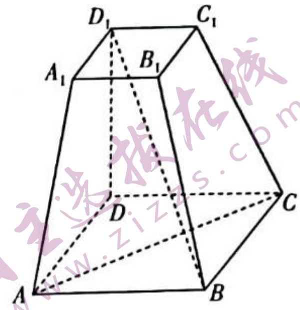
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.025	0.010
k_0	3.841	5.024	6.635

19. (12 分)

如图所示，四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的上、下底面均为正方形，且 $DD_1\perp$ 底面 $ABCD$.

(Ⅰ)证明：$AC\perp BD_1$；

(Ⅱ)若 $AD=DD_1=2A_1D_1=2$，求二面角 $A-BB_1-C$ 的正弦值.



20. (12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x\cdot\cos x$.

(Ⅰ)设 x_0 是 $f(x)$ 的最小零点，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线方程；

(Ⅱ)证明：当 $x\in(0,\pi]$ 时，$f(x)<\dfrac{1}{e}$.

21. (12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{2}{3}$，且 $\left(\sqrt{7},\dfrac{\sqrt{10}}{3}\right)$ 为 C 上一点.

(Ⅰ)求 C 的标准方程；

(Ⅱ)点 A，B 分别为 C 的左、右顶点，M，N 为 C 上异于 A，B 的两点，直线 MN 不与坐标轴平行且不过坐标原点 O，点 M 关于原点 O 的对称点为 M'，若直线 AM' 与直线 BN 相交于点 P，直线 OP 与直线 MN 相交于点 Q，证明：点 Q 位于定直线上.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修 4－4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{4t}{4+t^2},\\ y=\dfrac{8-2t^2}{4+t^2}\end{cases}$ (t 为参数)，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=4$.

(Ⅰ)求曲线 C 的普通方程；

(Ⅱ)若 P 为 C 上一动点，求 P 到 l 的距离的取值范围.

23. [选修 4－5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=\left|2x+\dfrac{1}{2}\right|+\left|2x-\dfrac{1}{2}\right|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)<3$ 的解集；

(Ⅱ)设 $f(x)$ 的最小值为 M，若正实数 a，b 满足 $\dfrac{2a}{a+2}+\dfrac{b}{b+1}=M$，证明：$a+b\geqslant\dfrac{3}{2}$.