

华大新高考联盟 2017 届高三 5 月教学质量测评

理科数学

命题: 华中师范大学考试研究院

成绩查询网址: huada. onlyets. com 微信公众号成绩查询关注: ccnu-testing

本试题卷共 4 页, 23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

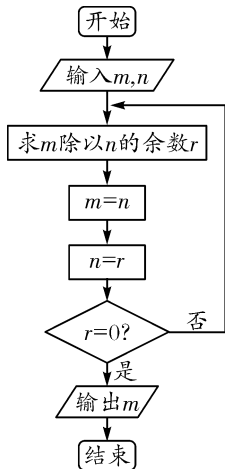
注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上, 并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答: 先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后, 请将答题卡上交。

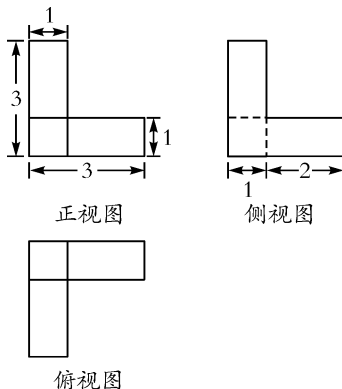
第 I 卷

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是满足题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $2 + zi = z - 2i$ (i 为虚数单位), 则复数 z 的模 $|z| =$
 - A. 2
 - B. $\sqrt{2}$
 - C. $\sqrt{3}$
 - D. 3
2. 已知命题 p : 实数的平方是非负数, 则下列结论正确的是
 - A. 命题 $\neg p$ 是真命题
 - B. 命题 p 是特称命题
 - C. 命题 p 是全称命题
 - D. 命题 p 既不是全称命题也不是特称命题
3. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 若输入 $m = 168, n = 72$, 则输出 m 的值为
 - A. 72
 - B. 24
 - C. 12
 - D. 6



第 3 题图



第 4 题图

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题 ~ 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22 题 ~ 23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分

13. $\left(\frac{2}{x} + x + 1\right)(1 - 2\sqrt{x} + x)^4$ 的展开式中 x 的系数是_____ (用数字作答).

14. S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 > 0$, 当且仅当 $n = 10$ 时 S_n 最大, 则 $\frac{S_{12}}{a_{12}}$ 的取值范围为_____.

15. 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 和偶函数 $g(x)$ 满足 $f(x) = 2g(x) + \frac{x-4}{x^2+1}$, 则下列结论中正确的序号是_____.

① $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$; ② $f(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上单调递减; ③ $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增; ④ 若

$f\left(\frac{1}{x^2+1}\right) + f(4x - 4x^2 - 2) \geq 0$, 则 $x \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right] \cup [1, +\infty)$.

16. 已知点 P 是直线 $x - y - 2 = 0$ 上的动点, 过点 P 作抛物线 $C: x^2 = 2py (0 < p < 4)$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 线段 AB 的中点为 M , 连接 PM , 交抛物线 C 于点 N . 若 $\overrightarrow{PM} = \lambda \overrightarrow{PN}$, 则 $\lambda =$ _____.

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分) 已知向量 $\mathbf{a} = \left(2\sin x - 1, \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)\right)$, $\mathbf{b} = \left(1, \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)\right)$, $\mathbf{c} = (\cos x, 1)$, $f(x) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间;

(2) $\triangle ABC$ 的角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c , 且 a^2, b^2, c^2 成等差数列, 求 $f(B)$ 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分) 某市政协课题组成员为了解中学生的身体素质状况, 决定在该市高二的 14400 名男生和 9600 名女生中按分层抽样的方法抽取 30 名学生, 对他们课余参加体育锻炼时间进行问卷调查, 将学生课余参加体育锻炼时间的情况分三类: A 类(课余不参加体育锻炼), B 类(课余参加体育锻炼但平均每周参加体育锻炼的时间不超过 3 小时), C 类(课余参加体育锻炼且平均每周参加体育锻炼的时间超过 3 小时). 调查结果如下表:

	A 类	B 类	C 类
男生	5	x	5
女生	y	5	3

(1) 求出表中 x, y 的值;

(2) 根据表格统计数据, 完成下面的列联表, 并判断是否有 90% 的把握认为“课余不参加体育锻炼”与性别有关;

	男生	女生	总计
课余不参加体育锻炼			
课余参加体育锻炼			
总计			

(3) 从抽出的女生中再抽取 3 人进一步了解情况, 记 X 为抽取的这 3 名女生中 A 类人数和 C 类人

数差的绝对值,求 X 的均值(即数学期望).

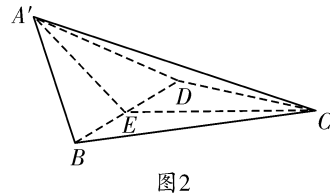
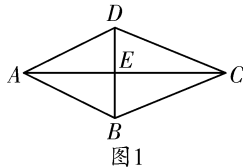
$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.01
k_0	2.706	3.841	6.635

19. (本小题满分 12 分) 如图 1, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 E , $\angle BAD = 60^\circ$, 将 $\triangle BAD$ 折起, 使得点 A 到点 A' 的位置, 点 P 满足 $\vec{CP} = \lambda \vec{CA'} + (1-\lambda)\vec{CE}$.

(1) 证明: $BD \perp CP$;

(2) 若 $\lambda = \frac{1}{2}$, 二面角 $A'-BD-C$ 为 120° , 求直线 BP 与平面 $A'CD$ 所成的角的正弦值.



20. (本小题满分 12 分) 已知点 P 为一动点, 点 A 的坐标为 $(1, \frac{3}{2})$, 点 B 的坐标为 $(1, -\frac{3}{2})$. 两条不同的直线 PA, PB 与 x 轴交点的横坐标分别为 m, n 且满足 $mn = 4$, 记动点 P 的轨迹及 A, B 两点组成曲线 C . 设过点 $(0, 1)$ 且斜率为 k 的直线 l 与曲线 C 交于不同的两点 M, N , 线段 MN 的中点为 E 点, 直线 OE 与曲线 C 交于 Q, R 两点.

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 若 $|EM| \cdot |EN| = \lambda |EQ| \cdot |ER|$, 求实数 λ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = \sin x - x \cos x (x \geq 0)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的图象在 $(\frac{\pi}{2}, 1)$ 处的切线方程;

(2) 若 $a \geq \frac{1}{3}$, 则 $\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 不等式 $f(x) \leq ax^3$ 是否恒成立? 并说明你的理由;

(3) 若 $m = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$, $g(x) = \frac{6m}{(4-\pi)x^2} f(x)$, 证明:

$$\left[1 + g\left(\frac{1}{3}\right)\right] \left[1 + g\left(\frac{1}{3^2}\right)\right] \left[1 + g\left(\frac{1}{3^3}\right)\right] \cdots \left[1 + g\left(\frac{1}{3^n}\right)\right] < \sqrt{e}.$$

请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多选, 则按所做的第一题计分, 作答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 4\cos \theta, \\ y = -1 + 4\sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 在以点 O 为极点, x 轴的

正半轴为极轴的极坐标系中, 直线 $l: \rho = \frac{2\sqrt{2}m}{\sin(\theta + \frac{\pi}{4})}$ (m 为常数).

(1) 求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 当 $|AB| = 4$ 时, 求实数 m 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+2| + |x-3|$.

(1) 证明: $f(x) \geq f(0)$;

(2) 若 $\forall x \in \mathbf{R}$, 不等式 $3f(x) > f(a+1)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.