数学(理科)试卷

2023.

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分150分，考试时间120分钟
2. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；第Ⅱ卷请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效**
3. 本卷命题范围：高考范围。

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|0<2x+1<4\}$，$B=\{x|\ln|x|>0\}$，则 $A\cap B=$ C

A. $(-\infty,-1)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$　　B. $(-1,0)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

C. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},0\right)\cup(0,1)$

2. 若 $z(1-i)^2=2+2i$，则 $z=$ C

A. 2　　B. $1+i$

C. $-1+i$　　D. $1-i$

3. 已知 $\tan\alpha\sin 2\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\cos 2\alpha=$ D

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{2}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

4. 在五场篮球比赛中，甲、乙两名运动员得分的茎叶图如图所示. 下列说法正确的是 B

甲		
2 1	0	
0	1	
	2	
8 9	3	

A. 甲得分的中位数和极差都比乙大

B. 甲得分的中位数比乙小，但极差比乙大

C. 甲得分的中位数和极差都比乙小

D. 甲得分的中位数比乙大，但极差比乙小

5. 若△ABC是边长为2的正三角形，点D为△ABC所在平面内一点，且$\overrightarrow{AB}=2$
$\overrightarrow{AD}$的值为 A

A. 3　　B. -3　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $-\frac{4}{3}$

6. 以双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的实轴与虚轴端点为顶点的四边形各边中点恰在双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4b^2}=1$ 的渐近线上，则双曲线 C 的离心率为

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\sqrt{5}$

7. 若 $a=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$，$b=\log_{[illegible]}0.8$，$c=\log_{[illegible]}\left(\frac{6}{5}+\frac{2}{9}\right)$，则

A. $c>a>b$　　B. $b>a>c$

C. $c>b>a$　　D. $b>c>a$

8. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-3\leq 0,\\x+y\geq 5,\\x-y+5\geq 0,\end{cases}$ 则 $2x-y$

A. 有最大值为-2，没有最小值

B. 有最大值为-5，没有最小值

C. 有最小值为-2，没有最大值

D. 有最小值为-5，没有最大值

9. 已知函数 $f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 向右平移 $\varphi(0<\varphi<\pi)$ 个单位与向左平移 φ 个单位后，分别得到 $g(x)$ 与 $h(x)$ 的图象，若存在正数 t，使得 $g(x)$ 与 $h(x)$ 在 $(0,t)$ 上都是减函数，则 $\cos\varphi$ 的值可能是

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{7}{8}$

10. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4，点 P 在平面 ADD_1A_1 上，且点 P 到 A_1D_1，AA_1 的距离分别为 1，2，则平面 D_1PB 被正方体截得的截面周长为

A. $4\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{29}$

C. $8\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{5}+2\sqrt{29}$

11. 过点 $P(a,b)$ 可作 3 条直线与 $f(x)=x^3$ 的图象相切，则

A. $a(b-a^3)>0$　　B. $a(b-a^3)<0$

C. $b(b-a^3)>0$　　D. $b(b-a^3)<0$

12. 已知△ABC 中，点 D 为 BC 中点，$AB=2$，$AD=BC$，则△ABC 面积的最大值为

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{8}{3}$　　C. $\frac{64}{9}$　　D. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $\left(\sqrt{x}-\frac{a}{x^2}\right)^5$ 的展开式中的常数项是 10，则 $a=$ <u>−2</u>.

14. 设 F 为抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，A 是 C 上一点，O 是坐标原点，若 $\tan\angle AOF=2$，则 $|AF|=$ <u>2</u>.

15. 用$[x]$表示不超过 x 的最大整数，设 $f(x)=[[x+1]-x-1]-2x$，则 $f(x)$ 的零点 <u>0</u>.

16. 已知四边形 $ABCD$ 是边长为 3 的菱形，把△ACD 沿 AC 折起，使得点 D 到达点 P，则三棱锥 $P-ABC$ 体积最大时，其外接球半径为______.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_4=3a_3+3$，且 a_1,a_2+1,a_5+1 成等比数列.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式； $a_n=2n+1$

(2)设 $b_n=\frac{(a_n+1)^2}{S_n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

$T_n=4n+3-\frac{4n+6}{(n+1)(n+2)}$

18.（本小题满分 12 分）

近几年，我国直播电商行业获得飞速发展，直播用户规模超过 6 亿人，某调查机构为了了解直播电商用户是否存在性别上的差异，从调查者中随机抽取 200 人，经统计这 200 人中女性占 120 人，120 名女性中有 80 人是直播电商用户，这 200 人中的直播电商用户有$\frac{2}{3}$是女性.

(1)是否有 95%以上的把握认为女性更喜欢直播电商？

(2)对这 200 人中的直播电商用户最喜欢的直播电商平台进行统计，得到如下表格：

最喜欢的平台	A 平台	B 平台	C 平台	其他平台
人数	48	24	24	24

现采用分层抽样的方式从这 4 组中抽取 10 人，并从这 10 人中随机选取 3 人，记这 3 人中最喜欢 A 平台或 C 平台的人数为 X，求 X 的分布列与期望.

附：

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式：

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},n=a+b+c+d.$$

$E(X)=\frac{9}{5}$

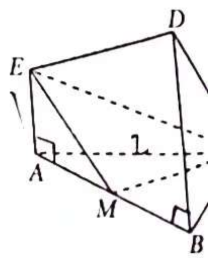
19.（本小题满分 12 分）

如图所示，平面 $ABDE\perp$ 平面 ABC，$\angle EAB=\angle DBA=\angle ACB=\frac{\pi}{2}$，且 $AC=BC=BD=2AE=2$，M 是棱 AB 上的一点.

(1)若 $CM\perp EM$，确定点 M 的位置； AB中点

(2)若 $AM=\frac{1}{3}MB$，求二面角 $M-CE-D$ 的正弦值.

$\frac{5\sqrt{70}}{42}$



官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点 F 与抛物线 $E:y^2=4x$ 的焦点重合，且椭圆 C 与抛物线 E 的一个公共点 D 到 F 的距离为 $\frac{5}{3}$.

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)过直线 $x=4$ 上的动点 A 的直线 l 与椭圆 C 只有一个公共点 B，判断 x 轴上是否存在定点 P，使得 $PA\perp PB$. 若存在，求出点 P 坐标；若不存在，请说明理由.

$P(1,0)$

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+a|x-1|+1, a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $a<0$，讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)若 $a=0$，方程 $f(x)=mx$ 有两个不同的实根 $x_1, x_2(x_1<x_2)$，证明：$\ln x_1-x_2<-1$.

$mx+1=mx$

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修 4—4：坐标系与参数方程］（本小题满分 10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos t,\\ y=2+2\sin t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$.

(1)求曲线 C_1 的极坐标方程，曲线 C_2 的直角坐标方程；

(2)设点 M 的极坐标为 $(4,0)$，射线 $\theta=\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{4}\right)$ 与 C_1 的异于极点的交点为 A，与 C_2 的异于极点的交点为 B，若 $\angle AMB=\frac{\pi}{6}$，求 $\tan\alpha$ 的值.

23.［选修 4—5：不等式选讲］（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2|$.

(1)求不等式 $f(x)>x|x-4|$ 的解集；

(2)若 $|x|>1, |y|<1$，求证：$f(y-1)<|x|\cdot f\left(\frac{y}{x^2}-1\right)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。