高三阶段性考试
数学参考答案(理科)

1. A　由题意可得 $A=\{x|x>1\}$，$B=\{x|x<3\}$，则 $A\cap B=\{x|1<x<3\}$.

2. C　由题意可得 $z=2i(2-i)=2+4i$，则 $z+1=3+4i$，故 $|z+1|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

3. D　由题意可得 $f(1)=1-2-1=-2$，则 $f(f(1))=f(-2)=2$.

4. B　$(x-\frac{2}{\sqrt{x}})^8$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_8^r\cdot x^{8-r}\cdot(-\frac{2}{\sqrt{x}})^r=(-2)^r\cdot C_8^r\cdot x^{8-\frac{3r}{2}}$. 令 $8-\frac{3r}{2}=5$，得 $r=2$，则 $T_3=(-2)^2\times C_8^2=112$.

5. D　因为 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}|$，所以 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})^2=3(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})^2$，所以 $8\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}^2+4\boldsymbol{b}^2$. 因为 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}^2$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{1}{2}$，故向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角是 $\frac{\pi}{3}$.

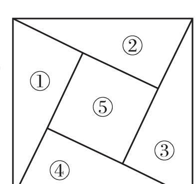
6. A　取 BB_1 上靠近 B_1 的四等分点 G，连接 DG，FG(图略)，易证 $DG/\!/BE$，则 $\angle FDG$ 是直线 BE 与 DF 所成的角(或补角). 设 $AB=2$，则 $DG=\sqrt{2}$，$DF=\sqrt{7}$，$FG=\sqrt{5}$，从而 $DG^2+FG^2=DF^2$，即 $DG\perp GF$，故 $\cos\angle FDG=\frac{DG}{DF}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$.

7. D　由题意可得 $\begin{cases}9+8.7+9.3+x+y=9\times5,\\0+0.3^2+0.3^2+(x-9)^2+(y-9)^2=0.1\times5,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+y=18,\\x^2+y^2=162.32,\end{cases}$ 则 $2xy=161.68$，从而 $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy=0.64$，故 $|x-y|=0.8$.

8. A　因为 $f(x)=\ln x-2x-a$，所以 $f'(x)=\frac{1}{x}-2$. 因为 $f(x)$ 是"有源"函数，所以 $\ln x-2x-a=\frac{1}{x}-2$ 有解，即 $a=\ln x-2x-\frac{1}{x}+2$ 有解. 设函数 $g(x)=\ln x-2x-\frac{1}{x}+2$，则 $g'(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-2=\frac{-2x^2+x+1}{x^2}=\frac{(2x+1)(1-x)}{x^2}$. 由 $g'(x)>0$，得 $0<x<1$，由 $g'(x)<0$，得 $x>1$，则 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，故 $g(x)\leqslant g(1)=-1$，即 $a\leqslant-1$.

9. B　由题意可得 $f(x)=-\cos 2x\sin 2x+\sqrt{3}\sin^2 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}=-\sin(4x+\frac{\pi}{3})$，则 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{\pi}{2}$，故 A 错误. 令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant 4x+\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{24}\leqslant x\leqslant\frac{k\pi}{2}+\frac{7\pi}{24}(k\in\mathbf{Z})$，当 $k=0$ 时，$x\in[\frac{\pi}{24},\frac{7\pi}{24}]$. 因为 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}]\subsetneqq[\frac{\pi}{24},\frac{7\pi}{24}]$，所以 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}]$ 上单调递增，则 B 正确. 令 $4x+\frac{\pi}{3}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得 $x=\frac{k\pi}{4}-\frac{\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$，则 C 错误. 当 $x\in[-\frac{\pi}{4},0]$ 时，$4x+\frac{\pi}{3}\in[-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}]$，则 $-\sin(4x+\frac{\pi}{3})\in[-\frac{\sqrt{3}}{2},1]$，故 D 错误.

10. C　由题意可得区域⑤有 $C_5^1=5$ 种涂法，区域④有 $C_4^1=4$ 种涂法，区域③有 $C_3^1=3$ 种涂法. 若区域②与区域④同色，则区域①有 $C_3^1=3$ 种涂法；若区域②与区域④不同色，则区域②有 C_2^1 种涂法，区域①有 $C_2^1=2$ 种涂法. 故总的涂色方法有 $5\times4\times3\times(3+2\times2)=420$ 种. 恰用 4 种颜色的涂法有 $2A_5^4=240$ 种，故所求概率 $P=\frac{240}{420}=\frac{4}{7}$.



11. C　由题意可得 $F(2,0)$，直线 l_1 的斜率存在且不为 0，设直线 l_1：$x=my+2$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases}x=my+2,\\y^2=8x,\end{cases}$ 整理得 $y^2-8my-16=0$，则 $y_1+y_2=8m$，$y_1y_2=-16$，从而 $|AB|=\sqrt{1+m^2}\cdot|y_1-y_2|=8(m^2+1)$. 同理可得 $|DE|=8(\frac{1}{m^2}+1)$. 四边形 $ADBE$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB||DE|=$

$32(m^2+1)(\frac{1}{m^2}+1)=32(m^2+\frac{1}{m^2}+2)\geqslant 128$,当且仅当 $m^2=\frac{1}{m^2}$,即 $m=\pm 1$ 时,等号成立,即四边形 $ADBE$ 面积的最小值是 128.

12. B　由题意知 $b\cos A-\cos B=1$,则 $\sin B\cos A-\sin A\cos B=\sin A$,即 $\sin(B-A)=\sin A$. 因为 $0<A<\frac{\pi}{2}$,$0<B<\frac{\pi}{2}$,所以 $B-A=A$,即 $B=2A$,则 $\sqrt{3}\sin B+2\sin^2 A=\sqrt{3}\sin 2A-\cos 2A+1=2\sin(2A-\frac{\pi}{6})+1$. 因为 $\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2},\\0<2A<\frac{\pi}{2},\\0<\pi-3A<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 所以 $\frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{4}$,所以 $\frac{\pi}{6}<2A-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}$,则 $2<2\sin(2A-\frac{\pi}{6})+1<\sqrt{3}+1$,即 $\sqrt{3}\sin B+2\sin^2 A$ 的取值范围是 $(2,\sqrt{3}+1)$.

13. 4　由题意可得 $\begin{cases}\frac{c}{a}=2,\\2a=2,\end{cases}$ 解得 $a=1$,$c=2$,则双曲线 C 的焦距是 $2c=4$.

14. $-\frac{1}{3}$　由题意可得 $\sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})=-\cos 2(\alpha+\frac{\pi}{6})=-2\cos^2(\alpha+\frac{\pi}{6})+1=-\frac{1}{3}$.

15. $(1,2]$　设函数 $g(x)=f(x)+x-1$,因为 $f(x)$ 的图象关于点 $(0,1)$ 对称,所以 $g(x)$ 的图象关于原点对称,故 $g(x)$ 是定义在 $[-4,4]$ 上的奇函数. 因为 $f(x)$ 是定义在 $[-4,4]$ 上的增函数,所以 $g(x)$ 也是定义在 $[-4,4]$ 上的增函数. 由 $f(2x)+f(x-3)+3x-5>0$,得 $f(2x)+2x-1+f(x-3)+x-3-1>0$,即 $g(2x)+g(x-3)>0$,即 $g(2x)>-g(x-3)=g(3-x)$,则 $\begin{cases}2x>3-x,\\-4\leqslant 2x\leqslant 4,\\-4\leqslant x-3\leqslant 4,\end{cases}$ 解得 $1<x\leqslant 2$,即不等式的解集为 $(1,2]$.

16. $\sqrt{33}$　因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体,所以 $A_1C\perp$ 平面 BC_1D. 设 A_1C 与平面 BC_1D 的交点为 M,则 $\overrightarrow{A_1M}=2\overrightarrow{MC}$. 以点 A 为坐标原点,分别以 $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AD}$,$\overrightarrow{AA_1}$ 的方向为 x 轴,y 轴,z 轴的正方向,建立空间直角坐标系(图略),因为 $AB=3$,所以 $M(2,2,1)$,则 A_1 关于平面 BC_1D 对称的点 $Q(4,4,-1)$,故 $|A_1P|+|D_1P|=|PQ|+|D_1P|\geqslant|D_1Q|=\sqrt{33}$.

17. 解:(1)因为 $\frac{2S_{n+1}}{a_{n+1}}=\frac{2S_n}{a_n}+1$,所以数列 $\{\frac{2S_n}{a_n}\}$ 是首项为 2,公差为 1 的等差数列,………… 1 分

则 $\frac{2S_n}{a_n}=n+1$,即 $2S_n=(n+1)a_n$,① ………… 2 分

故 $2S_{n+1}=(n+2)a_{n+1}$,② ………… 3 分

②−①得 $2a_{n+1}=(n+2)a_{n+1}-(n+1)a_n$,即 $na_{n+1}=(n+1)a_n$, ………… 4 分

则 $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{a_n}{n}$,即数列 $\{\frac{a_n}{n}\}$ 是以 2 为常数的常数列,………… 5 分

故 $\frac{a_n}{n}=2$,即 $a_n=2n$. ………… 6 分

(2)由(1)可知 $S_n=\frac{(2+2n)n}{2}=n(n+1)$,则 $b_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$, ………… 9 分

故 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+\cdots+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=\frac{n}{n+1}$. ………… 12 分

18. 解:(1)这 2 人来自 A 部门的概率 $P_1=\frac{C_3^2C_8^1}{C_{11}^3}=\frac{8}{55}$, ………… 2 分

这 2 人来自 B 部门或 C 部门的概率 $P_2=\frac{C_4^2C_7^1}{C_{11}^3}=\frac{14}{55}$, ………… 4 分

故所求概率 $P=P_1+2P_2=\frac{8}{55}+2\times\frac{14}{55}=\frac{36}{55}$. ………… 5 分

(2)由题意可知 X 的所有可能取值为 0,1,2,3. ………………………………………… 6 分

$P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_{11}^3}=\frac{7}{33}$,$P(X=1)=\frac{C_7^2C_4^1}{C_{11}^3}=\frac{28}{55}$, ………………………………………… 8 分

$P(X=2)=\frac{C_7^1C_4^2}{C_{11}^3}=\frac{14}{55}$,$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{11}^3}=\frac{4}{165}$, ………………………………………… 10 分

则 $E(X)=0\times\frac{7}{33}+1\times\frac{28}{55}+2\times\frac{14}{55}+3\times\frac{4}{165}=\frac{12}{11}$. ………………………………………… 12 分

19.解:(1)由题意可得$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\\ \frac{4}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1,\\ c^2=a^2-b^2,\end{cases}$解得 $a^2=8,b^2=4$. ………………………………………… 3 分

故椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. ………………………………………… 4 分

(2)设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,$P(0,t)$,

联立$\begin{cases}y=kx,\\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1,\end{cases}$整理得$(2k^2+1)x^2-8=0$,

则 $x_1+x_2=0$,$x_1x_2=-\frac{8}{2k^2+1}$. ………………………………………… 6 分

直线 AP 的方程为 $y-t=\frac{y_1-t}{x_1}x$,令 $y=0$,得 $x=-\frac{tx_1}{y_1-t}$. ………………………………………… 7 分

直线 BP 的方程为 $y-t=\frac{y_2-t}{x_2}x$,令 $y=0$,得 $x=-\frac{tx_2}{y_2-t}$, ………………………………………… 8 分

则$\left|-\frac{tx_1}{y_1-t}\times\left(-\frac{tx_2}{y_2-t}\right)\right|=\left|\frac{t^2x_1x_2}{k^2x_1x_2-kt(x_1+x_2)+t^2}\right|=\frac{8t^2}{|(2t^2-8)k^2+t^2|}$. ………………………………………… 10 分

当 $t^2=4$,$t=\pm2$ 时,$\frac{8t^2}{|(2t^2-8)k^2+t^2|}=\frac{8t^2}{t^2}=8$,故存在点 $P(0,\pm2)$,使得直线 PA,PB 与 x 轴交点的横坐标之积的绝对值为定值 8. ………………………………………… 12 分

20.(1)证明:连接 BD.

因为 $AB=AD$,且 $AB\perp AD$,所以 $BD=\sqrt{2}AB$.

因为 $PD=\sqrt{2}AB$,所以 $PD=BD$.

因为 E 是棱 PB 的中点,所以 $DE\perp PB$.

因为 $DE\perp PC$,PC,$PB\subset$平面 PBC,且 $PC\cap PB=P$,所以 $DE\perp$平面 PBC.

因为 $BC\subset$平面 PBC,所以 $DE\perp BC$. ………………………………………… 2 分

由题意可得 $BC=BD=\sqrt{2}AB$,则 $BC^2+BD^2=CD^2$,所以 $BC\perp BD$.

因为 BD,$DE\subset$平面 PBD,且 $BD\cap DE=D$,所以 $BC\perp$平面 PBD.

因为 $PD\subset$平面 PBD,所以 $BC\perp PD$. ………………………………………… 4 分

因为 $PD=BD=\sqrt{2}AB$,$PB=2AB$,所以 $PB^2=PD^2+BD^2$,所以 $PD\perp BD$. ………………………………………… 5 分

因为 BD,$BC\subset$平面 $ABCD$,且 $BD\cap BC=B$,所以 $PD\perp$平面 $ABCD$. ………………………………………… 6 分

(2)解:以 D 为坐标原点,分别以$\overrightarrow{DA}$,$\overrightarrow{DC}$,$\overrightarrow{DP}$的方向为 x,y,z 轴的正方向,建立如图所示的空间直角坐标系.

设 $AB=2$,则 $A(2,0,0)$,$B(2,2,0)$,$D(0,0,0)$,$E(1,1,\sqrt{2})$,$P(0,0,2\sqrt{2})$,

从而$\overrightarrow{DE}=(1,1,\sqrt{2})$,$\overrightarrow{PA}=(2,0,-2\sqrt{2})$,$\overrightarrow{PB}=(2,2,-2\sqrt{2})$,$\overrightarrow{AB}=(0,2,0)$.

因为$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}=(0,2\lambda,0)$,所以 $F(2,2\lambda,0)$,所以$\overrightarrow{DF}=(2,2\lambda,0)$. ………………………………………… 7 分

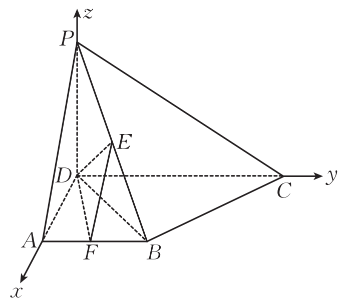
设平面 DEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=x_1+y_1+\sqrt{2}z_1=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DF}=2x_1+2\lambda y_1=0,\end{cases}$令 $x_1=\sqrt{2}\lambda$,得 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{2}\lambda,-\sqrt{2},1-\lambda)$. ………………………………………… 8 分

设平面 PAB 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PA}=2x_2-2\sqrt{2}z_2=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PB}=2x_2+2y_2-2\sqrt{2}z_2=0,\end{cases}$令 $x_2=\sqrt{2}$,得 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{2},0,1)$. ………

…………………………………………………………………………………… 9 分



设平面 DEF 与平面 PAB 的夹角为 θ,则 $\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=$

$\frac{\lambda+1}{\sqrt{3\lambda^2-2\lambda+3}\times\sqrt{3}}$. ……………………………………………………………… 10 分

因为 $0<\lambda\leqslant1$,所以 $1<\lambda+1\leqslant2$,所以 $\frac{\lambda+1}{\sqrt{3\lambda^2-2\lambda+3}}=\sqrt{\frac{\lambda^2+2\lambda+1}{3\lambda^2-2\lambda+3}}=$

$\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{8}{9\lambda+\frac{9}{\lambda}-6}}\leqslant1$,

当且仅当 $\lambda=1$ 时,等号成立,

则 $\cos\theta\leqslant\frac{\sqrt{3}}{3}$,即平面 DEF 与平面 PAB 夹角的余弦值的最大值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………………… 12 分

21.(1)解:由题意可得 $f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,$f'(x)=\frac{2}{x}-a-\frac{1}{x^2}=\frac{-ax^2+2x-1}{x^2}$. ………………… 1 分

当 $a=0$ 时,由 $f'(x)>0$,得 $x>\frac{1}{2}$,由 $f'(x)<0$,得 $0<x<\frac{1}{2}$,则 $f(x)$在$(0,\frac{1}{2})$上单调递减,在$(\frac{1}{2},+\infty)$上单调递增. ……………………………………………………………………………………………… 2 分

当 $\Delta=4-4a\leqslant0$,即 $a\geqslant1$ 时,$f'(x)\leqslant0$ 恒成立,则 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减. ………………… 3 分

当 $\Delta=4-4a>0$,即 $0<a<1$ 时,令 $f'(x)=0$,得 $x_1=\frac{1-\sqrt{1-a}}{a}$,$x_2=\frac{1+\sqrt{1-a}}{a}$,易知 $0<x_1<x_2$,

则当 $x\in(0,\frac{1-\sqrt{1-a}}{a})\cup(\frac{1+\sqrt{1-a}}{a},+\infty)$时,$f'(x)<0$,当 $x\in(\frac{1-\sqrt{1-a}}{a},\frac{1+\sqrt{1-a}}{a})$时,$f'(x)>0$,

即 $f(x)$在$(0,\frac{1-\sqrt{1-a}}{a})$和$(\frac{1+\sqrt{1-a}}{a},+\infty)$上单调递减,在$(\frac{1-\sqrt{1-a}}{a},\frac{1+\sqrt{1-a}}{a})$上单调递增. …

…………………………………………………………………………………………………… 5 分

(2)证明:①设 $1+\frac{1}{x}=t>1(x>0)$,则 $x=\frac{1}{t-1}$.

要证 $\ln(1+\frac{1}{x})<\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$,即证 $\ln t<\frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{t-1})^2+\frac{1}{t-1}}}=\frac{t-1}{\sqrt{t}}=\sqrt{t}-\frac{1}{\sqrt{t}}$. ……………………………… 7 分

设 $s=\sqrt{t}>1$,则上面的不等式为 $\ln s^2<s-\frac{1}{s}$,即 $2\ln s-s+\frac{1}{s}<0$.

由(1)可知当 $a=1$ 时,$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减,

则 $f(x)<f(1)=0$,即 $2\ln x-x+\frac{1}{x}<0$,即 $2\ln s-s+\frac{1}{s}<0$ 成立,

故当 $x>0$ 时,$\ln(1+\frac{1}{x})<\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$成立. ……………………………………………………… 9 分

②设 $n=x\in\mathbf{N}^*>0$,则 $\ln(1+\frac{1}{n})<\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$.

从而 $\ln 2<\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}$,$\ln(1+\frac{1}{2})=\ln\frac{3}{2}<\frac{1}{\sqrt{2^2+2}}$,…,$\ln(1+\frac{1}{n})<\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$, ………………………… 11 分

把上面的式子叠加起来可得 $\ln 2+\ln\frac{3}{2}+\cdots+\ln\frac{n+1}{n}<\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$,

即 $\ln(n+1)<\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$,$n\in\mathbf{N}^*$. ………………………… 12 分

22. 解:(1)由 $\begin{cases}x=2+3\cos\alpha,\\ y=3\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数),得 $(x-2)^2+y^2=9$,

故曲线 C 的普通方程为 $(x-2)^2+y^2=9$. ………………………… 2 分

由 $2\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-1=0$,得 $2x-y-1=0$,

故直线 l 的直角坐标方程 $2x-y-1=0$. ………………………… 4 分

(2)由题意可知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{5}}{5}t,\\ y=-1+\frac{2\sqrt{5}}{5}t\end{cases}$($t$ 为参数). ………………………… 5 分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的普通方程并整理得 $5t^2-8\sqrt{5}t-20=0$, ………………………… 6 分

设 A,B 对应的参数分别是 t_1,t_2,

则 $t_1+t_2=\frac{8\sqrt{5}}{5}$,$t_1t_2=-4$, ………………………… 7 分

从而 $|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{\frac{64}{5}+\frac{80}{5}}=\sqrt{\frac{144}{5}}=\frac{12\sqrt{5}}{5}$, ………………………… 8 分

故 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$. ………………………… 10 分

23. 解:(1)当 $x<-3$ 时,$f(x)=-2x-1>5$; ………………………… 1 分

当 $-3\leqslant x\leqslant 2$ 时,$f(x)=5$; ………………………… 2 分

当 $x>2$ 时,$f(x)=2x+1>5$. ………………………… 3 分

综上,$f(x)_{\min}=5$. ………………………… 4 分

(2)当 $x\in[-3,2]$ 时,$f(x)=|x-2|+|x+3|=5$, ………………………… 5 分

则不等式 $f(x)\geqslant|x+a|$ 恒成立,等价于不等式 $5\geqslant|x+a|$ 恒成立. ………………………… 6 分

从而 $-x-5\leqslant a\leqslant -x+5$. ………………………… 7 分

因为 $x\in[-3,2]$,所以 $-x-5\in[-7,-2]$,$-x+5\in[3,8]$, ………………………… 8 分

故 $-2\leqslant a\leqslant 3$,即 a 的取值范围为 $[-2,3]$. ………………………… 10 分