



百师联盟 2021 届高三 一轮复习联考(二) 新高考卷
数学试卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \{y | y = \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 4\}$, 下列结论正确的是

- A. $A \cup B = \mathbb{R}$ B. $B \subseteq \mathbb{C}_R A$ C. $A \subseteq \mathbb{C}_R B$ D. $\mathbb{C}_R A \subseteq \mathbb{C}_R B$

2. 已知复数 $z = 1 + i$, \bar{z} 为 z 的共轭复数, 则 $|\frac{\bar{z}+1}{z}| =$

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\sqrt{10}$

3. 函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 2 \\ f(x+1), & x < 2 \end{cases}$, 则 $f(0) =$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

4. 明代数学家程大位编著的《算法统宗》是中国数学史上的一座丰碑。其中有一段著述“远望巍巍塔七层,红光点点倍加增,共灯三百八十一”。注:“倍加增”意为“从塔顶到塔底,相比于上一层,每一层灯的盏数成倍增加”,则该塔正中间一层的灯的盏数为

- A. 3 B. 12 C. 24 D. 48

5. 已知 α 和 β 表示两个不重合的平面, a 和 b 表示两条不重合的直线, 则平面 $\alpha \parallel$ 平面 β 的一个充分条件是

- A. $a \parallel b, a \parallel \alpha$ 且 $b \parallel \beta$ B. $a \subset \alpha, b \subset \alpha$ 且 $a \parallel \beta, b \parallel \beta$
C. $a \perp b, a \parallel \alpha$ 且 $b \perp \beta$ D. $a \parallel b, a \perp \alpha$ 且 $b \perp \beta$

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前项和为 S_n , 若 $\frac{S_9}{S_3} = 6$, 则 $\frac{S_{12}}{S_6} =$

- A. $\frac{17}{7}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{14}{3}$ D. $\frac{10}{3}$





7. 函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 在区间 $(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}]$ 上单调且 $f(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 φ 的范围是

- A. $[-\frac{\pi}{3}, 0]$
- B. $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$
- C. $[-\frac{\pi}{4}, 0]$
- D. $[0, \frac{\pi}{3}]$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, AC = 2\sqrt{2}, \angle BAC = 135^\circ, D$ 为边 BC 的中点, 且 $\vec{AM} = \vec{MD}$, 则向量 \vec{BM} 的模为

- A. $\frac{\sqrt{26}}{2}$
- B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{26}}{2}$ 或 $\frac{5}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{26}}{2}$ 或 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$



二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分。

9. 下面命题正确的是

- A. " $a > 1$ " 是 " $\frac{1}{a} < 1$ " 的充分不必要条件
- B. 命题 "若 $x < 1$, 则 $x^2 < 1$ " 的否定是 "存在 $x < 1$, 则 $x^2 \geq 1$ "
- C. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 " $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ " 是 " $x^2 + y^2 \geq 4$ " 的必要而不充分条件
- D. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 " $a \neq 0$ " 是 " $ab \neq 0$ " 的必要不充分条件

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 下列结论正确的是

- A. 若 $A < B$, 则 $\sin A < \sin B$
- B. 若 $\sin A < \sin B$ 则 $A < B$
- C. 若 $A > B$, 则 $\frac{1}{\sin 2A} > \frac{1}{\sin 2B}$
- D. 若 $A < B$ 则 $\cos A > \cos B$

11. 设 a, b 是两个非零向量, 则下列描述正确的有

- A. 若 $|a + b| = |a| - |b|$, 则 $a \perp b$
- B. 若 $|a + b| = |a| - |b|$, 则存在实数 λ , 使得 $b = \lambda a$
- C. 若 $|a + b| = |a - b|$, 则 $a \perp b$
- D. 若存在实数 λ , 使得 $b = \lambda a$, 则 $|a + b| = |a| - |b|$

12. 已知函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+4) - f(x) = 2f(2)$, 若 $y = f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 且对任意的 $x_1, x_2 \in (0, 2)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$, 则下列结论正确的是

- A. $f(x)$ 是偶函数
- B. $f(x)$ 的周期 $T=4$
- C. $f(2022) = 0$
- D. $f(x)$ 在 $(-4, -2)$ 单调递减

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin 2\alpha = -\frac{7}{9}$.

14. 已知在平面直角坐标系中, 向量 $a = (-1, 2), b = (1, 1)$, 且 $m = a + b, n = a - b$, 设 m 与 n 的夹角为 θ , 则 $\cos \theta = \frac{1}{5}$.

$m = (0, 3), n = (-2, 1)$

15. 直线 $y = 2x + m$ 与函数 $f(x) = xe^x - 2\ln x + 3$ (e 为自然对数的底数) 的图象相切于点 $A(x_0, y_0)$, 则 $x_0 + \ln x_0 =$ _____.

16. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = \frac{3}{2}$, 且满足 $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2^n}$ ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$), 若对于任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $\frac{\lambda}{n} \geq a_n$ 成立, 则实数 λ 的最小值是 _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) + m$, 其中 $0 < \omega < 6$, $f(\frac{\pi}{8}) = 2$, 且对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(\frac{5\pi}{8}) \leq f(x) \leq f(\frac{9\pi}{8})$.

$3\sin(\frac{\pi}{8}\omega + \frac{\pi}{4}) = 2m$

(1) 求 ω 和 m ;

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 求 $f(x)$ 的值域.

18. (12 分)

在① $a_3 + a_5 = 5, S_4 = 7$; ② $4S_n = n^2 + 3n$; ③ $5S_4 = 14S_2$, a_5 是 a_3 与 $\frac{9}{2}$ 的等比中项, 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 然后解答补充完整的题目.

已知 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 _____.

(1) 求 a_n ; (2) 记 $b_n = \frac{1}{a_{2n} \cdot a_{2n+2}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

$a_1 + 2d \neq a_1 + 4d = 2a_1 + 6d = 5$

$S_4 = 4a_1 + \frac{4(4-1)}{2}d = 7$

$\begin{cases} 4a_1 + 6d = 7 \\ 2a_1 + 6d = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + d = 1 \\ 2a_1 + 6d = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + d = 1 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 1 = 1 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ d = 1 \end{cases}$

19. (12 分)

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 4n$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 满足 $2T_n + b_n - 1 = 0$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 求 a_n 及 b_n ;

(2) 设数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和为 A_n , 求 A_n 并证明: $A_n \leq -1$.

$a_n = 2n - 4$

$(1) n=1, S_1 = 1 - 4 = -3$



20. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = c^2 - \frac{1}{2}ac$.(1) 求角 B ; (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, AC 边上的高 $BD = \sqrt{3}$, 求 a 和 c .

21. (12分)

某果农种植一种水果, 每年施肥和灌溉等需投入4万元. 为了提高产量同时改善水果口味以赢得市场, 计划在今年投入 x 万元用于改良品种. 根据其他果农种植经验发现, 该水果年产量 t (万斤) 与用于改良品种的资金投入 x (万元) 之间的关系大致为: $t = 3 - \frac{m}{x+1}$ ($x \geq 0, m$ 为常数), 若不改良品种, 年产量为1万斤. 该水果最初售价为每斤4.75元, 改良品种后, 售价每斤提高 $\frac{x}{4}$ 元. 假设产量和价格不受其他因素的影响.

- (1) 设该果农种植该水果所获得的年利润为 y (万元), 试求 y 关于资金投入 x (万元) 的函数关系式, 并求投入2万元改良品种时, 年利润为多少?
- (2) 该果农一年内应当投入多少万元用于改良品种, 才能使得年利润最大? 最大利润为多少?

22. (12分)

函数 $f(x) = x - \frac{2a \ln x}{x}$.(1) 若 $a = \frac{1}{2}$, 求 $f(x)$ 的单调性;(2) 当 $a > 0$ 时, 若函数 $g(x) = f(x) - 2a$ 有两个零点, 求证: $a > \frac{1}{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》