凉山州 2023 届高中毕业班第二次诊断性检测

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分. 第Ⅰ卷(选择题),第Ⅱ卷(非选择题),共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

注意事项:

1.答题前,考生务必将自己的姓名、座位号、准考证号用 0.5 毫米的黑色签字笔填写在答题卡上,并检查条形码粘贴是否正确.

2.选择题使用 2B 铅笔涂在答题卡对应题目标号的位置上;非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔书写在答题卡的对应框内,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效.

3.考试结束后,将答题卡收回.

第Ⅰ卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(本大题共12 小题,每题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知复数 $z=\frac{3+2i}{1-i}$,则 z 的虚部是(　　)

A. $-\frac{1}{2}i$　　B. $-\frac{5}{2}i$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{2}$

2.集合 $A=\{x|y=\log_2(1-2x)\}$,$B=\{y|y=x^2,x<1\}$,则 $A\cap B=$(　　)

A. $\{x|x<\frac{1}{2}\}$　　B. $\{x|0<x<\frac{1}{2}\}$　　C. $\{x|x\leq\frac{1}{2}\}$　　D. $\{x|0<x\leq\frac{1}{2}\}$

3. 已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} [illegible]\,0 \\ x-y+1\geq 0 \\ x-y-2\leq 0 \end{cases}$,则目标函数 $z=x+2y$ 的最小值是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 11　　D. 无最小值

4. C_0 表示生物体内碳 14 的初始质量,经过 t 年后碳 14 剩余质量 $C(t)=C_0(\frac{1}{2})^{\frac{t}{h}}$ ($t>0$,h 为碳 14 半衰期).现测得一古墓内某生物体内碳 14 含量为 $0.4C_0$,据此推算该生物是距今约多少年前的生物(参考数据:$\lg 2\approx 0.301$).则 t 的近似值是(　　)

A. $1.36h$　　B. $1.34h$

C. $1.32h$　　D. $1.30h$

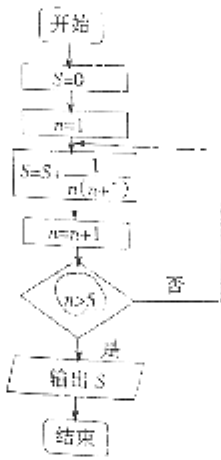
5. 执行如图所示程序框图,则输出的 S 的值是(　　)

A. $\frac{4}{5}$

B. $\frac{5}{6}$

C. $\frac{6}{7}$

D. $\frac{7}{8}$



6. 小明买了4个大小相同颜色不同的冰墩墩(北京冬奥会吉祥物)随机放入3个不同袋子中,则每个袋子至少放入 个冰墩墩的概率是(　　)

A. $\frac{3}{4}$　　　B. $\frac{2}{27}$　　　C. $\frac{9}{16}$　　　D. $\frac{4}{9}$

7. 已知$f(x)$是定义域为$\{x|x\neq0\}$的偶函数且$f(x)=\left|\frac{\ln x}{x}\right|-\frac{1}{e^2}(x>0)$,则函数$f(x)$零点个数是(　　)

A. 6　　　B. 5　　　C. 4　　　D. 3

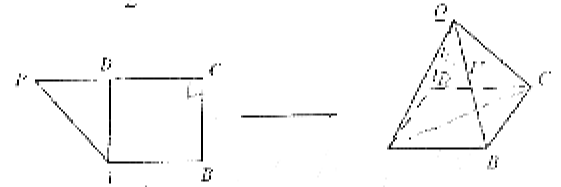
8. 已知抛物线$y^2=4x$的焦点为F,点$A(3,2)$,点P为该抛物线上一动点,则△PAF周长的最小值是(　　)

A. $3+2\sqrt{2}$　　　B. 5　　　C. $4+2\sqrt{2}$　　　D. $2+2\sqrt{2}$

9. 在△ABC中,角A,B,C对边分别为a,b,c,命题p: $\frac{1-\tan^2\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}+\frac{b\cos(A+C)}{a}=0$,命题$q$: △$ABC$为等腰三角形,则$p$是$q$的(　　)

A. 充分不必要条件　B.必要不充分条件　C.充要条件　D.既不充分也不必要条件

10. 如图,在直角梯形$PABC$中,$AB\parallel PC$,$\angle C=\frac{\pi}{2}$,$AB=BC=\frac{1}{2}PC=1$,D为PC边中点,将△PAD沿AD边折到△QAD,连接QB,QC得到四棱锥$Q-ABCD$,已知二面角$Q-AD-C$的平面角为θ,下列说法中错误的是(　)



A. 若$\theta=\frac{\pi}{2}$,则四棱锥$Q-ABCD$外接球表面积3π

B. 无论θ为何值,在线段QB上都存在唯一一点H使得$DH=1$

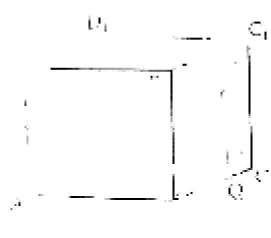
C. 无论θ为何值,平面$QBC\perp$平面QCD

D. 若$\theta=\frac{\pi}{3}$,则异面直线AC,BQ所成角的余弦值为$\frac{1}{4}$

11. 已知$a=\tan\frac{2023}{2022}$,$b=e^{\frac{1}{2022}}$,$c=\frac{2023}{2022}$,则a,b,c大小关系是(　　)

A. $c<b<a$　　　B. a　　　C.

12. 如图所示,正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$棱长为2,点P为正方形BCC_1B_1内(含边界)一动点,$\angle BPC$角平分线交BC于点Q,点P在运动过程中始终满足$\frac{BQ}{QC}=2$.



①直线BC_1与点P的轨迹无公共点;

②存在点P使得$PB\perp PC$;

③三棱锥$P-BCD$体积最大值为$\frac{8}{9}$;

④点P运动轨迹长为$\frac{4\pi}{9}$.上述说法中正确的个数为(　　)

A. 1　　　B. 2　　　C. 3　　　D. 4

第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

二、填空题(本题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 已知$(x+\frac{2}{x})^n$的展开式中二项式系数和为32,则x^3项系数是____.

14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点 $F(2,0)$，点 F 到该双曲线渐近线的距离为 $\sqrt{3}$，则双曲线的离心率是______.

15. 已知正实数 a,b，称 $v=\frac{a+b}{2}$ 为 a,b 的算术平均数，$u=\sqrt{ab}$ 为 a,b 的几何平均数，$H=\frac{2}{3}v+\frac{1}{3}u$ 为 a,b 的希罗平均数. D 为 $\triangle ABC$ 的 BC 边上异于 B,C 的动点，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ 且 $\overrightarrow{AP}=\frac{a}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{b}{18}\overrightarrow{AC}$，则正数 a,b 的希罗平均数 H 的最大值是______.

16. 已知函数 $f(x)=4\sin x\cos x-2\sin^2x+2\cos^2x+1$，则下列说法中正确的是______

①$f(x)$ 一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{8}$；

②将 $f(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，再向下平移 1 个单位得到的新函数为奇函数

③若 $f(\frac{x}{2})=\sqrt{5}+1$，则 $\tan x=4\pm\sqrt{15}$；

④若函数 $y=f(\frac{\omega x}{2})(\omega>0)$ 在区间 $[\frac{\pi}{3},\pi]$ 上恰有 2 个极大值点，则实数 ω 的取值范围是 $[\frac{17}{4},\frac{25}{4})$.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分

17.（本小题 12 分）已知对于任意 $n\in N^*$ 函数 $f(x)=x^2+2x$ 在点 $(n,f(n))$ 处切线斜率为 a_n，正项等比数列 $\{b_n\}$ 的公比 $q\in(0,1)$，且 $b_1b_5+2b_3b_5+b_2b_8=25$，又 b_3 与 b_5 的等比中项为 2.

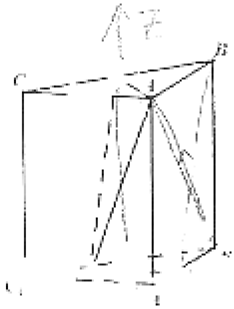
(1)求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

(2)求数列 $\{\frac{a_n}{b_n}\}$ 的前 n 项和 S_n.

18.（本小题 12 分）如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，点 E,F 分别是 BC,A_1C_1 中点，平面 $ABB_1A_1\cap$ 平面 $AEF=l$.

(1)证明：$l\parallel EF$；

(2)若 $AB=AC=2\sqrt{2}$，平面 $ACC_1A_1\perp$ 平面 ABB_1A_1，且 $AB_1\perp EF$，求直线 l 与平面 A_1B_1E 所成角的余弦值.



19.（本小题 12 分）2022 年 12 月 6 日全国各地放开对新冠疫情的管控，在强大的祖国庇护下平稳抗疫三年的中国人民迎来了与新冠变异毒株奥密克戎的首次正面交锋.某市为了更好的了解全体中小学生感染新冠感冒后的情况，以便及时补充医疗资源.从全市中小学生中随机抽取了 100 名抗原检测为阳性的中小学生监测其健康状况，100 名中小学生感染奥密克戎后的疼痛指数为 X，并以此为样本得到了如下图所示的表格：

疼痛指数 X	$X\leqslant 10$	$10<X<90$	$X\geqslant 90$
人数(人)	10	81	9
名称	无症状感染者	轻症感染者	重症感染者

其中轻症感染者和重症感染者统称为有症状感染者。

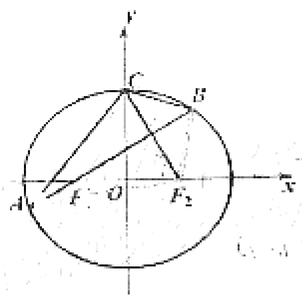
(1)统计学中常用 $L=\frac{P(B|A)}{P(\overline{B}|A)}$ 表示在事件 A 发生的条件下事件 B 发生的似然比.现从样本中随机抽取 1 名学生,记事件 A:该名学生为有症状感染者,事件 B:该名学生为重症感染者,求似然比 L 的值;

(2)若该市所有抗原检测为阳性的中小学生的疼痛指数 X 近似的服从正态分布 $N(50,\sigma^2)$,且 $P(X\geqslant 90)=\frac{1}{10}$.若从该市众多抗原检测为阳性的中小学生中随机抽取 3 名,设这 3 名学生中轻症感染者人数为 Y,求 Y 的分布列及数学期望.

20.(本小题 12 分)已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$左右焦点分别为 F_1,F_2,上顶点为 C,$\angle CF_2F_1=\frac{\pi}{3}$,过点 F_1 作 CF_2 的垂线与椭圆 E 交于 A、B 两点,$\triangle ABC$ 的周长为 8.

(1)求椭圆 E 的标准方程;

(2)已知点 $P(m,n)(m\neq 0)$为椭圆 E 上一动点,过点 P 作 E 的切线其斜率记为 k,当直线 PF_1,PF_2 斜率存在时分别记为 k_1,k_2,探索 $\frac{1}{k}\cdot(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})$ 是否为定值.若是,求出该定值;若不是,请说明理由.



21.(本小题 12 分)已知函数 $f(x)=a\ln x-\frac{x^2-1}{x}(a\in\mathbf{R})$.

(1)$f'(x)$为函数 $f(x)$的导函数,$f'(x)\leqslant 0$ 对任意的 $x>0$ 恒成立,求实数 a 的取值范围;

(2)若函数 $f(x)$有两个不同的极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$,证明:$2\sin x_2-2x_1-a\ln x_2+a\ln x_1<0$.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=-4+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$($t$为参数).以原点为极点,$x$ 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=2\cos\theta$.

(1)求直线 l 的极坐标方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2)设点 $P(-2,-4)$,直线 l 与曲线 C 交于点 A,B,求证:$|PA|\cdot|PB|=|AB|^2$.

23.[选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x+2|+|1-x|$.

(1)求不等式 $f(x)\leqslant 4$ 的解集;

(2)函数 $f(x)$最小值为 k,$\frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=k(a>0,b>0,c>0)$,求 $3a+2b+c$ 的最小值.