

株洲市 2023 届高三年级教学质量统一检测 (一)

数 学

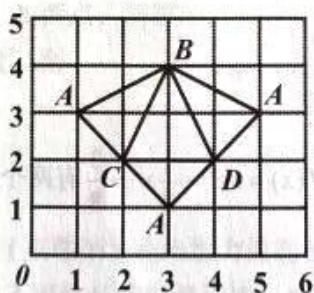
满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 设集合 $A = \{x | x^2 + 4x < 0\}$, 集合 $B = \{n | n = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-3, -1\}$ B. $\{1, 3\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-3, -1, 1, 3\}$
2. 已知 i 为虚数单位, 若复数 z 满足 $z \cdot i = 2 + 3i$, 则在复平面内 z 对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{EB}$, 若 $\overrightarrow{EC} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD} (a, b \in \mathbb{R})$, 则 $a + b =$
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{3}{2}$
4. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的侧面展开图放在正方形网格中的位置如图所示, 那么在三棱锥 $A-BCD$ 中, AB 与 CD 所成的角为



- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$
5. 在平面直角坐标系中, 已知两点 $O(0,0)$, $A(3,4)$ 到直线 l 的距离分别是 1 与 4, 则满足条件的直线 l 共有
A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条



6. 今年 11 月, 为预防新冠疫情蔓延, 株洲市有 M_1, M_2, M_3 三个小区被隔离; 从菜市场 M 出发的专车必须每天准时到这 3 个小区运送蔬菜, 以解决小区居民的日常生活问题. M, M_1, M_2, M_3 之间的行车距离用表中的数字表示. 若专车从 M 出发, 每个小区经过且只经过一次, 然后再返回 M , 那么专车行驶的最短距离是

A. 17 B. 18
C. 23 D. 25

	M	M_1	M_2	M_3
M	0	7	6	3
M_1	7	0	5	4
M_2	6	5	0	8
M_3	3	4	8	0

7. 已知曲线 $xy=1$ 为双曲线, 则该双曲线的焦距为

A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$

8. 已知 $a=e^{0.1}$, $b=\frac{11}{10}$, $c=\sqrt[10]{1.9}$, 则

A. $c>b>a$ B. $b>a>c$ C. $a>b>c$ D. $a>c>b$

二、选择题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.)

9. 已知各项均为正数的等差数列 $\{a_n\}$, 且 $a_{n+1} > a_n$, 则

A. $a_1 + a_2 = a_3 + a_4$ B. $a_3 \cdot a_4 > a_1 \cdot a_2$
C. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列 D. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列

10. 关于函数 $f(x) = \cos x + a \sin x (a \neq 0)$ 有以下四个选项, 正确的是

A. 对任意的 a , $f(x)$ 都不是偶函数 B. 存在 a , 使 $f(x)$ 是奇函数
C. 存在 a , 使 $f(x+\pi) = f(x)$ D. 若 $f(x)$ 的图像关于 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称, 则 $a = 1$

11. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的所有棱长均相等, 其外接球的球心为 O . 点 E 满足 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AB} (0 < \lambda < 1)$, 过点 E 作平行于 AC 和 BD 的平面 α , α 分别与棱 BC, CD, AD 相交于点 F, G, H , 则

A. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 平面 α 经过球心 O
B. 四边形 $EFGH$ 的周长随 λ 的变化而变化
C. 当 $\lambda = \frac{2}{3}$ 时, 四棱锥 $A-EFGH$ 的体积取得最大值
D. 设四棱锥 $O-EFGH$ 的体积为 $V(\lambda) (\lambda \neq \frac{1}{2})$, 则 $V(\lambda) = V(1-\lambda)$

12. 已知 $\sin 15^\circ$ 是函数 $f(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 (a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 \in \mathbb{Z}, a_4 \neq 0)$ 的零点, 则下列说法正确的是

A. $\frac{a_4}{a_0} = 16$ B. $f(\cos 15^\circ) = 0$ C. $f(-x) = f(x)$ D. $f(x)_{\min} = -3$

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。）

13. 在 $(1-x^2)\left(x+\frac{1}{x}\right)^4$ 的展开式中，常数项等于_____。（用数字作答）
14. 已知 $f(x) = \sin \omega x (\omega \in \mathbb{N}^+)$ ，若在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上存在两个不相等的实数 a, b ，满足 $f(a) + f(b) = 2$ ，则 ω 可以为_____。（填一个值即可）
15. 过原点的直线 l 与曲线 $y = e^x - 1$ 交于不同的两点 A, B ，过 A, B 作 x 轴的垂线，与曲线 $y = \ln x$ 交于 C, D 两点，则直线 CD 的斜率为_____。
16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点为 F_1, F_2 ，过 F_1 的直线交椭圆 C 于 P, Q 两点，若 $\overrightarrow{PF_1} = \frac{4}{3}\overrightarrow{F_1Q}$ ，且 $|\overrightarrow{PF_2}| = |\overrightarrow{F_1F_2}|$ ，则椭圆 C 的离心率为_____。

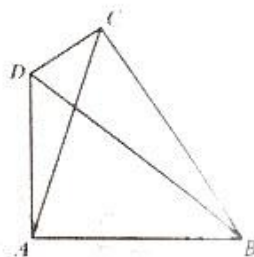
四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

17. （本小题满分 10 分）如图，在平面四边形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = \angle DCB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ 。

已知 $2\sqrt{3}, AD = 4$ 。

(I) 求 $\cos \angle DBC$ 的值；

(II) 求 AC 的长。



18. （本小题满分 12 分）2023 年亚运会在中国杭州举办，开幕式门票与其他赛事门票在网上开始预定。亚奥理事会规定：开幕式门票分为 A、B 两档，当预定 A 档未成功时，系统自动进入 B 档预定。已知获得 A 档门票的概率是 $\frac{1}{5}$ ，若未成功，仍有 $\frac{1}{4}$ 的概率获得 B 档门票的机会；而成功获得其他赛事门票的概率均为 $\frac{1}{2}$ ，且获得每张门票之间互不影响，甲预定了一张 A 档开幕式门票，一张赛事门票；乙预定了两张赛事门票。

(I) 求甲乙两人都没有获得任何门票的概率；

(II) 求乙获得的门票数比甲多的概率。

19. (本小题满分 12 分) 如图 (1), 已知菱形 $ABCD$ 中 $\angle DAB = 60^\circ$, 沿对角线 BD 将其翻折, 使 $\angle ABC = 90^\circ$, 设此时 AC 的中点为 O , 如图 (2).
- (I) 求证: 点 O 是点 D 在平面 ABC 上的射影;
- (II) 求直线 AD 与平面 BCD 所成角的余弦值.

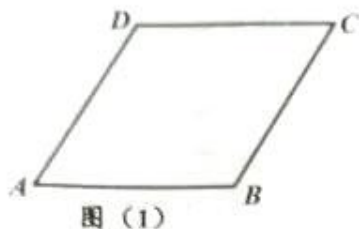


图 (1)

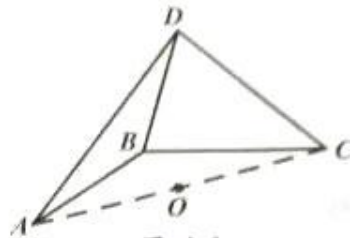


图 (2)

20. (本小题满分 12 分) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$, $a_{n+1} - a_n^2 = 2a_n$, $2^{b_n} = a_n + 1$.

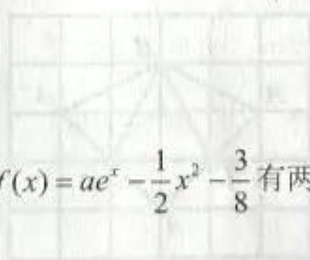
(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $b_n = \frac{1}{2^n} + 1$, 记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求满足 $T_n < 100$ 的最大整数 n .

21. (本小题满分 12 分) 已知曲线 $M: y = 4x^2$ 与曲线 N 关于直线 $y = x$ 对称, 且 A_1, A_2, A_3 的三点在曲线 N 上.

(I) 若 $\triangle A_1A_2A_3$ 为 $\triangle ABC$ 三角形, 且其中一个顶点为坐标原点, 求此时该三角形的面积.

(II) 若 $\triangle A_1A_2A_3$ 三边所在的三条直线中, 有两条与曲线 M 相切, 求证第三条直线也与曲线 M 相切.



22. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = ae^x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{8}$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$.

(I) 若 $f(x_1) = 0$, 求 a 的值;

(II) 若 $\frac{x_2}{x_1} \geq 2$, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线