

湖北省部分重点中学 2020 届高三第一次联考数学（文） 参考答案

一、选择题：

1. A 2. B 3. C 4. B 5. C 6. A 7. D 8. D 9. C 10. D 11. B 12. D

二、填空题：

13. -5 14. (0,1) 15. $\frac{2\pi}{3}$ 16. $[3-2\ln 2, +\infty)$

三、解答题：

17. (1) $\because a_n + a_{n+1} = 3n + 5, n = 1, 2, 3 \dots$ ①

$\therefore a_{n-1} + a_n = 3(n-1) + 5, n = 2, 3, 4 \dots$ ② 4 分

① - ② 得 $a_{n+1} - a_{n-1} = 3, n = 2, 3 \dots$

(2) $a_1 a_2 - a_2 a_3 + a_3 a_4 - a_4 a_5 + \dots - a_{2n-1} a_{2n} + a_{2n} a_{2n+1}$
 $= a_2(a_1 - a_3) + a_4(a_3 - a_5) + \dots + a_{2n}(a_{2n-1} - a_{2n+1})$
 $= (-3)(a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n})$ 7 分

由 (1) 得 $\{a_{2n}\}$ 为公差为 3 的等差数列，又由 $a_1 + a_2 = 8$ ，得 $a_2 = 7$

$\therefore a_1 a_2 - a_2 a_3 + a_3 a_4 - a_4 a_5 + \dots - a_{2n-1} a_{2n} + a_{2n} a_{2n+1}$
 $= (-3)(7n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 3) = -\frac{9n^2}{2} - \frac{33n}{2}$ 12 分

18. (1) 由 $\cos \angle BAM = \frac{5\sqrt{7}}{14}$ 得 $\sin \angle BAM = \frac{\sqrt{21}}{14}$.

由 $\cos \angle AMC = -\frac{2\sqrt{7}}{7}$ ，得 $\sin \angle AMC = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

又 $\angle AMC = \angle BAM + \angle B$,

$\therefore \cos \angle B = \cos(\angle AMC - \angle BAM)$
 $= \cos \angle AMC \cdot \cos \angle BAM + \sin \angle AMC \cdot \sin \angle BAM$

$= -\frac{2\sqrt{7}}{7} \cdot \frac{5\sqrt{7}}{14} + \frac{\sqrt{21}}{7} \cdot \frac{\sqrt{21}}{14} = -\frac{1}{2}$

$\because B \in (0, \pi) \therefore B = \frac{2\pi}{3}$ 6 分

(2) 在 $\triangle ABM$ 中，由正弦定理，得 $\frac{AM}{\sin B} = \frac{BM}{\sin \angle BAM} \therefore BM = \frac{AM \sin \angle BAM}{\sin \angle B} = 1$.

因为 M 是边 BC 的中点，所以 $MC = 1$.

故 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AMC} = AM \cdot MC \cdot \sin \angle AMC = \sqrt{7} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{21}}{7} = \sqrt{3}$ 12 分
 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABM} = AM \cdot BM \cdot \sin \angle BAM = \sqrt{7} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{21}}{7} = \sqrt{3}$

解法二：在 $\triangle ABM$ 中，由正弦定理，得 $\frac{AM}{\sin B} = \frac{BM}{\sin \angle BAM}$

$$BM = \frac{AM \sin \angle BAM}{\sin \angle B} = 1$$

因为 M 是边 BC 的中点, 所以, $S_{\triangle AMC} = S_{\triangle ABM}$,

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABM} = AM \cdot BM \cdot \sin \angle BAM = \sqrt{7} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{21}}{7} = \sqrt{3}$$

19. (1) 连结 AC , 交 BD 于 O , 由于底面 $ABCD$ 为菱形, $\therefore O$ 为 AC 中点.

又 M 为 PC 的中点, $\therefore MO \parallel PA$, 又 $MO \subset$ 平面 MDB , $PA \not\subset$ 平面 MDB ,

$\therefore PA \parallel$ 平面 MDB 5 分

(2) 过 P 作 $PE \perp AD$, 垂足为 E , 由于 $\triangle PAD$ 为正三角形, E 为 AD 的中点. 由于侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 由面面垂直的性质得 $PE \perp$ 平面 $ABCD$. 由 $AD \perp PE, AD \perp PB$, 得 $AD \perp$ 平面 PEB .

由 $AD \perp PE, AD \perp PB$, 得 $AD \perp$ 平面 PEB , $\therefore AD \perp EB \therefore \angle EAB = 60^\circ$

$$\because M \text{ 为 } PC \text{ 的中点 } \therefore V_{P-DBM} = V_{C-DMB} = \frac{1}{2} V_{P-CDB} = \frac{1}{2} V_{P-ADB}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

20. (1) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$,

设直线 l 的方程是: $y = x + b$

$$\text{由 } \begin{cases} y = x + b \\ x^2 + 2y^2 = 8 \end{cases}, \text{ 得 } 3x^2 + 4bx + 2b^2 - 8 = 0$$

$$\text{由韦达定理, 得 } x_1 + x_2 = -\frac{4b}{3}$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = x + b \\ x^2 + 2y^2 = 4 \end{cases}, \text{ 得 } 3x^2 + 4bx + 2b^2 - 4 = 0$$

$$\text{由韦达定理, 得 } x_2 + x_3 = -\frac{4b}{3} = x_1 + x_4$$

$\therefore AD$ 的中点的横坐标与 BC 的中点的横坐标相等,
又它们在同一直线上,

$\therefore$ 线段 AD 与 BC 的中点重合, $\therefore |AB| = |CD|$ 6 分

(2) 由 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle BOC}$ 得 $|AB| = |BC|$, 由 (1) 知 $|AB| = |BC| = |CD|$,

$$\therefore |AD| = 3|BC|$$

$$\text{由弦长公式得 } \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{16b^2 - 12(2b^2 - 8)}}{3} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{16b^2 - 12(2b^2 - 4)}}{3}$$

$$\text{解得 } b^2 = \frac{21}{4}, \text{ 而此时 } \Delta = 16b^2 - 12(2b^2 - 4) = 48 - 8b^2 > 0, \text{ 符合题意}$$

$$\therefore b = \frac{\sqrt{21}}{2} \text{ 或 } -\frac{\sqrt{21}}{2}$$

∴ 直线 l 的方程为 $y = x + \frac{\sqrt{21}}{2}$ 或 $y = x - \frac{\sqrt{21}}{2}$ 12 分

21. (1) 应该选择模型①, 因为模型①残差点比较均匀地落在水平的带状区域中, 说明模型拟合精度越高, 回归方程的预报精度越高. 3 分

(2) (i) 剔除异常数据, 即月份为 3 的数据后, 得

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(7 \times 6 - 6) = 7.2; \bar{y} = \frac{1}{5}(30 \times 6 - 31.8) = 29.64,$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1464.24 - 5 \times 31.8 = 1273.44; \sum_{i=1}^5 (x_i^2) = 364 - 6^2 = 328,$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1464.24 - 5 \times 31.8 = 1273.44; \sum_{i=1}^5 (x_i^2) = 364 - 6^2 = 328,$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - \sum_{i=1}^5 \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{1273.44 - 5 \times 7.2 \times 29.64}{328 - 5 \times 7.2 \times 7.2} = \frac{206.4}{68.8} = 3;$$

$$\hat{a} = \bar{y} - b \bar{x} = 29.64 - 3 \times 7.2 = 8.04,$$

所以 y 关于 x 的线性回归方程为: $\hat{y} = 3x + 8.04$ 10 分

(ii) 把 $x=18$ 代入回归方程得: $\hat{y} = 3 \times 18 + 8.04 = 62.04$,

故预报值约为 62.04 万元. 12 分

22. (1) $g'(x) = \cos x - x \sin x - \cos x = -x \sin x$.

当 $x \in (0, \pi]$ 时, $\because \sin x > 0 \therefore g'(x) < 0$,

$g(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上单调递减, $g(x) < g(0) = 0$, $\therefore g(x)$ 在 $(0, \pi]$ 上无零点.

当 $x \in (\pi, 2\pi]$ 时, $\because \sin x < 0 \therefore g'(x) > 0$,

$g(x)$ 在 $(\pi, 2\pi)$ 上单调递增, $g(\pi) = -\pi < 0, g(2\pi) = 2\pi > 0$,

$\therefore g(x)$ 在 $(\pi, 2\pi]$ 上有唯一零点

当 $x \in (2\pi, 3\pi]$ 时, $\because \sin x > 0 \therefore g'(x) < 0$, $g(x)$ 在 $(2\pi, 3\pi)$ 上单调递减.

$\because g(2\pi) > 0, g(3\pi) < 0$, $\therefore g(x)$ 在 $(2\pi, 3\pi]$ 上有唯一零点.

综上, 函数 $g(x)$ 在区间 $(0, 3\pi)$ 上有两个零点. 5 分

$$(2) f'(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}.$$

由 (1) 知 $f(x)$ 在 $x \in (0, \pi]$ 无极值点; 在 $x \in (\pi, 2\pi]$ 有极小值点, 即为 x_1 ;

在 $x \in (2\pi, 3\pi]$ 有极大值点, 即为 x_2 ,

由 $x_n \cos x_n - \sin x_n = 0$ 得 $\tan x_n = x_n$, $n = 1, 2$.

$\because x_2 > x_1 \therefore \tan x_2 > \tan x_1 = \tan(x_1 + \pi)$,

$\because g(\pi) < 0, g(\frac{3\pi}{2}) = -1 < 0, g(2\pi) > 0, g(\frac{5\pi}{2}) < 0$ 以及 $y = \tan x$ 的单调性,

$\therefore x_1 \in (\pi, \frac{3\pi}{2}), x_2 \in (2\pi, \frac{5\pi}{2})$.

$\because x_2, x_1 + \pi \in (2\pi, \frac{5\pi}{2})$, 由函数 $y = \tan x$ 在 $(2\pi, \frac{5\pi}{2})$ 单调递增,

得 $x_2 > x_1 + \pi$,

$$\therefore f(x_1) + f(x_2) = \frac{\sin x_1}{x_1} + \frac{\sin x_2}{x_2} = \cos x_1 + \cos x_2.$$

由 $y = \cos x$ 在 $(2\pi, \frac{5\pi}{2})$ 单调递减得 $\cos x_2 < \cos(x_1 + \pi) = -\cos x_1$,

$\therefore f(x_1) + f(x_2) < 0$ 12 分

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2019-2020 学年高三月考试题及参考答案（更新下载中），**点击链接**获得

<http://www.zizzs.com/c/201910/39637.html>