



2022-2023 第一学期期末测试

高二数学

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1=AB=2$ ，若棱 AB 上存在点 P ，使得 $D_1P \perp PC$ ，则 AD 的取值范围是（ ）

- A. $[1, 2)$ B. $(1, \sqrt{2}]$ C. $(0, 1]$ D. $(0, 2)$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1=2$ ， $\frac{a_{n+1}-3}{a_n}=2$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=$

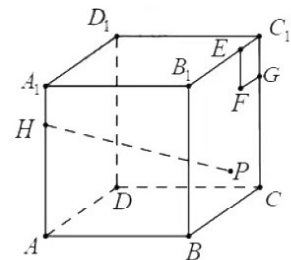
- A. $3 \times 2^n - 3n - 3$ B. $5 \times 2^n - 3n - 5$
C. $3 \times 2^n - 5n - 3$ D. $5 \times 2^n - 5n - 5$

3. 已知函数 $f(x)=2\ln x+f'(2)x^2+2x+3$ ，则 $f(1)=$ （ ）

- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

4. 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 8，点 H 在棱 AA_1 上，且 $HA_1=2$ ，在侧面 BCC_1B_1 内作边长为 2 的正方形 $EFGC_1$ ， P 是侧面 BCC_1B_1 内一动点，且点 P 到平面 CDD_1C_1

距离等于线段 PF 的长，则当点 P 在侧面 BCC_1B_1 运动时， $|HP|^2$ 的最小值是（ ）



- A. 87 B. 88 C. 89 D. 90

5. 设 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的右焦点，过点 F 向 C 的一条渐近线引垂线，垂足为 A ，交另一条渐近线于点 B ，若 $2\overline{AF} = \overline{FB}$ ，则双曲线 C 的离心率是（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{14}}{3}$

6. 数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1}+b_n \neq 0$ ， $a_n=b_n^2$ ，且 $a_1=b_1=1$ ，且 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 $\frac{a_n+b_n}{2}$ ，

记 $c_n = \frac{1}{b_{3n}} - \frac{1}{a_n}$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则 S_n 的最小值为（ ）

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{29}{36}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. -1

7. 已知点 M 是抛物线 $x^2 = 4y$ 上一点, F 是抛物线的焦点, C 是圆 $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 1$ 的圆心, 则 $|MF| + |MC|$ 的最小值为 () 公众号高中僧试题下载

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A = 60^\circ$, D 是边 BC 上一点, 且 $BD = 2DC$, $AD = 2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 已知直线 $l: \sqrt{3}x - y + 1 = 0$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 直线 l 的倾斜角是 $\frac{\pi}{6}$
B. 若直线 $m: x + \sqrt{3}y + 1 = 0$, 则 $l \perp m$
C. 点 $(\sqrt{3}, 0)$ 到直线 l 的距离是 2
D. 过 $(2\sqrt{3}, 2)$ 与直线 l 平行的直线方程是 $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$

10. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3, n \in \mathbb{N}_+)$, 则称数列 $\{a_n\}$ 为斐波那契数列, 又称黄金分割数列. 在现代物理、准晶体结构, 化学等领域, 斐波那契数列都有直接的应用. 则下列结论成立的是 ()

- A. $a_7 = 13$ B. $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2019} = a_{2020}$
C. $3a_n = a_{n-2} + a_{n+2} (n \geq 3)$ D. $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2020} = a_{2021}$

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上存在点 P , 使得 $|PF_1| = 2|PF_2|$,

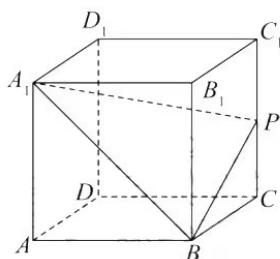
其中 F_1, F_2 分别为椭圆的左、右焦点, 则该椭圆的离心率可能为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

12. 在直四棱柱中 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形,

$\angle BAD = 60^\circ, AB = AD = AA_1 = 2, P$ 为 CC_1 中点, 点 Q 满足

$\overrightarrow{DQ} = \lambda \overrightarrow{DC} + \mu \overrightarrow{DD_1} (\lambda \in [0, 1], \mu \in [0, 1])$. 下列结论正确的是 ()

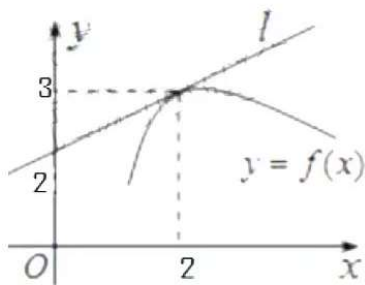


- A. 若 $\lambda + \mu = \frac{1}{2}$, 则四面体 A_1BPQ 的体积为定值
- B. 若 $AQ \perp$ 平面 A_1BP , 则 $AQ + C_1Q$ 的最小值为 $\sqrt{10 + 3\sqrt{10}}$
- C. 若 $\triangle A_1BQ$ 的外心为 O , 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$ 为定值 2
- D. 若 $AQ = \sqrt{7}$, 则点 Q 的轨迹长度为 $\frac{2}{3}\pi$

三、填空题; 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 已知空间三点 $A(0, 1, 2)$, $B(1, 3, 5)$, $C(2, 5, 4-k)$ 在一条直线上, 则实数 k 的值是

14. 如图, $y = f(x)$ 是可导函数, 直线 l 是曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 处的切线, 令 $g(x) = \frac{f'(x)}{x}$, 则 $g'(2) =$ _____.



15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右顶点为 A , 经过原点的直线 l 交椭圆 C 于 P 、 Q 两点, 若 $|PQ| = a$, $AP \perp PQ$, 则椭圆 C 的离心率为 _____.

16. 对于正整数 n , 设 x_n 是关于 x 的方程: $(n^2 + 5n + 3)x^2 + x^2 \log_{n+2} x'' = 1$ 的实根, 记

$a_n = \left\lfloor \frac{1}{2x_n} \right\rfloor$, 其中 $\lfloor x \rfloor$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 $a_1 =$ _____; 若 $b_n = a_n \cdot \sin \frac{n\pi}{2}$, S_n 为

$\{b_n\}$ 的前 n 项和, 则 $S_{2022} =$ _____.

四、解答题; 本题共 6 个小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

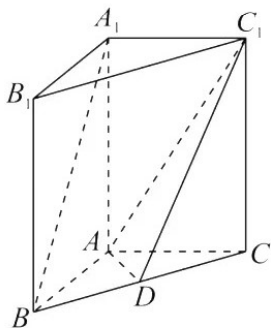
17. 已知点 P 在曲线 $y = \frac{4}{e^x + 1}$ 上, α 为曲线在点 P 处的切线的倾斜角, 求 α 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = |2x - 1| + |x + 2|$.

(1) 求不等式 $f(x) > 4$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 m , 且实数 a, b 满足 $3a - 4b = 2m$, 求 $(a - 2)^2 + (b + 1)^2$ 的最小值.

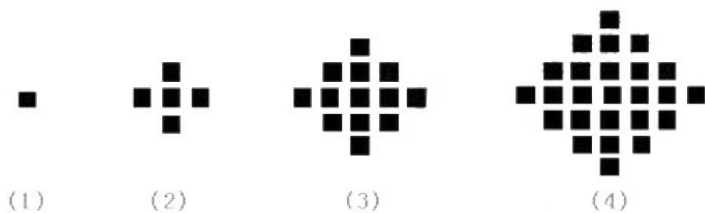
19. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, $AB = AC = 2$, $AA_1 = 4$, 点 D 是 BC 的中点.



(1) 求证: 直线 $BA_1 \parallel$ 平面 ADC_1

(2) 求平面 ADC_1 与平面 A_1BA 所成的锐二面角的余弦值.

20. 某少数民族的刺绣有着悠久的历史, 图中 (1)、(2)、(3)、(4) 为她们刺绣最简单的四个图案, 这些图案都是由小正方形构成, 小正方形数越多刺绣越漂亮, 向按同样的规律刺绣 (小正方形的摆放规律相同), 设第 n 个图形包含 $f(n)$ 个小正方形



(1) 求 $f(6)$ 的值

(2) 求出 $f(n)$ 的表达式

(3) 求证: 当 $n \geq 2$ 时, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)-1} + \frac{1}{f(3)-1} + \cdots + \frac{1}{f(n)-1} < \frac{3}{2}$

21. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{14} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 双曲线 $C_2: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$

与 C_1 共焦点，点 $A(3, \sqrt{7})$ 在双曲线 C_2 上.

(1) 求双曲线 C_2 的方程:

(2) 已知点 P 在双曲线 C_2 上，且 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ，求 $\triangle PF_1F_2$ 的面积.

22. 已知函数 $f(x) = x^2 - ax + \ln x$ ， $g(x) = \frac{1}{x}(xe^x - 1 - \ln x)$.

(1) 当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 设 $a < 0$ ，若 $\forall x_1 \in (0, e)$ ， $x_2 \in (0, +\infty)$ ，都有 $f(x_1) < 10g(x_2)$ ，求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线