新疆维吾尔自治区2023年普通高考第三次适应性检测

文科数学

（卷面分值：150分；考试时间：120分钟）

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡相应位置上.
2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号，写在本试卷上无效.
3. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则 $M\cup N=$

A. $\{x|-4<x<3\}$　　B. $\{x|-4<x<-2\}$

C. $\{x|-2<x<2\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

2. 已知 $\dfrac{5}{1-a\mathrm{i}}=1+2\mathrm{i}$，其中 $a\in\mathbf{R}$，i为虚数单位，则 $a=$

A. -1　　B. 1

C. -2　　D. 2

3. 若命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1<0$，命题 q：$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\cos x_0=\pi$，则下列命题为真命题的是

A. $p\wedge q$　　B. $p\vee q$

C. $(\neg p)\wedge q$　　D. $(\neg p)\wedge(\neg q)$

4. 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上任意一点到焦点 F 的距离比到 y 轴的距离大 1,则抛物线的标准方程为

A. $y^2=x$

B. $y^2=2x$

C. $y^2=4x$

D. $y^2=8x$

5. 2022 年 2 月 27 日,长征八号遥二运载火箭搭载 22 颗卫星成功发射,创造中国航天"一箭多星"的最高纪录,打破了长征六号火箭创造的"一箭 20 星"纪录. 据测算:在不考虑空气阻力的条件下,火箭的最大速度 v(单位:m/s)和燃料的质量 M(单位:kg)、火箭的质量(除燃料外)m(单位:kg)的关系是 $v=3000\ln\left(\frac{M+m}{m}\right)$. 为使火箭的最大速度达到 9000m/s,则燃料质量与火箭质量之比约为(参考数据 $e^3\approx20$)

A. 18

B. 19

C. 20

D. 21

6. 设向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为单位向量,且 $|\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}|=|\lambda\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|(\lambda\neq0)$,则向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{5\pi}{6}$

7. 钝角 $\triangle ABC$ 中,$\sin^2A=\frac{\sin^2C-\sin^2B}{2\sin C-1}$,则 $\cos(A-B)=$

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. 1

8. 已知函数 $f(x)=\cos x\cdot\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{x}{2})$,则下列说法正确的是

A. $y=f(x)$ 是奇函数

B. $f(x)$ 在 $\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$ 上单调递增

C. $y=f(x)$ 的图象关于点 $(\pi,0)$ 对称

D. $f(x)$ 是最小正周期为 2π 的周期函数

9. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，若$a_{n+1}=\dfrac{na_n}{n+a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$，则下列结论中错误的是

A. $a_3=\dfrac{2}{5}$

B. $\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}\leqslant 1$

C. $\ln n<\dfrac{1}{a_n}-1(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$

D. $\dfrac{1}{a_{2n+1}}-\dfrac{1}{a_{n+1}}<\dfrac{1}{2}$

10. 棱长为6的正方体内有一个棱长为m的正四面体，且该正四面体可以在正方体内任意转动，则m的最大值为

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $2\sqrt{6}$

D. $3\sqrt{3}$

11. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左，右顶点分别为$A_1,A_2$，点$M$在直线$x=c$上运动，若$\angle A_1MA_2$的最大值为45°，则双曲线的离心率为$e=$

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

12. 在平面直角坐标系xOy中，已知$\dfrac{\ln x_1-2x_1}{y_1}=\dfrac{1-x_2}{y_2}=1$，则$(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$的最小值为

A. $\dfrac{1}{2}$

B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. 2

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13 题~第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答,第 22 题~第 23 题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分.

13. 从 11 至 14 世纪涌现出一批著名的数学家和其创作的数学著作,如秦九韶的《数书九章》,李冶的《测圆海镜》,杨辉的《详解九章算法》、《日用算法》和《杨辉算法》. 某学校团委为拓展学生课外学习兴趣,现从上述五部著作中任意选择两部作为学生课外拓展学习的参考书目,则所选的两部中至少有一部是杨辉著作的概率为________.

14. 已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$,其中$a_n=n^2$,$n\in\mathbf{N}^*$,$\{b_n\}$的各项是互不相等的正整数. 若对于任意$n\in\mathbf{N}^*$,$\{b_n\}$的第a_n项等于$\{a_n\}$的第b_n项,则$\dfrac{\log_2 b_4}{\log_2 b_2}=$________.

15. 在$\triangle ABC$中,$\cos A=\dfrac{11}{14}$,$AC=3$,$AB=7$,椭圆C_1和双曲线C_2以A,B为公共焦点且都经过点C,则C_1与C_2的离心率之和为________.

16. 已知函数$f(x)=x^2+a\ln x$有两条与直线$y=2x$平行的切线,且切点坐标分别为$P(x_1,f(x_1))$,$Q(x_2,f(x_2))$,则$\dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2}$的取值范围是________.

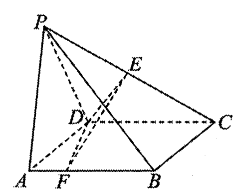
三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (12 分)已知a,b,c分别为$\triangle ABC$内角A,B,C的对边,若$\triangle ABC$满足$\cos 2A+2\sin^2\dfrac{B+C}{2}=1$,$a=\sqrt{6}$,$b=2\sqrt{2}$.

(1)求角A;

(2)求$\triangle ABC$的面积.

18. (12 分)如图,在四棱锥$P-ABCD$中,底面$ABCD$是长方形,$2AD=CD=PD=2$,$PA=\sqrt{5}$,$\angle PDC=120°$,点E为线段PC的中点,点F在线段AB上,且$AF=\dfrac{1}{2}$.



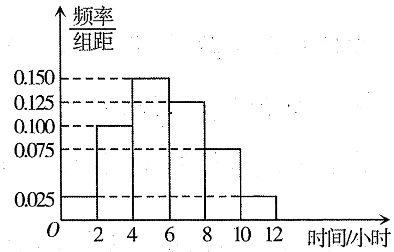
(1)证明:平面$PCD\perp$平面PAD;

(2)求点C到平面DEF的距离.

19. (12 分)某中学初三年级有学生 1500 人,其中男生占总人数的 70%,为调查该校学生中考前一周每天睡眠时间的情况,采用分层抽样的方法,收集 300 位学生的睡眠时间样本数据(单位:小时).

(1)应收集多少位男生的样本数据?

(2)根据这 300 个样本数据,得到学生睡眠时间的频率分布直方图(如图所示),其中样本数据的分组区间为:$(0,2]$,$(2,4]$,$(4,6]$,$(6,8]$,$(8,10]$,$(10,12]$.估计该校学生中考前一周平均每天睡眠时间超过 4 小时的概率;



(3)在样本数据中,有 60 位女生的平均睡眠时间超过 4 小时,请完成中考前一周日均睡眠时间与性别列联表,并判断是否有 99%的把握认为"该校学生的考前一周日均睡眠时间与性别有关".

附:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

20. (12 分)已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点分别为 F_1,F_2,且 F_2 的坐标为$(1,0)$,点 $P(1,\dfrac{3}{2})$在椭圆上.

(1) 求$\triangle PF_1F_2$ 的周长;

(2)斜率为$-\sqrt{2}$的直线与圆 $x^2+y^2=3$ 相切于第一象限,交椭圆于 A,B 两点,求$\triangle AF_2B$ 的周长.

21. (12 分)已知函数$f(x)=ax-a-\ln x$,且$f(x)$的最小值为 0.

(1)求 a 的值;

(2)设函数 $g(x)=xf(x)$.

①求 $g(x)$的极小值点;

②设 $g(x)$的极大值点为 x_0,证明$\dfrac{1}{e^2}<g(x_0)<\dfrac{1}{4}$.

请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

［选修4—4：坐标系与参数方程］

22.（10分）已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{4}{3\sin^2\theta+1}$.

（1）求 C_1，C_2 在直角坐标系下的普通方程；

（2）设 M 是 C_2 上的任意一点，求 M 到 C_1 的距离最大时 M 的坐标.

［选修4—5：不等式选讲］

23.（10分）已知函数 $f(x)=\left|2x+\dfrac{1}{2}\right|+\left|2x-\dfrac{1}{2}\right|$.

（1）求不等式 $f(x)<4$ 的解集；

（2）设 $f(x)$ 的最小值为 M，若正实数 a，b 满足 $\dfrac{a+1}{2(a+2)}+\dfrac{b-1}{b+1}=M$，证明：$a+b\geqslant 6$.