高一期末考试质量监测
数学参考答案

1. A　$(1-2\mathrm{i})(1-\mathrm{i})=1-\mathrm{i}-2\mathrm{i}+2\mathrm{i}^2=-1-3\mathrm{i}$.

2. C　抽取的玉米中糯玉米的个数为 $40\times\dfrac{56}{42+7+56+35}=16$.

3. B　空间四边形的四个点不共面，A 错误. 若直线 m 上有无数个点不在平面 α 内，则 $m/\!/\alpha$ 或 m 与 α 相交，D 错误. 若 $m/\!/\alpha$，则平面 α 内存在直线与直线 m 不平行，C 错误. B 正确.

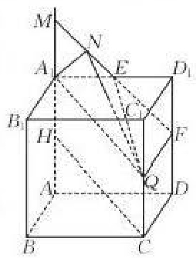
4. D　设这 5 名登山爱好者为 a,b,c,d,e，其中 a,b 为成功登顶珠穆朗玛峰的 2 人. 从中任选 2 人，基本事件为 $(a,b),(a,c),(a,d),(a,e),(b,c),(b,d),(b,e),(c,d),(c,e),(d,e)$，共 10 个，则“恰有 1 人成功登顶珠穆朗玛峰”包含的基本事件有 6 个，故被选中的 2 人中恰有 1 人成功登顶珠穆朗玛峰的概率是 $\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.

5. B　因为在直观图中，$O'A=AB=\sqrt{10}$，所以 $O'B=\sqrt{10+10}=2\sqrt{5}$，所以原图形是一个底边长为 $\sqrt{10}$，高为 $2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ 的直角三角形，故原图形的面积为 $\dfrac{1}{2}\times\sqrt{10}\times4\sqrt{5}=10\sqrt{2}$.

6. D　因为向量 $\boldsymbol{b}$ 在向量 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量为 $\dfrac{1}{4}\boldsymbol{a}$，所以 $\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2}=\dfrac{1}{4}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$.

7. B　因为 $A+C=2B$，所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$，则 $\sqrt{3}a^2+\sqrt{3}c^2-2ac\sin\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}a^2+\sqrt{3}c^2-\sqrt{3}ac=9\sqrt{3}$，得 $a^2+c^2-ac=9$. 根据余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=a^2+c^2-ac=9$，故 $b=3$.

8. B　延长 FE 交 AA_1 的延长线于 M，取 ME 的中点 N，连接 A_1N,QN,QA_1. 因为 E,F 分别为所在棱的中点，所以 $A_1E=A_1M$，则 $A_1N\perp ME$. 易得 $FQ/\!/CD$，则 $FQ\perp$ 平面 ADD_1A_1，所以 $FQ\perp A_1N$. 又 $ME\cap FQ=F$，所以 $A_1N\perp$ 平面 EFQ. 因为 H 为 AA_1 的中点，所以 $CH/\!/A_1Q$，则直线 HC 与平面 EFQ 所成的角即直线 A_1Q 与平面 EFQ 所成的角 $\angle A_1QN$. 设 $AB=4$，则 $A_1Q=\sqrt{32+4}=6$，$A_1N=\sqrt{2}$，所以 $\sin\angle A_1QN=\dfrac{A_1N}{A_1Q}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$，故直线 HC 与平面 EFQ 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.



9. ABD　由图可知，Ω 有 8 个顶点，13 条棱，7 个面，平面 $BC_1D\cap$ 平面 $ABB_1A_1=BD$.

10. ABD　$z=\dfrac{2+11\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}=\dfrac{(2+11\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}{(2+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}=\dfrac{4-2\mathrm{i}+22\mathrm{i}-11\mathrm{i}^2}{5}=\dfrac{15+20\mathrm{i}}{5}=3+4\mathrm{i}$. $|z|=\sqrt{9+16}=5$，A 正确. $\bar{z}=3-4\mathrm{i}$，B 正确. z 在复平面内对应的点为 $(3,4)$，在第一象限，C 错误. $z-4\mathrm{i}=3+4\mathrm{i}-4\mathrm{i}=3\in\mathbf{R}$，D 正确.

11. AC　根据正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，可得 $\dfrac{1}{\sin\frac{\pi}{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin B}$，解得 $\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. 因为 $b>a$，所以 $B=$

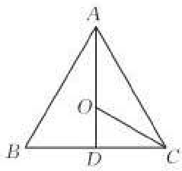
$\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$，则$C=\frac{\pi}{2}$或$\frac{\pi}{6}$.

12. BCD　因为事件$A=\{2,4,6,8\}$，事件$B=\{1,3,5,8\}$，事件$C=\{1,6,7,8\}$，所以$A\cap B\cap C=\{8\}$，$A\cap B=\{8\}$，$A\cap C=\{6,8\}$，$B\cap C=\{1,8\}$，所以$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{2}$，$P(AB)=\frac{1}{8}$，$P(AC)=\frac{1}{4}$，$P(BC)=\frac{1}{4}$，$P(ABC)=\frac{1}{8}$，所以$P(AB)\neq P(A)P(B)$，事件$A$，$B$不相互独立，A错误；$P(AC)=P(A)P(C)$，事件$A$，$C$相互独立，B正确；$P(BC)=P(B)P(C)$，事件$B$，$C$相互独立，C正确；$P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$，D正确.

13. 9　将该组数据从小到大排列为2，4，5，6，7，8，9，10，因为$8\times 80\%=6.4$，所以该组数据的80%分位数为9.

14. 2；$\frac{\sqrt{3}}{3}$　由$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2\sqrt{3}$，得$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=12$，即$\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=12$. 因为$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{6}$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，所以$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{2}{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

15. 48π　如图，设该圆锥的轴截面为$\triangle ABC$，过A作$AD\perp BC$交BC于D，则该圆锥的外接球的球心O在AD上，OA即该圆锥外接球的半径. 由题意可得$AD=3\sqrt{3}$，设该圆锥的外接球的半径为R，则$R^2=(3\sqrt{3}-R)^2+3^2$，解得$R=2\sqrt{3}$，故该圆锥的外接球的表面积为$4\pi R^2=48\pi$.



16. $200\sqrt{15}$　由题意知$\angle QPM=\frac{\pi}{3}$，$\angle PQM=\frac{\pi}{6}$，所以$\angle QMP=\frac{\pi}{2}$，所以在$\mathrm{Rt}\triangle QMP$中，$MP=\frac{1}{2}QP=600$米，$QM=\frac{\sqrt{3}}{2}PQ=600\sqrt{3}$米. 又$\angle QPN=\frac{\pi}{4}$，$\angle PQN=\frac{5\pi}{12}$，所以$\angle QNP=\frac{\pi}{3}$. 在$\triangle QNP$中，由正弦定理，得$\frac{QN}{\sin\frac{\pi}{4}}=\frac{PQ}{\sin\frac{\pi}{3}}$，所以$QN=\frac{1200}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=400\sqrt{6}$米. 在$\triangle MNQ$中，$\angle MQN=\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}$.

由余弦定理，得$MN=\sqrt{QN^2+QM^2-2QN\cdot QM\cdot\cos\angle MQN}$

$=\sqrt{(400\sqrt{6})^2+(600\sqrt{3})^2-2\times 400\sqrt{6}\times 600\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=200\sqrt{15}$米.

17. 解：(1)$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(-3,9)$，……………………………… 1分

因为$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$，所以$-3\lambda=6\times 9$，……………………………… 3分

解得$\lambda=-18$. ……………………………… 5分

(2)$\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}=(-5,8)$，……………………………… 6分

因为$(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$，所以$-5\times 6+8\lambda=0$，……………………………… 8分

解得$\lambda=\frac{15}{4}$. ……………………………… 10分

18. 解：(1)因为 $2S-\sqrt{3}bc\cos A=0$，所以 $bc\sin A-\sqrt{3}bc\cos A=0$，…… 1 分

则 $\sin A=\sqrt{3}\cos A$，所以 $\tan A=\sqrt{3}$. …… 3 分

又因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$. …… 6 分

(2)由余弦定理，得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$，即 $b^2+c^2-49=bc$， …… 8 分

得 $(b+c)^2=49+3bc=169$，则 $b+c=13$，…… 10 分

故△ABC 的周长为 $a+b+c=20$. …… 12 分

19. 解：(1)根据题意得 $(0.005+0.010+m+0.040+0.020+0.010)\times10=1$， …… 2 分

解得 $m=0.015$. …… 3 分

(2)该果园这 200 个蜜桔的平均质量约为 $30\times0.05+40\times0.10+50\times0.15+60\times0.40+70\times0.20+80\times0.10=59$ 克/个. …… 6 分

(3)依题意可估计该果园这 5 万个蜜桔的总质量为 $5\times59=295$ 万克=2950 千克. …… 8 分

若按原销售方案进行销售，则可获得的收益约为 $2950\times25=73750$ 元； …… 9 分

若低于 55 克的蜜桔以 140 元/百个进行销售，不低于 55 克的蜜桔以 160 元/百个进行销售，则可获得的收益约为 $(0.05+0.10+0.15)\times500\times140+(0.40+0.20+0.10)\times500\times160=77000$ 元. …… 11 分

因为 $77000>73750$，所以按新方案进行销售，该果园收益会更高. …… 12 分

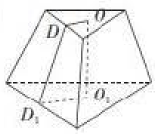
20. 解：(1)正三棱柱的体积 $V_1=\frac{\sqrt{3}}{4}\times1^2\times1=\frac{\sqrt{3}}{4}\ \text{cm}^3$， …… 1 分

正三棱台的体积 $V_2=\frac{1}{3}\times1\times(\frac{\sqrt{3}}{4}\times1^2+\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2+\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4}\times1^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2})=\frac{7\sqrt{3}}{12}\ \text{cm}^3$， …… 3 分

所以该零件的质量为 $(\frac{7\sqrt{3}}{12}+\frac{\sqrt{3}}{4})\times7.8=\frac{13\sqrt{3}}{2}$ g， …… 5 分

所以该盒中共有零件 $650\sqrt{3}\div\frac{13\sqrt{3}}{2}=100$ 个. …… 6 分

(2)如图，设 D,D_1 分别为三棱台所在棱的中点，O,O_1 分别为三棱台上、下底面的中心，连接 OO_1,OD,DD_1,O_1D_1.



因为 $OD=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times1=\frac{\sqrt{3}}{6}$ cm，

$O_1D_1=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times2=\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm， …… 7 分

所以 $DD_1=\sqrt{OO_1^2+(O_1D_1-OD)^2}=\frac{\sqrt{39}}{6}$ cm， …… 8 分

所以三棱台的侧面积为 $\frac{1}{2}\times(1+2)\times\frac{\sqrt{39}}{6}\times3=\frac{3\sqrt{39}}{4}\ \text{cm}^2$， …… 10 分

所以一个零件的表面积为$\frac{3\sqrt{39}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}\times1^2+\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2+1\times1\times3=3+\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{39}}{4}$ cm^2. …………………………………………………………………………………………… 11分

因为$(3+\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{39}}{4})\times100=300+125\sqrt{3}+75\sqrt{39}$,

所以共需涂$(300+125\sqrt{3}+75\sqrt{39})cm^2$的材料. ………………………………………… 12分

21. 解:(1)设A_k,B_k分别表示甲、乙在第$k(k=1,2,3,\cdots)$轮射中,

则$P(A_k)=\frac{1}{2}$,$P(B_k)=\frac{2}{3}$.

设C表示"少年队"在一轮比赛中恰好射中1次,

则$P(C)=P(A_1)P(\overline{B_1})+P(\overline{A_1})P(B_1)$ ………………………………………………… 2分

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$,

所以"少年队"在一轮比赛中恰好射中1次的概率为$\frac{1}{2}$. ………………………………… 5分

(2)设D_0,D_1,D_2,D_3分别表示甲在三轮比赛中射中0次,1次,2次,3次,

E_0,E_1,E_2,E_3分别表示乙在三轮比赛中射中0次,1次,2次,3次,

M表示"少年队"在三轮比赛中恰好射中3次.

$P(D_0)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$,$P(D_1)=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$, ……………………………… 6分

$P(D_2)=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$,$P(D_3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$, ……………………………… 7分

$P(E_0)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$,$P(E_1)=3\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$, ……………………………… 8分

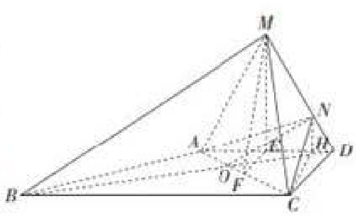
$P(E_2)=3\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$,$P(E_3)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$, ……………………………… 9分

所以$P(M)=P(D_0)P(E_3)+P(D_1)P(E_2)+P(D_2)P(E_1)+P(D_3)P(E_0)$ ………… 10分

$=\frac{1}{8}\times\frac{8}{27}+\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}+\frac{3}{8}\times\frac{2}{9}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{27}=\frac{7}{24}$,

故"少年队"在三轮比赛中恰好射中3次的概率为$\frac{7}{24}$. ………………………………… 12分

22. (1)证明:连接BD交AC于O,连接ON.



因为$AD/\!/BC$,$BC=2AD$,所以根据相似的性质可得$\frac{BO}{OD}=\frac{BC}{AD}=2$. ……………………………………………………… 1分

因为直线$MB/\!/$平面ACN,$MB\subset$平面MBD,平面$ACN\cap$平面$MBD=ON$, …………………………………… 2分

所以$MB/\!/ON$, ……………………………………………………………………………… 3分

则$\frac{MN}{ND}=\frac{BO}{OD}=2$,所以$MN=2ND$. ………………………………………… 4 分

(2)解:取AD的中点E,AC的中点F,连接ME,EF,MF.

因为$\triangle MAD$为等边三角形,所以不妨设$MA=AD=MD=6$,

则$ME=3\sqrt{3}$,$ME\perp AD$. ………………………………………… 5 分

因为平面$MAD\perp$平面$ABCD$,平面$MAD\cap$平面$ABCD=AD$,

所以$ME\perp$平面$ABCD$,所以$ME\perp EF$,$ME\perp AC$. ………………………………………… 6 分

又因为E,F分别为AD,AC的中点,所以$EF/\!/CD$,

而$AC\perp CD$,所以$AC\perp EF$,又$ME\cap EF=E$,则$AC\perp$平面MEF,得$AC\perp MF$,

所以$\angle MFE$是二面角$M-AC-D$的平面角,即$\angle MFE=\alpha$. ………………………………………… 7 分

设$EF=m$,则$\tan\alpha=\frac{ME}{EF}=\frac{3\sqrt{3}}{m}\in[3,3\sqrt{3}]$,得$m\in[1,\sqrt{3}]$. ………………………………………… 8 分

过N作$NH\perp AD$交AD于H,连接CH,易得$NH\perp$平面$ABCD$,

则$\angle NCH$为直线CN与平面$ABCD$所成的角,即$\angle NCH=\theta$. ………………………………………… 9 分

$NH=\frac{1}{3}ME=\sqrt{3}$,$DH=\frac{1}{3}ED=1$,$CD=2m$.

因为$\cos\angle ADC=\frac{CD}{AD}=\frac{m}{3}$,所以$CH=\sqrt{4m^2+1-2\times 2m\times\frac{m}{3}}=\sqrt{\frac{8m^2+3}{3}}$, ……… 10 分

则$\tan\theta=\frac{NH}{HC}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{8m^2+3}{3}}}=\frac{3}{\sqrt{8m^2+3}}$. ………………………………………… 11 分

因为$m\in[1,\sqrt{3}]$,所以$\tan\theta=\frac{3}{\sqrt{8m^2+3}}\in[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{3\sqrt{11}}{11}]$.

故$\tan\theta$的取值范围为$[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{3\sqrt{11}}{11}]$. ………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。