景德镇市2023届高三第二次质检试题

数 学（文科）答案

一、选择题 1-5 D D ABC 6-10 BDCAC 11-12 D A

二、填空题

13. 0.4 14. 2 15. $[\frac{11}{6},\frac{7}{3})$ 16. 解：$(x\quad 1)^2\quad (2x)^2$ $\therefore x?[-\frac{1}{3},1]$

三、解答题

17. 解：（1）$\because \sin C\tan B=\cos C-2\cos A$ $\therefore \sin C\sin B=\cos B\cos C-2\cos B\cos A$

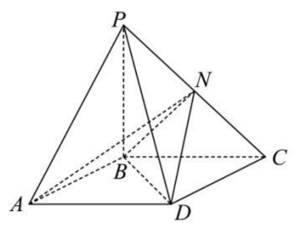
$\therefore 2\cos B\cos A=\cos B\cos C-\sin C\sin B=\cos(B+C)=-\cos A$ $\because$角A为锐角

$\therefore \cos A\neq 0$ $\therefore \cos B=-\frac{1}{2}$ $\therefore B=\frac{2\pi}{3}$

（2） 由余弦定理$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=a^2+c^2+ac\geq 3ac=12$

$\therefore b$的最小值为$2\sqrt{3}$

18.



解：(1)证明：$\begin{cases}\text{面}PBD\perp\text{面}ABCD\\ BD=\text{面}PBD\cap\text{面}ABCD\\ PB\perp BD,PB\subseteq\text{平面}PBD\end{cases}$

$\Rightarrow PB\perp\text{平面}ABCD\Rightarrow PB\perp AB$

连接AC交BD于点O,连接ON

$PA//\text{平面}BDN\Rightarrow PB//ON$,O为中点，则N也为PC中点

$AB\perp PB,\Rightarrow CD\perp PB$

$CD\perp PD\Rightarrow CD\perp\text{面}PBD\Rightarrow CD\perp BD$

$PA=\sqrt{5},AB=1,\Rightarrow PB=2$,AD=2

$V_{N-PAD}=\frac{1}{2}V_{C-PAD}=\frac{1}{2}V_{P-ACD}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}PB\times S_{\Delta ACD}$

$V_{N-PAD}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times2\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

19.

附：①相关系数公式：$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}t_iy_i-n\bar{t}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$.（若$|r|>0.95$，则线性相关程度非常强，可用线性回归模型拟合）

②一组数据(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_n,y_n)，其回归直线方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$，$\hat{a}=\hat{y}-\hat{b}\bar{x}$.

③参考数据：$\sum_{i=1}^{4}t_iy_i=1\times3.9+2\times3.3+3\times2.2+4\times1.8=24.3$，

$\sum_{i=1}^{4}(y_i-\bar{y})^2=1.1^2+0.5^2+0.6^2+1^2=2.82$

$\sqrt{14.1}\approx3.75$.

【解析】 (1)由 5 月至 8 月的数据可知$\bar{t}=\frac{1+2+3+4}{4}=2.5$，$\bar{y}=\frac{3.9+3.3+2.2+1.8}{4}=2.8$，

$\sum_{i=1}^{4}t_iy_i=1\times3.9+2\times3.3+3\times2.2+4\times1.8=24.3$，$\sum_{i=1}^{4}(t_i-\bar{t})^2=\frac{9}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{9}{4}=5$，

$\sum_{i=1}^{4}(y_i-\bar{y})^2=1.1^2+0.5^2+0.6^2+1^2=2.82$，

∴所求线性相关系数为

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{4}t_iy_i-4\bar{t}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(t_i-\bar{t})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{24.3-4\times2.5\times2.8}{\sqrt{5}\times\sqrt{2.82}}=\frac{-3.7}{\sqrt{14.1}}\approx-0.99.$$

因为相关系数的绝对值$|r|=|-0.99|=0.99>0.95$，所以认为 y 与 t 具有非常强的线性相关关系.

(2)由题得，$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{4}t_iy_i-4\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{4}\left(t_i-\bar{t}\right)^2}=\dfrac{-3.7}{5}=-0.74$，

所以$\hat{a}=\hat{y}-\hat{b}\bar{t}=2.8-\left(-0.74\right)\times 2.5=4.65$，所以 y 关于 t 的回归直线方程为$\hat{y}=-0.74t+4.65$.

当$t=5$时，$\hat{y}=-0.74\times 5+4.65=0.95<1$，所以 9 月收入从预测看不能突破 1 万元

20. 【详解】(1) 当倾斜角为时，直线l为，

令$x=0$，得$y=3$. 即椭圆的上顶点为$\left(0,3\right)$，所以$b=3$，

又$\triangle AF_1F_2$的周长为6，即$2a+2c=6$，又$a^2=b^2+c^2$，解得$a=2,c=1$，

所以椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

(2) 由（1）可知$M(-2,0),N(2,0),F_2(1,0)$，

因为过F_2与圆E相切的直线分别切于N,H两点，所以$|F_2H|=|F_2N|=1$，

所以$|PF_1|+|PH|=|PF_1|+|PF_2|-|F_2H|=|PF_1|+|PF_2|-1$，

设点$E(2,t)(t\neq 0)$，则$D(2,2t)$，圆E的半径为$|t|$，

则直线DM的方程为$y=\dfrac{2t-0}{2+2}(x+2)=\dfrac{t}{2}(x+2)$，

l_2的方程设为$x=ky+1$，则$\dfrac{|2-kt-1|}{\sqrt{1+k^2}}=|t|$，化简得$k=\dfrac{1-t^2}{2t}$

由$\begin{cases}y=\dfrac{t}{2}(x+2)\\ x=\dfrac{1-t^2}{2t}y+1\end{cases}$，得$\begin{cases}y=\dfrac{6t}{3+t^2}\\ x=\dfrac{6-2t^2}{3+t^2}\end{cases}$，所以点$P(\dfrac{6-2t^2}{3+t^2},\dfrac{6t}{3+t^2})$

$\dfrac{(\frac{6-2t^2}{3+t^2})^2}{4}+\dfrac{(\frac{6t}{3+t^2})^2}{3}=\dfrac{t^4+6t^2+9}{(3+t^2)^2}=1$，所以点$P$在椭圆$C$上，

$\therefore |PF_1|+|PF_2|=4$，即 $|PF_1|+|PH|=4-1=3$.

21. 解：（1）$f'(x)=\dfrac{x+1-a-\ln x}{x^2}$，$x+1-a-\ln x\geq 0$，$\therefore a\leq 2$.　$\therefore a$ 的最大值为 2.

（2）设 $\dfrac{x_2}{x_1}=t$（$t\geq 4$），$\begin{cases}x_1+1-a-\ln x_1=0\\x_2+1-a-\ln x_2=0\end{cases}$　$\therefore \begin{cases}x_1+1-a-\ln x_1=0\\tx_1+1-a-\ln t-\ln x_1=0\end{cases}$

两式相减得 $(t-1)x_1=\ln t$，$\therefore \sqrt{x_1x_2}=\dfrac{\sqrt{t}\ln t}{t-1}$

由函数 $g(t)=\dfrac{\sqrt{t}\ln t}{t-1}$ 在 $[4，+?)$ 上递减，所以 $\sqrt{x_1x_2}=\dfrac{\sqrt{t}\ln t}{t-1}$? $g(4)$　$\dfrac{4}{3}\ln 2$

四、选做题

22. 解：(1) 由题意得曲线 C_1：$\begin{cases}x=\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$ α 为参数）的普通方程为 $x^2+y^2=1$.

由伸缩变换 $\begin{cases}x'=3x\\y'=2y\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\dfrac{x'}{3}\\y=\dfrac{y'}{2}\end{cases}$

代入 $x^2+y^2=1$，得 $\dfrac{x'^2}{9}+\dfrac{y'^2}{4}=1$.

$\therefore C_2$ 的普通方程为 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

(2) $\because$ 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta=6\sqrt{3}$.，

$\therefore$ 直线 l 的普通方程为 $2x+\sqrt{3}y-6\sqrt{3}=0$.

设点 P 的坐标为 $(3\cos\theta,2\sin\theta)$，

则点 P 到直线 l 的距离

$d=\dfrac{|2\sqrt{3}\sin\theta+6\cos\theta-6\sqrt{3}|}{\sqrt{3+4}}=\dfrac{2\left|2\sqrt{3}\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)-3\sqrt{3}\right|}{\sqrt{7}}$　　$\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$

$d_{\min}=\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$，

所以点 P 到直线 l 距离 d 的最大值为 $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$.

23. 解：(1) 若 $t=1$，则 $f(x)=|x+1|+|x-2|=\begin{cases}2x-1,(x\geqslant 2)\\3,(-1\leqslant x<2)\\1-2x,(x<-1)\end{cases}$，

当 $x..2$ 时， $2x-1,,14-x^2$，$\therefore 2$剟x 3；

当 $-1,,x<2$ 时，$3,,14-x^2$，$\therefore -1,,x<2$；

当 $x<-1$ 时，$1-2x,,14-x^2$，$\therefore 1-\sqrt{14},,x<-1$，

综上不等式的解集为 $[1-\sqrt{14},3]$；

(2) $\because f(x)\ldots|(x+t)-(x-2t)|=3|t|$，

$\therefore f(x)_{\min}=3|t|$，

又 $f(x)=\dfrac{4a^2+b}{ab}$，$a+b=4$，

则 $\dfrac{4a}{b}+\dfrac{1}{a}=\dfrac{4a}{b}+\dfrac{a+b}{4a}\ldots\dfrac{1}{4}+2\sqrt{\dfrac{4a}{b}\cdot\dfrac{b}{4a}}=\dfrac{9}{4}$，

当且仅当 $4a=b$，等号成立，

所以 $\dfrac{4a^2+b}{ab}\in[\dfrac{9}{4},+\infty)$，

根据题意，$\dfrac{9}{4},,3|t|$，

$\therefore t$ 的取值范围是 $(-\infty,-\dfrac{3}{4}]\cup[\dfrac{3}{4},+\infty)$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。