江西省 东乡一中 都昌一中 丰城中学 赣州中学 景德镇二中 上饶中学 上栗中学 新建二中 新八校 2022届高三第一次联考理科数学试题

命题人：景德镇二中　舒雯、黄文钰　审题人：景德镇二中　程浩、马小宇

考试时间：120分钟　满分：150分

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $P=\{x\mid 0\le x\le 3\}$，$Q=\{x\in N\mid 1\le x\le 4\}$，则 $P\cap Q=$

B　A. $\{1,2,3,4\}$　B. $\{1,2,3\}$　C. $\{1,2\}$　D. $\{2,3,4\}$

2. 已知复数 z 满足 $(1+i)z=(3+i)$，则 $\bar{z}$ 的虚部为

B　A. 1　B. i　C. -1　D. $-i$

3. 函数 $f(x)=x^{a-2}$ 与 $g(x)=(\frac{4}{a})^{-x}$ 均单调递减的一个充分不必要条件是

A. $(0,2)$　B. $[0,1)$　C. $[1,2)$　D. $(1,2]$

4. 江西某中学为测试高三学生的数学水平，组织学生参加了联考，共有1000名学生参加．已知该校上次测试中，成绩 X（满分150分）服从正态分布 $N(100,\sigma^2)$，已知120分及以上的人数为160人．假设这次考试成绩和上次分布相同，那么通过以上信息推测这次数学成绩优异的人数为（成绩140分以上者为优异）

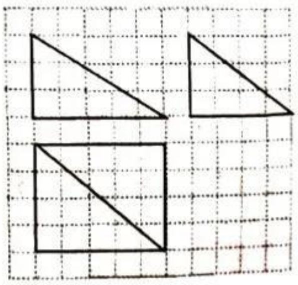
$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx 0.68$，$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)\approx 0.95$，$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)\approx 0.99$

A. 20　B. 25　C. 30　D. 40

5. 已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}x+y-1\ge 0\\ 2x-y-2\le 0\\ x-2y+2\ge 0\end{cases}$，求 $\frac{2^y}{8^x}$ 的最小值

B　A. $\frac{1}{8}$　B. $\frac{1}{16}$　C. $\frac{1}{32}$　D. $\frac{1}{4}$

6. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，系统地总结了战国、秦、汉时期的数学成就．书中将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为"阳马"，若某"阳马"的三视图如图所示（网格纸上小正方形的边长为1），则该"阳马"最长的棱长为



A. 5　B. $\sqrt{34}$

D　C. $\sqrt{41}$　D. $5\sqrt{2}$

7．若圆 $(x+1)^2+(y-1)^2=5$ 上存在两点关于直线 $2ax-by+3=0\ (a>0,\ b>2)$ 对称，则 $\dfrac{1}{2a}+\dfrac{1}{b-2}$ 的最小值是

A．3　　B．4　　C．5　　D．8

8．$f(x)$，$g(x)$ 分别是定义在 R 上的奇函数和偶函数，且 $f(x)+g(x)=2022^x-\sin x-25x$，则下列说法错误的是

A．$g(0)=1$　　B．$g(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递减

C．$g(x-1101)$ 关于直线 $x=1101$ 对称　　D．$g(x)$ 的最小值为1

9．设 F_1，F_2 是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的左、右两个焦点，若双曲线右支上存在一点 P，使 $(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF_2})\cdot\overrightarrow{F_2P}=0$（$O$ 为坐标原点），且 $|PF_1|=\sqrt{3}|PF_2|$，则双曲线的离心率为

A．$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$　　B．$\sqrt{2}+1$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$　　D．$\sqrt{3}+1$

10．在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD=AC=2\sqrt{3}$，现沿着 AC 将平面 ADC 折起，E、F 分别为 AC 和 BD 的中点，那么当四棱锥 $D-ABC$ 的外接球球心在锥体内部时，EF 的最大值为

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．$\sqrt{3}$

11．设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左右焦点分别为 F_1、F_2，直线 l 过 F_1 且与 C 交于 A，B 两点，则 ΔABF_2 内切圆半径的最大值为

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\dfrac{3}{4}$　　D．1

12．已知函数 $f(x)=(x^2-1)\ln x+\lambda(x-1)^2\ (\lambda\neq 0)$ 的三个零点分别为 x_1,x_2,x_3，其中 $x_1>x_2>x_3$，则 $\lambda^3(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)$ 的取值范围为

A．$(-64,-32)$　　B．$(-32,0)$　　C．$(-\infty,-64)$　　D．$(-\infty,-32)$

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，把答案填在答题卷的横线上.

13．若 $(2x^k-\dfrac{1}{x})^4$（k 为常数）的展开式中第三项为常数项，则该常数项为 24 .

14. 已知 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，其中 $0<\omega<5$，$|\varphi|\le\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的一个零点，且 $f(x)\le f(\frac{\pi}{4})$ 恒成立，则满足条件的整数 ω 取值集合为 1，.

15. 校园某处并排连续有 6 个停车位，现有 3 辆汽车需要停放，为了方便司机上下车，规定当有车相邻停放时，车头必须同向；当车没有相邻时，车头朝向不限，则不同的停放方法有 640 种．（用数字作答）

16. 在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边为 a,b,c，点 P 是其外接圆 O 上的任意一点，若 $a=2\sqrt{3}$，$b=c=\sqrt{7}$，则 $\overrightarrow{PA}^2+\overrightarrow{PB}^2+\overrightarrow{PC}^2$ 的最大值为 $\frac{91}{4}$.

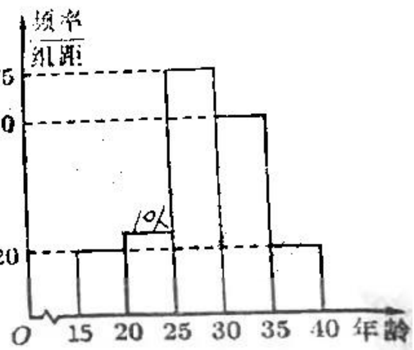
三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

17.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1,a_3=5$，$2a_n=a_{n+1}+a_{n-1}(n\in N^*,n\ge 2)$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足：$\frac{2}{3}S_n=b_n-1(n\in N^*)$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；（2）求数列 $\{(-1)^n\cdot a_nb_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）



2022 年 2 月 1 日是春节，百节年为首，春节是中华民族最隆重的传统佳节，它不仅集中体现了中华民族的思想信仰、理想愿望、生活娱乐和文化心理，而且还是祈福攘灾、饮食和娱乐活动的狂欢式展示．为调查某地从外地工作回来过年的市民（以下称为“返赣人员”）人数情况，现对某一区域的居民进行抽样调查，并按年龄（单位：岁）分成五组，得到如图所示的频率分布直方图，其中年龄在 $[20,25)$ 内的人数为 10．

（1）请根据样本数据补充完成 2×2 列联表，并判断是否有 99.9% 的把握认为是否是从外地回来过年与性别相关；

（2）据了解，该地区今年返赣人员占 $\frac{1}{4}$．现从该社区居民中随机抽取 3 人进行调查，记 X 为这 3 人中今年是返赣人员的人数，求 X 的分布列与数学期望.

参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据：

$P(K^2\ge k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

2022 届高三新八校第一次联考试题

数学（理科）参考答案

第Ⅰ卷（选择题共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	A	C	B	B	D	B	B	D	D	C	C

第Ⅱ卷(非选择题共 90 分)

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分.

13. 24　　14. $\{1,3\}$　　15. 528　　16. $\frac{91}{4}$

三、解答题：第 13 题～第 21 题为必考题，每题 12 分．第 22 题～第 23 题为选考题，每题 10 分，满分 70 分.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题 12 分）

解：（1）有题意可知 $\{a_n\}$ 是等差数列，设其公差为 d，则 $a_3-a_1=2d=4$，即 $d=2$，

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\times 2=2n-1$. ……3 分

又当 $n=1$ 时，$\frac{2}{3}S_1=b_1-1$，$\therefore b_1=3\neq 0$，

$\because n\geq 2$ 时，$\frac{2}{3}b_n=\frac{2}{3}(S_n-S_{n-1})=b_n-b_{n-1}$，$\therefore \frac{1}{3}b_n=b_{n-1}$，即 $\frac{b_n}{b_{n-1}}=3$，

$\therefore b_n=3^n$. ……6 分

（2）$(-1)^n\cdot a_nb_n=(2n-1)(-3)^n$，……7 分

$\therefore T_n=1\cdot(-3)^1+3\cdot(-3)^2+\cdots+(2n-1)\cdot(-3)^n$，$-3T_n=1\cdot(-3)^2+3\cdot(-3)^3+\cdots+(2n-1)\cdot(-3)^{n+1}$

两式子相减，得：$4T_n=-3+2\cdot\frac{9\times[1-(-3)^{n-1}]}{1-(-3)}-(2n-1)(-3)^{n+1}$，

故 $T_n=\frac{3-(4n-1)\cdot(-3)^{n+1}}{8}$. ……12 分

18.（本小题 12 分）

解：（1）由频率分布直方图可知年龄在 $[20,25)$ 上的占比为 $1-(0.02\times2+0.06+0.075)\times5=0.125$，

根据已知人数为 10 计算可得总人数为 80，列联表如下：

	返赣人员	本地人员	合计
男	25	15	40
女	10	30	40
合计	35	45	80

……………………………………………………………………………………………………2 分

$\therefore K^2=\dfrac{80\times(25\times30-15\times10)^2}{35\times45\times40\times40}=\dfrac{80\times600^2}{35\times45\times16\times100}\approx11.429>10.828$，……………………5 分

$\therefore$ 有 99.9% 的把握认为是否是从外地回来过年与性别相关. ……………………6 分

（2）X 的取值可为 $0,1,2,3$，

$P(X=0)=\left(\dfrac{3}{4}\right)^3=\dfrac{27}{64}$，$P(X=1)=C_3^1\left(\dfrac{3}{4}\right)^2\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{27}{64}$，

$P(X=2)=C_3^2\left(\dfrac{3}{4}\right)\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{9}{64}$，$P(X=3)=\left(\dfrac{1}{4}\right)^3=\dfrac{1}{64}$.

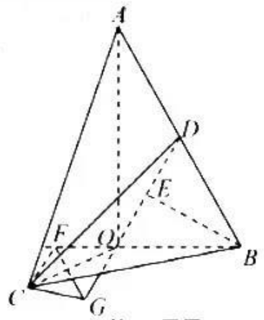
故分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{27}{64}$	$\dfrac{27}{64}$	$\dfrac{9}{64}$	$\dfrac{1}{64}$

……………………………………………10 分

于是 $E(X)=\dfrac{27}{64}+\dfrac{18}{64}+\dfrac{3}{64}=\dfrac{48}{64}=\dfrac{3}{4}$.……………………………………12 分

19.（本小题 12 分）



第 19 题图

解：（1）在平面 AOB 内过 B 作 OD 的垂线，垂足为 E，

$\because$ 平面 $AOB\perp$ 平面 COD，平面 $AOB\cap$ 平面 $COD=OD$，

所以 $BE\perp$ 平面 COD，故 $BE\perp CO$.

又 $\because OC\perp AO$，$\therefore OC\perp$ 平面 AOB，

故 $OC\perp OB$．又 $\because OB\perp OA$，$OC\perp OA$，

二面角 $B-AO-C$ 的平面角为 $\angle COB$，即 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$. ……………………5 分

（2）以 O 为原点，在平面 OBC 内垂直于 OB 的直线为 x 轴，OB，OA 所在的直线分别为 y 轴，z 轴建立空间直角坐标系 $O-xyz$，

则 $A(0,0,2)$，$B(0,2,0)$，$D(0,1,\sqrt{3})$，$C(\sqrt{3},-1,0)$．……6分

设 $\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$ 为平面 COD 的一个法向量，由 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{OD}=0\\\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{OC}=0\end{cases}$，∴ $\begin{cases}\sqrt{3}x-y=0\\y+\sqrt{3}z=0\end{cases}$，

取 $z=1$，则 $\overrightarrow{n_1}=(-1,-\sqrt{3},1)$．……8分

又平面 AOB 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(1,0,0)$，……9分

设二面角 $C-OD-B$ 的大小为 α，$\cos\alpha=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{-1}{\sqrt{1+3+1}}=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

故二面角 $C-OD-B$ 的余弦值为 $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$．……12分

20．（本小题12分）

解：（1）当 $AB\perp x$ 轴时，圆 A 与 x 轴相切，由题意可知此时点 A 的横坐标为1，

∵ A 到抛物线焦点的距离为 $\dfrac{3}{2}$，∴ A 到抛物线准线的距离为 $\dfrac{3}{2}$，

故准线与 y 轴之间的距离为 $\dfrac{p}{2}=\dfrac{3}{2}-1=\dfrac{1}{2}$，解得：$p=1$，

∴抛物线 C 的标准方程为 $y^2=2x$．……4分

（2）设 A 的坐标 $(\dfrac{m^2}{2},m)$，由垂径定理可知

$EF=2\sqrt{AB^2-(\dfrac{m^2}{2})^2}=2\sqrt{(\dfrac{m^2}{2}-1)^2+m^2-(\dfrac{m^2}{2})^2}=2$，设 $E(0,m-1)$，$F(0,m+1)$，

∴ $l_1=\sqrt{1+(m-1)^2}$，$l_2=\sqrt{1+(m+1)^2}$．……6分

∴ $\dfrac{l_1^2+l_2^2}{l_1l_2}=\dfrac{1+(m-1)^2+1+(m+1)^2}{\sqrt{m^2+2-2m}\cdot\sqrt{m^2+2+2m}}=\dfrac{2(m^2+2)}{\sqrt{(m^2+2)^2-4m^2}}=\dfrac{2(m^2+2)}{\sqrt{m^4+4}}$

$=2\sqrt{\dfrac{m^4+4m^2+4}{m^4+4}}=2\sqrt{1+\dfrac{4m^2}{m^4+4}}$．……8分

当$m=0$时，则$\dfrac{l_1^2+l_2^2}{l_1l_2}=2$；……………………………………………………………………………9分

当$m\neq 0$时，则$\dfrac{l_1^2+l_2^2}{l_1l_2}=2\sqrt{1+\dfrac{4}{m^2+\dfrac{4}{m^2}}}$，$\because m^2+\dfrac{4}{m^2}\geq 4$，$\therefore 1<1+\dfrac{4}{m^2+\dfrac{4}{m^2}}\leq 2$，

此时$\dfrac{l_1^2+l_2^2}{l_1l_2}\in\left(2,2\sqrt{2}\right]$.……………………………………………………………………………11分

综上所述，$\dfrac{l_1^2+l_2^2}{l_1l_2}\in\left[2,2\sqrt{2}\right]$.……………………………………………………………………12分

21.（本小题12分）

解：(1) 由$f'(x)=(x+2)e^x-1$知，$f'(-1)=\dfrac{1}{e}-1$，$f(-1)=0$，

$\therefore$在点$(-1,f(-1))$处的切线方程为$y=\dfrac{1-e}{e}(x+1)$.……………………………………………………4分

(2) 由 (1) 知$f(x)$在点$(-1,f(-1))$处的切线方程为$y=\dfrac{1-e}{e}(x+1)$.

构造函数$F(x)=f(x)-\dfrac{1-e}{e}(x+1)=(x+1)\left(e^x-\dfrac{1}{e}\right)$，

则$F'(x)=(x+2)e^x-\dfrac{1}{e}$，$F''(x)=(x+3)e^x$，

不难得出$F'(x)$在$(-\infty,-3)$上单调递减，$(-3,+\infty)$上单调递增.

又当$x<-3$时$F'(x)<-\dfrac{1}{e}<0$，且$F'(-1)=0$，

$\therefore F(x)$在$(-\infty,-1)$上单调递减，在$(-1,+\infty)$上单调递增，

$\therefore F(x)\geq F(-1)=0\Rightarrow f(x)\geq s(x)=\dfrac{1-e}{e}(x+1)$.……………………………………………6分

设方程$s(x)=\dfrac{1-e}{e}(x+1)=b$的根$x_1'=\dfrac{eb}{1-e}-1$，

又$b=s(x_1')=f(x_1)\geq s(x_1)$，由$s(x)$在R上单调递减，$\therefore x_1'\leq x_1$.………………………………7分

另一方面，$f(x)$ 在点 $(1,2e-2)$ 处的切线方程为 $t(x)=(3e-1)x-e-1$.

构造 $G(x)=f(x)-t(x)=(x+1)(e^x-1)-(3e-1)x+e+1=(x+1)e^x-3ex+e$.

$G'(x)=(x+2)e^x-3e$，$G''(x)=(x+3)e^x$.

∴ $G'(x)$ 在 $(-\infty,-3)$ 上单调递减，$(-3,+\infty)$ 上单调递增.

又当 $x<-3$ 时，$G'(x)<-3e<0$，且 $G'(1)=0$，

∴ $F(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递减，$(1,+\infty)$ 上单调递增.

∴ $G(x)\ge G(1)=0 \Rightarrow f(x)\ge t(x)=(3e-1)x-e-1$. ……………………………………………9 分

设方程 $t(x)=(3e-1)x-e-1=b$ 的根 $x_2'=\dfrac{e+1+b}{3e-1}$.

又 $b=t(x_2')=f(x_2)\ge t(x_2)$，由 $t(x)$ 在 R 上单调递增，∴ $x_2\le x_2'$. ……………………………10 分

∴ $x_2-x_1\le x_2'-x_1'=1+\dfrac{b+e+1}{3e-1}+\dfrac{eb}{e-1}$. ……………………………………………12 分

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题做答．如果多做，则按所做的第一题记分．

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

解：（1）曲线 C_2 的直角坐标下的方程为 $x^2+(y-1)^2=1$，

又 $y=\rho\sin\theta$，∴ $\rho^2-2\rho\sin\theta=0$，

即曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$. ……………………………………………4 分

（2）∵ $\rho^2=x^2+y^2$，∴曲线 C_1 的直角坐标下的方程为 $x^2+y^2=1$，

设 $T(x_0,y_0)$，其中 $y_0\in(0,1]$，切线 MN 的倾斜角为 θ，

∴切线 MN 的参数方程为：$\begin{cases} x=x_0+t\cos\theta \\ y=y_0+t\sin\theta \end{cases}$（$t$ 为参数）. ……………………………5 分

联立 C_2 的直角坐标方程，得：$t^2+2(x_0\cos\theta+y_0\sin\theta-\sin\theta)t+1-2y_0=0$，

由根与系数的关系可知：$t_1t_2=1-2y_0$. ……………………………………………7 分

∴ $|TM|\cdot|TN|=|1-2y_0|$，而 $1-2y_0\in[-1,1)$，

∴ $|TM|\cdot|TN|\in[0,1]$. ……………………………………………10 分

23. [选修4—5：不等式选讲]（10分）

解：（1）当 $a=2$ 时，$f(x)=|x-2|-|x-1|\le|(x-2)-(x-1)|=1$，

∴不等式 $f(x)\le 1$ 的解集为R；……………………………………………………2分

由 $f(x)>0$，得 $|x-2|>|x-1|$，两边同时平方并解得 $x<\dfrac{3}{2}$；

故不等式的解集为 $\left(-\infty,\dfrac{3}{2}\right)$.……………………………………………………4分

（2）①当 $a\le 0$ 时，∵ $x\in(0,+\infty)$，∴ $f(x)=x-a-|x-1|=\begin{cases}1-a,x\ge 1\\2x-a-1,0<x<1\end{cases}$，

则 $f(x)_{\max}=f(1)=1-a\le a^2-3$，解得 $a\le-\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$；……………………………6分

②当 $0<a<1$ 时，若 $x\in(1,+\infty)$，$f(x)=1-a>0>a^2-3$，不恒成立，舍去；……………………7分

③当 $a\ge 1$ 时，$\forall x\in(0,+\infty)$，$f(x)=|x-a|-|x-1|\le|(x-a)-(x-1)|=a-1$（当且仅当 $0<x\le 1$ 时取等号），∴ $a^2-3\ge a-1$，解得 $a\ge 2$.……………………………………………………9分

综上所述，实数 a 的取值范围是 $\left(-\infty,-\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}\right]\cup[2,+\infty)$.……………………………10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。