2021届高三模拟考试

数学试题参考答案及评分标准　　2021．4

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．

CCAB　　DBDA

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分．

9．BCD　　10．ACD　　11．BD　　12．ABC

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．20　　14．$\dfrac{6}{5}$

15．$-\cos\dfrac{\pi}{2}x$；$|\sin\dfrac{\pi}{4}x|$；$|x-4k|$，$x\in[4k-2,4k+2]$，$k\in\mathbf{Z}$；$(x-4k)^2$，$x\in[4k-2,4k+2]$，$k\in\mathbf{Z}$ 等（符合题意的均给分，注意 $|\tan\dfrac{\pi}{4}x|$ 不正确）　16．700

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 10 分）

（1）证明：由 $a_{n+2}=a_{n+1}+2a_n$，得 $b_{n+1}=a_{n+2}+a_{n+1}=2(a_{n+1}+a_n)=2b_n$．……2 分

又 $b_1=a_1+a_2=2\neq 0$，所以 $\{b_n\}$ 是以 2 为首项，2 为公比的等比数列．……4 分

（2）由（1）知，$T_n=\dfrac{2-2^n\times 2}{1-2}=2(2^n-1)$．……6 分

于是 $\dfrac{b_{n+1}}{T_n\cdot T_{n+1}}=\dfrac{T_{n+1}-T_n}{T_n\cdot T_{n+1}}=\dfrac{1}{T_n}-\dfrac{1}{T_{n+1}}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2^n-1}-\dfrac{1}{2^{n+1}-1})$．……8 分

$$\frac{b_2}{T_1\cdot T_2}+\frac{b_3}{T_2\cdot T_3}+\cdots+\frac{b_{n+1}}{T_n\cdot T_{n+1}}$$
$$=\frac{1}{2}[(\frac{1}{2^1-1}-\frac{1}{2^2-1})+(\frac{1}{2^2-1}-\frac{1}{2^3-1})+\cdots+(\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1})]$$
$$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^{n+1}-1})．$$ ……9 分

因为 $\dfrac{1}{2^{n+1}-1}>0$，所以 $\dfrac{b_2}{T_1\cdot T_2}+\dfrac{b_3}{T_2\cdot T_3}+\cdots+\dfrac{b_{n+1}}{T_n\cdot T_{n+1}}<\dfrac{1}{2}$．……10 分

18．（1）由 $f(0)=\dfrac{1}{2}$，得 $\sin\varphi=\dfrac{1}{2}$．又 $0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$，故 $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$．……1 分

由 $f(\dfrac{5\pi}{12})=0$，得 $\sin(\omega\cdot\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{\pi}{6})=0$．

所以 $\omega\cdot\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{\pi}{6}=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，……2 分

即 $\omega=\dfrac{2}{5}(6k-1)$，$k\in\mathbf{Z}$．……3 分

由 $\omega>0$，结合函数图象可知 $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\pi}{\omega}>\dfrac{5\pi}{12}$，所以 $0<\omega<\dfrac{12}{5}$．……4 分

所以有 $0<\dfrac{2}{5}(6k-1)<\dfrac{12}{5}$，即 $\dfrac{1}{6}<k<\dfrac{7}{6}$．又 $k\in\mathbf{Z}$，所以 $k=1$．……5 分

从而 $\omega=\dfrac{2}{5}\times(6\times1-1)=2$．因此，$f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$．……6 分

（2）由 $f(\dfrac{A-B}{2}-\dfrac{\pi}{12})=\dfrac{3}{5}$，得 $\sin(A-B)=\dfrac{3}{5}$．

又 $0<A-B<\dfrac{\pi}{2}$，故 $\cos(A-B)=\dfrac{4}{5}$．……7 分

于是 $\cos\dfrac{A-B}{2}=\sqrt{\dfrac{1+\cos(A-B)}{2}}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$．……9 分

又 $A+B>\dfrac{\pi}{2}$，所以 $A=\dfrac{A+B}{2}+\dfrac{A-B}{2}>\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{A-B}{2}$．……10 分

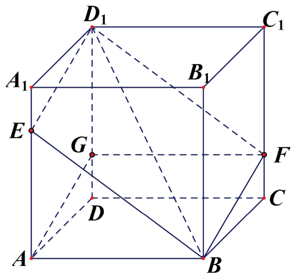
又 $y=\sin x$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 上单调递增，$A\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，$\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{A-B}{2}\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，

所以 $\sin A>\sin(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{A-B}{2})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times(\dfrac{3}{\sqrt{10}}+\dfrac{1}{\sqrt{10}})=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$．……12 分

19.（1）**作法 1：**在正方形 CDD_1C_1 中，过 F 作 $FG\parallel DC$，且交棱 DD_1 于点 G．

连接 AG，在正方形 ADD_1A_1 内过 D_1 作 $D_1E\parallel AG$，且交棱 AA_1 于点 E．

连接 EB，ED_1，则四边形 BED_1F 就是要作的截面 α．……………………2 分



理由：由题意，平面 $\alpha\cap$ 平面 $AD_1=D_1E$，

$\alpha\cap$ 平面 $BC_1=BF$，平面 $AD_1\parallel$ 平面 BC_1，

应有 $D_1E\parallel BF$．………………………………4 分

同理，$BE\parallel FD_1$．所以四边形 BED_1F 应是平行四边形．……………………5 分

由作图过程，$FG\parallel DC$，$FG=DC$．又 $AB\parallel DC$，$AB=DC$，
所以 $AB\parallel FG$，$AB=FG$．所以四边形 $ABFG$ 是平行四边形．
所以 $AG\parallel BF$，$AG=BF$．………………………………………………………6 分

由作图过程，$D_1E\parallel AG$．又 $EA\parallel D_1G$，

所以四边形 $EAGD_1$ 是平行四边形，所以 $D_1E\parallel AG$，$D_1E=AG$．……………7 分

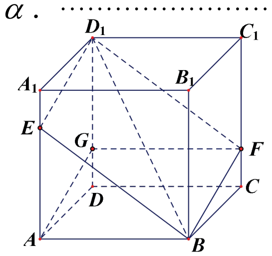
又 $AG\parallel BF$，$AG=BF$，所以 $D_1E\parallel BF$，且 $D_1E=BF$．

所以 BED_1F 是平行四边形．四边形 BED_1F 就是要作的截面．……………………8 分

作法 2：（1）在正方形 CDD_1C_1 中，过 F 作 $FG\parallel DC$，且交棱 DD_1 于点 G．

连接 AG，在正方形 ADD_1A_1 内过 D_1 作 $D_1E\parallel AG$，且交棱 AA_1 于点 E．

连接 EB，ED_1，则四边形 BED_1F 就是要作的截面 α．…………………………2 分



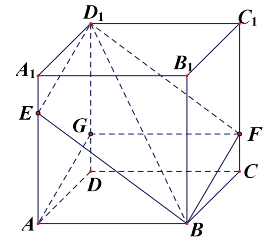
理由：由题意，$\alpha\cap$ 平面 $AD_1=D_1E$，

$\alpha\cap$ 平面 $BC_1=BF$，平面 $AD_1\parallel$ 平面 BC_1，

所以 $D_1E\parallel BF$．…………………………………………………………………… 4 分

因为两平行直线确定一个平面，则平面 BED_1F 就是平面 α．………………… 5 分

由作图过程，$FG\parallel DC$，$FG=DC$．
又 $AB\parallel DC$，$AB=DC$，所以 $AB\parallel FG$，$AB=FG$．
所以四边形 $ABFG$ 是平行四边形．
所以 $AG\parallel BF$．……………………………………………6 分

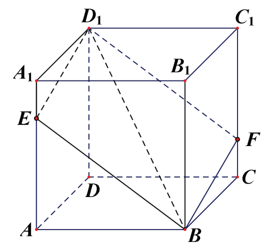


由作图过程，$D_1E\parallel AG$．所以 $D_1E\parallel BF$．

四边形 BED_1F 就是要作的截面 α．………………………………………………… 8 分

作法 3：在棱 AA_1 上取点 E，使得 $A_1E=CF$．

连接 EB，ED_1，则四边形 BED_1F 就是要作的截面 α．…………………………2 分



理由：由题意，平面 $\alpha\cap$ 平面 $AD_1=D_1E$，

$\alpha\cap$ 平面 $BC_1=BF$，平面 $AD_1\parallel$ 平面 BC_1，

所以 $D_1E\parallel BF$．…………………………………4 分

同理可证 $BE\parallel FD_1$．所以四边形 BED_1F 应是平行四边形．……………………5 分

应有 $D_1E=BF$．又因为△ D_1A_1E 和△ BCF 均为直角三角形，且 $A_1D_1=BC$，

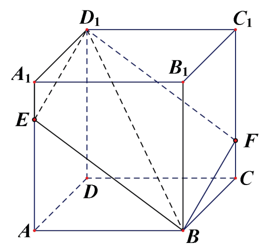
由勾股定理得 $A_1E=\sqrt{D_1E^2-D_1A_1^2}=\sqrt{BF^2-BC^2}=CF$．……………………… 7 分

由 E 的取点过程，知四边形 BED_1F 就是要作的截面 α．………………………… 8 分

作法 4：在棱 AA_1 上取点 E，使得 $A_1E=CF$．

连接 EB，ED_1，则四边形 BED_1F 就是要作的截面 α．

……………………………………………………………2 分



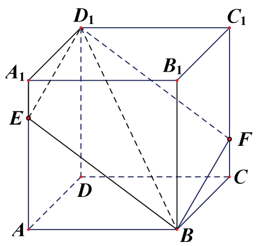
理由：由题意，$\alpha\cap$ 平面 $AD_1=D_1E$，$\alpha\cap$ 平面 $BC_1=BF$，

平面 $AD_1\parallel$ 平面 BC_1，所以 $D_1E\parallel BF$．………………………………………4 分

同理　$BE\parallel FD_1$．所以四边形 BED_1F 是平行四边形．………………………… 5 分

下证所取的点 E 使得 BED_1F 是平行四边形：

在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{D_1A_1}=\overrightarrow{CB}$．



因为 $A_1E=CF$， $A_1E\,//\,FC$，所以 $\overrightarrow{A_1E}=\overrightarrow{FC}$．………6 分

所以 $\overrightarrow{D_1E}=\overrightarrow{D_1A_1}+\overrightarrow{A_1E}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{FB}$．………………7 分

所以 $D_1E\,//\,FB$，且 $D_1E=FB$，所以 BED_1F 是平行四边形．

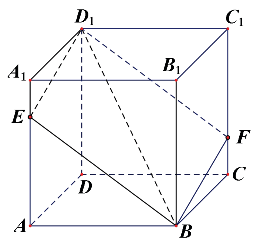
四边形 BED_1F 就是要作的截面．…………………………………………………………8 分

作法 5：因为 $D_1\notin BF$，所以 D_1,B,F 三点确定的平面就是平面 α．……………………1 分

在平面 α 内过 D_1 作 $D_1E\,//\,BF$，且交棱 AA_1 于点 E.

连接 EB， ED_1，则四边形 BED_1F 就是要作的截面 α．…………………………4 分

理由：由题意，$\alpha\cap$平面 $AD_1=D_1E$， $\alpha\cap$平面 $BC_1=BF$，平面 $AD_1\,//$ 平面 BC_1，



所以 $D_1E\,//\,BF$．……………………………………………6 分

根据作图过程，$D_1E\,//\,BF$．

四边形 BED_1F 就是要作的截面．………………………8 分

（2）**解法 1：**由题意，$CF=a\ (0<a<1)$．

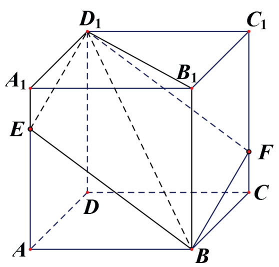
由（1）的证明过程，可得 $A_1E=a$．

连接 D_1B_1，则平面 α 将正方体分割所成的上半部分的几何体可视为四棱锥 $D_1-A_1EBB_1$ 与四棱锥 $D_1-B_1BFC_1$ 的组合体．………………………………………………9 分

$$V_1=V_{D_1-A_1EBB_1}+V_{D_1-B_1BFC_1}$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{(a+1)\times1}{2}\times1+\frac{1}{3}\times\frac{[(1-a)+1]\times1}{2}\times1$$

$$=\frac{1}{2}．$$ ……………………………………………11 分

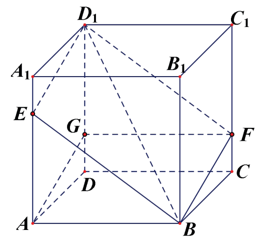


而该正方体的体积 $V=1$，$V_2=V-V_1=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$．所以 V_1： $V_2=1$．…………12 分

解法 2：由题意，$CF=a\ (0<a<1)$．

由（1）的证明过程，可得 $A_1E=a$．

由（1）的作法 1，可知平面 α 将正方体分割所成的下半部分的几何体可视为三棱柱 $ADG-BCF$ 与三棱柱 $EAB-D_1GF$ 的组合体，…………………………………………9 分



$$V_2=V_{ADG-BCF}+V_{EAB-D_1GF}$$

$$=(\frac{1}{2}\times1\times a)\times1+[\frac{1}{2}\times1\times(1-a)]\times1$$

$$=\frac{1}{2}$$ ………………………………………………………………11 分

而该正方体的体积 $V=1$，$V_1=V-V_2=\frac{1}{2}$．所以 V_1： $V_2=1$．…………12 分

20．（本小题满分 12 分）

（1）解：分别用 A，B，C 表示做对题目 A，B，C 的事件，则 A，B，C 相互独立．

由题意，X 的可能取值为 0，$1\,000$，$3\,000$，$6\,000$．……………………1 分

$P(X=0)=P(\overline{A})=0.2$； $P(X=1\,000)=P(A\overline{B})=0.8\times0.4=0.32$；

$P(X=3\,000)=P(AB\overline{C})=0.8\times0.6\times0.6=0.288$；

$P(X=6\,000)=P(ABC)=0.8\times0.6\times0.4=0.192$．………………………5 分

所以甲获得的奖金 X 的分布列为：

X	0	1 000	3 000	6 000
P	0.2	0.32	0.288	0.192

………………………………………………………………………………6 分

$E(X)=0\times0.2+1\,000\times0.32+3\,000\times0.288+6\,000\times0.192=2\,336$．…………8 分

（2）改变做题的顺序，获得奖金的均值互不相同．……………………………9 分

决策的原则是选择期望值 $E(X)$ 大的做题顺序，这称为期望值原则．做对的概率大表示题目比较容易，做对的概率小表示题目比较难．**猜想：**按照由易到难的顺序做题，即按照题目 A，B，C 的顺序做题，得到奖金的期望值最大．……………………12 分

21.（本题满分 12 分）

解：（1）设 $M(x,y)$，由 $\frac{|MO|}{|MA|}=\frac{1}{2}$，得 $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{(x-3)^2+y^2}}=\frac{1}{2}$. ……………………… 1 分

化简得 $x^2+y^2+2x-3=0$，即 $(x+1)^2+y^2=4$. ……………………………2 分

故 C 是以 $(-1,0)$ 为圆心，半径为 2 的圆. ……………………………………………3 分

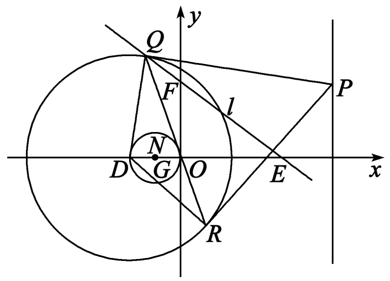
（2）**解法 1：** 设 $D(-1,0)$，又 $P(3,p)(p\neq 0)$，则 DP 的中点为 $(1,\frac{p}{2})$，$|DP|=\sqrt{16+p^2}$.

以线段 DP 为直径的圆的方程为 $(x-1)^2+(y-\frac{p}{2})^2=(\frac{\sqrt{16+p^2}}{2})^2$，

整理得 $x^2+y^2-2x-py-3=0$ ①……………………………………………………5 分

或者： 以线段 DP 为直径的圆的方程为 $(x+1)(x-3)+(y-0)(y-p)=0$，

整理得 $x^2+y^2-2x-py-3=0$ ①……………………………………………………5 分



由题意，Q、R 在以 DP 为直径的圆上.

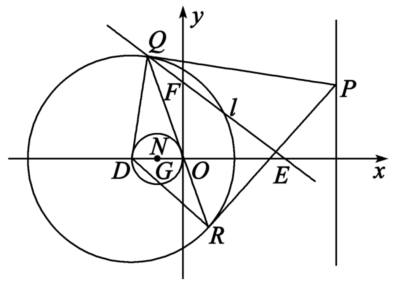
又 Q、R 在 C：$x^2+y^2+2x-3=0$ ②上，

由②−①，得 $4x+py=0$.

所以，切点弦 QR 所在直线的方程为 $4x+py=0$. …………………………… 6 分

可见 QR 恒过坐标原点 $O(0,0)$. ……………………………………………………… 7 分

由 $\begin{cases}4x+py=0,\\(x+1)^2+y^2=4\end{cases}$ 消去 x 并整理得 $(16+p^2)y^2-8py-48=0$.



设 $Q(x_1,y_1)$，$R(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=\frac{8p}{16+p^2}$.

点 N 纵坐标 $y_N=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{4p}{16+p^2}$.

因为 $p\neq 0$，显然 $y_N\neq 0$，

所以点 N 与点 $D(-1,0)$，$O(0,0)$ 均不重合.

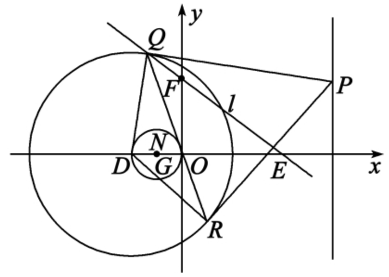
因为 N 为弦 QR 的中点，且 $D(-1,0)$ 为 C 的圆心，

由圆的性质，可得 $DN\perp QR$，即 $DN\perp ON$.

所以点 N 在以 OD 为直径的圆上，圆心为 $G\ (-\frac{1}{2},0)$，半径 $r=\frac{1}{2}$. ……… 9 分

因为直线 $3x+4y=6$ 分别与 x 轴、y 轴交于点 E、F，

所以 $E(2,0)$，$F(0,\frac{3}{2})$，因此 $|EF|=\frac{5}{2}$.



圆心 $G\ (-\frac{1}{2},0)$ 到直线 $3x+4y=6$ 的距离

$d=\frac{|3\times(-\frac{1}{2})+4\times 0-6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{3}{2}$. ………10 分

设△ NEF 的边 EF 上的高为 h，则

点 N 到直线 $3x+4y=6$ 的距离 h 的最小值为 $d-r=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$；

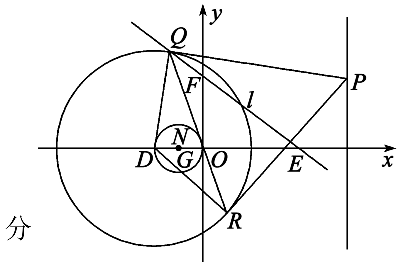
点 N 到直线 $3x+4y=6$ 的距离 h 的最大值为 $d+r=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$.

S 的最小值 $S_{\min}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times 1=\frac{5}{4}$，最大值 $S_{\max}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times 2=\frac{5}{2}$.

因此△ NEF 的面积 S 的取值范围是 $[\frac{5}{4},\ \frac{5}{2}]$. ………………………………… 12 分

解法 2： 设 $D(-1,0)$，$Q(x_1,y_1)$，$R(x_2,y_2)$.

由 $DQ\perp PQ$，可得 Q 处的切线方程为 $(x-x_1)(x_1+1)+(y-y_1)(y_1-0)=0$. …4 分



整理得 $(x_1+1)x+y_1y-x_1{}^2-y_1{}^2-x_1=0$.

又 $x_1{}^2+y_1{}^2+2x_1-3=0$，

整理得 $(x_1+1)x+y_1y+x_1-3=0$. ……………5 分

同理，可得 R 处的切线方程为 $(x_2+1)x+y_2y+x_2-3=0$.

又 $P(3,p)$ 在两条切线上，

所以 $\begin{cases}3(x_1+1)+py_1+x_1-3=0,\\ 3(x_2+1)+py_2+x_2-3=0.\end{cases}$ 整理得 $\begin{cases}4x_1+py_1=0,\\ 4x_2+py_2=0.\end{cases}$

显然，点 Q，R 的坐标满足直线 $4x+py=0$ 的方程.

而两点确定一条直线，所以切点弦 QR 所在直线的方程为 $4x+py=0$. ………6 分

下同解法 1.

22.（1）**解法 1：** $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.　$f'(x)=-a\sin x+e^{\frac{\pi}{2}-x}$. ……………………… 1 分

所以 $f'(\frac{\pi}{2})=-a\sin\frac{\pi}{2}+e^{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=1-a$. 由题意，$1-a=0$，即 $a=1$. …………2 分

于是，$f'(x)=-\sin x+e^{\frac{\pi}{2}-x}$.

因为函数 $y=-\sin x$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递减，$y=e^{\frac{\pi}{2}-x}$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递减，

所以，$f'(x)=-\sin x+e^{\frac{\pi}{2}-x}$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递减. ……………………………… 3 分

又 $f'(\frac{\pi}{2})=-\sin\frac{\pi}{2}+e^{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=0$，所以当 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 时，$f'(x)>f'(\frac{\pi}{2})=0$.

所以 $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递增. ……………………………………………………… 4 分

解法 2： 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.　$f'(x)=-a\sin x+e^{\frac{\pi}{2}-x}$. ……………………………… 1 分

所以 $f'(\frac{\pi}{2})=-a\sin\frac{\pi}{2}+e^{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=1-a$. 由题意，$1-a=0$，即 $a=1$. …………2 分

于是，$f'(x)=-\sin x+e^{\frac{\pi}{2}-x}$.

当 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 时，$f'(x)=-\sin x+e^{\frac{\pi}{2}-x}>e^0-\sin x=1-\sin x>0$.

所以 $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递增. ……………………………………………………… 4 分

（2）**解法 1：** $f'(x)=-\sin x+e^{\frac{\pi}{2}-x}$，$f''(x)=-\cos x-e^{\frac{\pi}{2}-x}$.

因为 $y=-\cos x$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，2k\pi+\pi]$ 上单调递增，$y=-e^{\frac{\pi}{2}-x}$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，2k\pi+\pi]$ 上单调递增，

所以 $f''(x)=-\cos x-e^{\frac{\pi}{2}-x}$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，2k\pi+\pi]$ 上单调递增. ………………… 5 分

又 $f''(2k\pi+\frac{\pi}{2})=-\cos(2k\pi+\frac{\pi}{2})-e^{\frac{\pi}{2}-(2k\pi+\frac{\pi}{2})}=-e^{-2k\pi}<0$，

$f''(2k\pi+\pi)=-\cos(2k\pi+\pi)-e^{\frac{\pi}{2}-(2k\pi+\pi)}=1-e^{-\frac{\pi}{2}-2k\pi}>0$，

由零点存在定理及 $f''(x)$ 的单调性，知存在唯一的 $x_0\in(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\pi)$，使得 $f''(x_0)=0$. …………………………………………………………………………………6 分

从而，当 $x\in(2k\pi+\frac{\pi}{2},x_0)$ 时，$f''(x)<f''(x_0)=0$，$f'(x)$ 单调递减；

当 $x\in(x_0,2k\pi+\pi)$ 时，$f''(x)>f''(x_0)=0$，$f'(x)$ 单调递增. ………………7 分

$f'(2k\pi+\frac{\pi}{2})=-\sin(2k\pi+\frac{\pi}{2})+e^{\frac{\pi}{2}-(2k\pi+\frac{\pi}{2})}=e^{-2k\pi}-1<e^0-1=0$，

$f'(x)$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，2k\pi+\pi]$ 上的最小值 $f'(x)_{\min}=f'(x_0)<f'(2k\pi+\frac{\pi}{2})<0$，

$f'(2k\pi+\pi)=-\sin(2k\pi+\pi)+e^{\frac{\pi}{2}-(2k\pi+\pi)}=e^{-\frac{\pi}{2}-2k\pi}>0$.

由零点存在定理及 $f'(x)$ 的单调性，知存在唯一的 $x_1\in(x_0,2k\pi+\pi)$，使得 $f'(x_1)=0$. ………………………………………………………………………………… 8 分

从而，当 $x\in(2k\pi+\frac{\pi}{2},x_1)$ 时，$f'(x)<f'(x_1)=0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(x_1,2k\pi+\pi)$ 时，$f'(x)>f'(x_1)=0$，$f(x)$ 单调递增. …………………9 分

$f(2k\pi+\frac{\pi}{2})=\cos(2k\pi+\frac{\pi}{2})+1-e^{\frac{\pi}{2}-(2k\pi+\frac{\pi}{2})}=1-e^{-2k\pi}>1-e^0=0$，

$f(2k\pi+\pi)=\cos(2k\pi+\pi)+1-e^{\frac{\pi}{2}-(2k\pi+\pi)}=-e^{-\frac{\pi}{2}-2k\pi}<0$，

$f(x)$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，2k\pi+\pi]$ 上的最小值 $f(x)_{\min}=f(x_1)<f(2k\pi+\pi)<0$. ……………………………………………………………………………… 10 分

由零点存在定理及 $f(x)$ 的单调性，知 $f(x)$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，2k\pi+\pi]$（$k\in\mathbf{N}^*$）上有且仅有一个零点. ……………………………………………………………… 12 分

解法 2： $f(x)=\cos x+1-e^{\frac{\pi}{2}-x}$．因为 $e^{x-\frac{\pi}{2}}\neq 0$，所以 $g(x)=e^{x-\frac{\pi}{2}}f(x)=(1+\cos x)e^{x-\frac{\pi}{2}}-1$ 与 $f(x)$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\pi]$（$k\in\mathbf{N}$）上有相同的零点，自然有相同的零点个数．

……………………………………………………………………………………6 分

$g'(x)=(1+\cos x-\sin x)e^{x-\frac{\pi}{2}}$，$g''(x)=(1-2\sin x)e^{x-\frac{\pi}{2}}$．

当 $x\in[2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\pi]$ 时，$g''(x)=0\Leftrightarrow x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}$．…………………………7 分

$x\in[2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\frac{5\pi}{6})$ 时，$\sin x>\frac{1}{2}$，$g''(x)<0$，$g'(x)$ 单调递减；

$x\in(2k\pi+\frac{5\pi}{6}，\ 2k\pi+\pi]$ 时，$\sin x<\frac{1}{2}$，$g''(x)>0$，$g'(x)$ 单调递增．

……………………………………………………………………………………8 分

所以 $g'(x)$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\pi]$ 上的最小值

$g'(x)_{\min}=g'(2k\pi+\frac{5\pi}{6})=(1-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2})e^{2k\pi+\frac{\pi}{3}}<0$．…………………………………9 分

又 $g'(2k\pi+\frac{\pi}{2})=g'(2k\pi+\pi)=0$，

所以，当 $x\in(2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\pi)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减．…………10 分

又 $g(2k\pi+\frac{\pi}{2})=e^{2k\pi}-1>e^{0}-1=0$，$g(2k\pi+\pi)=-1<0$，

由零点存在定理及 $g(x)$ 的单调性，知 $g(x)$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\pi]$（$k\in\mathbf{N}$）上有且仅有一个零点．

所以 $f(x)$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\pi]$（$k\in\mathbf{N}^*$）上恰有一个零点．………………12 分

解法 3： $f(x)=\cos x+1-e^{\frac{\pi}{2}-x}$．因为 $e^{x-\frac{\pi}{2}}\neq 0$，所以 $g(x)=e^{x-\frac{\pi}{2}}f(x)=(1+\cos x)e^{x-\frac{\pi}{2}}-1$ 与 $f(x)$ 在 $[2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\pi]$（$k\in\mathbf{N}$）上有相同的零点．………………………… 6 分

$g'(x)=(1+\cos x-\sin x)e^{x-\frac{\pi}{2}}=[1+\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})]e^{x-\frac{\pi}{2}}$．

当 $x\in(2k\pi+\frac{\pi}{2}，2k\pi+\pi)$ 时，$x+\frac{\pi}{4}\in(2k\pi+\frac{3\pi}{4}，2k\pi+\frac{5\pi}{4})$，$\cos(x+\frac{\pi}{4})\in[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2})$，

$\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})\in[-\sqrt{2},-1)$，$1+\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})<0$．……………………………………8 分

又 $e^{x-\frac{\pi}{2}}>0$，所以 $g'(x)=[1+\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})]e^{x-\frac{\pi}{2}}<0$．

所以，当 $x\in[2k\pi+\frac{\pi}{2}，\ 2k\pi+\pi]$ 时，$g(x)$ 单调递减．………………………… 10 分

下同解法 2．