

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	C	D	A	C	D	B	D	C	B	A

【解析】

1. 由题意， $B = \{0, 1, 4\}$ ， $A \cap B = \{0, 1\}$ ，所以 $A \cap B$ 中有 2 个元素，故选 A.

2. 因为 $z = \frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1+i}{2}$ ，所以 $\bar{z} = \frac{1-i}{2}$ ，故选 B.

3. 所求平均值为 $2\bar{x} + 9 = 13$ ，故选 C.

4. 由题意，因为 $P = P_0 \cdot e^{\frac{1}{3}t}$ ，所以 $\frac{5}{1000} P_0 \geq P_0 \cdot e^{\frac{1}{3}t}$ ，所以 $\frac{5}{1000} \geq e^{\frac{1}{3}t}$ ， $\ln \frac{5}{1000} \geq -\frac{1}{3}t$ ， $\frac{1}{3}t \geq \ln \frac{1000}{5} = \ln 200 = \ln(5^2 \times 2^3) = 2\ln 5 + 3\ln 2 = 5.297$ ，所以 $t \geq 15.891$ ，故正整数 n 的最小值为 16，故选 D.

5. 因为 $\cos \alpha - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha - \frac{1}{2}\cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin \alpha = \frac{1}{2}\cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{1}{2}$ ，所以 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ ，故选 A.

6. $\vec{a} - \vec{b} = (2, 2)$ ，因为 $\vec{a} - \vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 共线，所以 $2m - 2 \times (-1) = 0$ ，解得 $m = -1$ ，故选 C.

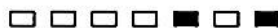
7. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线为 $y = \pm \frac{b}{a}x$ ，因为两条渐近线均与圆 $(x-c)^2 + y^2 = 4a^2$ 相切，

所以圆心 $(c, 0)$ 到直线 $y = \frac{b}{a}x$ 的距离等于半径 $2a$ ，即 $d = \frac{\frac{bc}{a}}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}} = b = 2a$ ，又因为

$c^2 = a^2 + b^2$ ，整理得到 $c = \sqrt{5}a$ ，故双曲线 C 的离心率为 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{5}$ ，故选 D.

8. 由 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A = 2\sqrt{3}$ ，得 $AB = 2$ ，故选 B.





9. 该三视图对应的直观图是三棱柱，如图 1 所示，所以

$$AB = AC = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}, \quad S_{\text{侧}} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} + 1\right) \cdot 2 = 2\sqrt{5} + 2,$$

$$\text{又 } S_{\text{底}} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1\right) = 1, \text{ 所以 } S_{\text{表}} = 2\sqrt{5} + 3, \text{ 故选 D.}$$

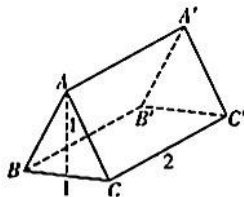


图 1

10. 因为 $\ln \frac{1}{3} < 0$, 所以 $a = 2^{\ln \frac{1}{3}} \in (0, 1)$, 因为 $b = \log_3 6 > 1$, $c = \log_6 \frac{1}{7} < 0$, 从而 $c < a < b$,

故选 C.

11. 直线 $y = kx - 1$ 过定点 $P(0, -1)$, 圆心 $C(1, 0)$, 当直线 CP 与弦垂直时, 弦长最短,

$$|CP| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, \text{ 所以最短弦长为 } 2\sqrt{r^2 - |CP|^2} = 2\sqrt{4 - 2} = 2\sqrt{2}, \text{ 故选 B.}$$

12. 两曲线的对称中心均为点 $(0, 1)$, 且两曲线交于两

点, 所以 $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ 能把圆 $x^2 + (y-1)^2 = 1$ 一分

为二, 如图 2; 故 A 正确; 同理易知 B, C 不正确;

$$\text{函数 } f(x) = \begin{cases} x^2 - x (x \geq 0), \\ -x^2 - x (x < 0) \end{cases} \text{ 为奇函数, 且 } f(x)_{\text{极大}}$$

$$= f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} < 1, \quad f(x)_{\text{极大}} = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} > -1, \text{ 如图 3:}$$

$$\text{所以函数 } f(x) = \begin{cases} x^2 - x (x \geq 0), \\ -x^2 - x (x < 0) \end{cases} \text{ 是圆 } O: x^2 + y^2 = 1$$

的一个太极函数, 故 D 不正确, 故选 A.

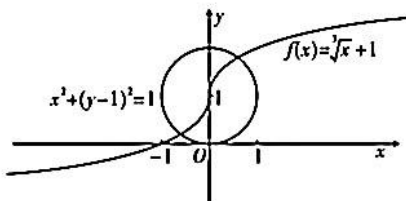


图 2

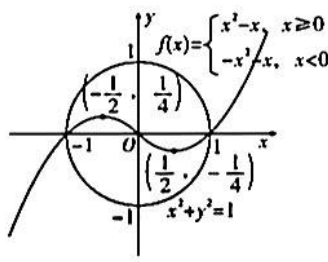


图 3

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

题号	13	14	15	16
答案	10	1	$-\frac{3}{e}$	9π

【解析】

13. 根据约束条件 $\begin{cases} x-y+2 \geq 0, \\ 2x+y-5 \leq 0, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 画出可行域, 图中阴影部分为可行域,

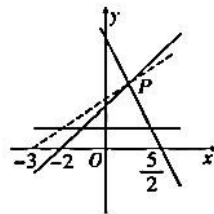


图 4

由图 4 可知, 点 $P(1, 3)$ 到原点 O 的距离的平方最大, 为 10.

14. 抛物线 $x = \frac{1}{4m}y^2 (m > 0)$ 的标准形式为 $y^2 = 4mx$, 所以点 $A(2, y)$ 到焦点的距离为

$2+m=3$, 所以 $m=1$.

15. 因为 $f(x) = \frac{x-3}{e^x} + 2f'(1) \cdot x$, 所以 $f'(x) = \frac{4-x}{e^x} + 2f'(1)$, 所以 $f'(1) = \frac{3}{e} + 2f'(1)$,

$$f'(1) = -\frac{3}{e}.$$

16. 因为圆锥的内切球与外接球的球心重合, 所以圆锥的轴截面为等边三角形, 设其边长为 a ,

则 $\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = 1$, $a = 2\sqrt{3}$, 所以圆锥的底面圆半径为 $\sqrt{3}$, 从而, 圆锥的表面积

$$S = \pi r l + \pi r^2 = \pi \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} + \pi \cdot (\sqrt{3})^2 = 9\pi.$$

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

解: (1) 设等差数列公差为 d , 因为 $a_1 + a_2 = 3$, $a_3 - a_1 = 2$,

所以 $2a_1 + d = 3$, $2d = 2$, (2 分)

从而 $a_1 = d = 1$, (4 分)

所以 $a_n = a_1 + (n-1)d = n$ (6 分)

(2) 法一: 由 (1) $b_n = q^n$, 所以 $\frac{b_{n+1}}{b_n} = q (q \neq 0)$,

数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 公比为 q , (7 分)

若 $q = 1$, 则 $S_n = n$, $S_{n+1} = n+1$, $S_{n+2} = n+2$,

所以 $S_n + S_{n+1} = 2S_{n+2}$ 不成立,

所以 $q \neq 1$, $S_n = \frac{q(1-q^n)}{1-q}$, (8 分)

文科数学参考答案·第 3 页 (共 8 页)

因为对于 $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n + S_{n+1} = 2S_{n+2}$,

$$\text{所以 } \frac{q(1-q^n)}{1-q} + \frac{q(1-q^{n+1})}{1-q} = \frac{2q(1-q^{n+2})}{1-q}, \quad \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } 2q^2 - q - 1 = 0, \quad (2q+1)(q-1) = 0,$$

$$\text{因为 } q \neq 1, \text{ 所以 } q = -\frac{1}{2}. \quad \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

法二: 因为对于 $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n + S_{n+1} = 2S_{n+2}$,

$$\text{所以 } S_n + S_n + b_{n+1} = 2(S_n + b_{n+1} + b_{n+2}), \quad \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } 2b_{n+2} + b_{n+1} = 0, \quad \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

由 (1) $b_n = q^n$, 所以 $\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$, 数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 公比为 q ,

$$\text{所以 } b_{n+1}(2q+1) = 0, \quad q = -\frac{1}{2}. \quad \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

18. (本小题满分 12 分)

解: (1) 由题可知:

$$(0.0001 + a + 0.0006 + 0.001 + 0.0008 + 0.0006 + 0.0004 + 0.0002) \times 250 = 1,$$

$$\text{解得 } a = 0.004 - 0.0037 = 0.0003,$$

$$\text{所以, } a \text{ 的值为 } 0.0003. \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 由题可知: 播出时间固定与不固定的比为 } 120:80 = 3:2, \quad \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

所以, 选出的 5 个中有 3 个播出时间固定, 设为 A, B, C , 2 个播出时间不固定, 设为 b, c ,

则从这 5 个中选 3 个有: $(A, B, C), (A, B, b), (A, B, c), (A, C, b), (A, C, c),$

$(B, C, b), (B, C, c), (A, b, c), (B, b, c), (C, b, c)$, 共 10 种选法,

其中恰好有一个播出时间固定有: $(A, b, c), (B, b, c), (C, b, c)$, 3 种选法,

$$\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$\text{所以, 恰好有一个播出时间固定的概率为 } P = \frac{3}{10}. \quad \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$



□ □ □ □ ■ □ ■

(3) 播出时间固定且为“高销量直播间”的有: $200 \times 0.35 = 70$,

由频率分布直方图,“高销量直播间”的频率为:

$$(0.0008 + 0.0006 + 0.0004 + 0.0002) \times 250 = 0.5,$$

所以,“高销量直播间”有 $200 \times 0.5 = 100$ 个, (9分)

列联表为:

	播出时间固定	播出时间不固定	总计
高销量直播间	70	30	100
非高销量直播间	50	50	100
总计	120	80	200

$$K^2 = \frac{200 \times (70 \times 50 - 30 \times 50)^2}{120 \times 80 \times 100 \times 100} = \frac{25}{3} \approx 8.333 > 7.879,$$

所以,有99.5%的把握认为单位时间(分钟)销量与播出时间固定有关.

..... (12分)

19. (本小题满分12分)

证明:(1) 如图5, 连接 AF, EF , $\because E, F$ 分别为 B_1C, BC

中点, $EF \parallel BB_1$, $\because AA_1 \parallel BB_1$, $\therefore EF \parallel AA_1$,

..... (3分)

$\therefore AA_1, EF$ 在同一平面内, 设为 α , 则 $A_1, F, D, E \in \alpha$,

$\therefore A_1F \subset \alpha, DE \subset \alpha$, $\therefore DE$ 与 A_1F 在同一平面内. (6分)

(2) 因为 $AB = AC$, F 为 BC 的中点, 所以 $AF \perp BC$,

又 $CC_1 \perp AF$, $BC \cap CC_1 = C$, 所以 $AF \perp$ 平面 BCC_1B_1 , (9分)

由(1)可知, $EF \parallel DA$, 且 $EF = DA$,

所以四边形 $ADEF$ 为平行四边形, 所以 $DE \parallel AF$,

所以 $DE \perp$ 平面 BCC_1B_1 (12分)

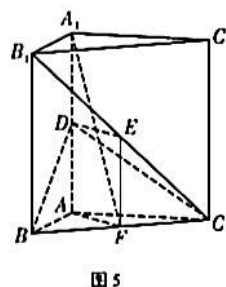


图5

□ □ □ □ ■ □ ■

20. (本小题满分 12 分)

解: (1) 由 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$, $f'(x) = x^2 - ax = x(x-a)$, (1 分)

当 $a \leq 0$ 时, $f'(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒大于等于 0, 所以 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增,

$f(x)_{\min} = f(0) = 0$, 不合题意;

当 $0 < a < 1$ 时, 则 $x \in [0, a]$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减;

$x \in [a, 1]$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增,

所以 $f(x)_{\min} = f(a) = \frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{2}a^3 = -\frac{1}{6}a^3$, $-\frac{1}{6}a^3 = -\frac{1}{6}$,

所以 $a = 1$, 不满足 $0 < a < 1$; (3 分)

当 $a = 1$ 时, 在 $[0, 1]$ 上, $f'(x) \leq 0$ 且不恒为 0, 所以 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递减,

$f(x)_{\min} = f(1) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$, 适合题意;

当 $a > 1$ 时, 在 $[0, 1]$ 上, $f'(x) < 0$, 所以 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递减,

$f(x)_{\min} = f(1) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}a = -\frac{1}{6}$, 所以 $a = 1$, 不满足 $a > 1$;

综上, $a = 1$ (6 分)

(2) 由 (1) $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + b$, 所以 $b = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x$,

令 $h(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x$, 则 $h'(x) = -x^2 + x + 2 = -(x-2)(x+1)$, (8 分)

所以 $h'(2) = 0$, $h'(-1) = 0$, 且当 $x < -1$ 时, $h'(x) < 0$;

当 $-1 < x < 2$ 时, $h'(x) > 0$; 当 $x > 2$ 时, $h'(x) < 0$,

所以 $h(x)_{\min} = h(-1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2 = -\frac{7}{6}$, $h(x)_{\max} = h(2) = -\frac{1}{3} \times 8 + \frac{1}{2} \times 4 + 4 = \frac{10}{3}$,

..... (10 分)

文科数学参考答案 · 第 6 页 (共 8 页)

□ □ □ □ ■ □ ■

如图 6:

函数 $g(x)$ 有 1 个零点, 所以 $b < -\frac{7}{6}$ 或 $b > \frac{10}{3}$.

..... (12 分)

21. (本小题满分 12 分)

解: (1) 由椭圆性质知, $2a = 2 \cdot 2b$, $\frac{1}{2} \cdot 2c \cdot b = \sqrt{3}$,

又 $a^2 = b^2 + c^2$, 解得 $a = 2$, $b = 1$, $c = \sqrt{3}$,

所以椭圆 M 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ (4 分)

(2) 显然, 直线 AB 的斜率不为 0, 不妨设直线 AB 的方程为 $x = ky + m (m \neq 2)$,

..... (5 分)

联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \\ x = ky + m, \end{cases}$ 消去 x 得 $(k^2 + 4)y^2 + 2kmy + m^2 - 4 = 0$.

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则有 $y_1 + y_2 = \frac{-2km}{k^2 + 4}$, $y_1 \cdot y_2 = \frac{m^2 - 4}{k^2 + 4}$ ①,

又以线段 AB 为直径的圆过椭圆的右顶点 C , $\therefore \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$,

由 $\overrightarrow{CA} = (x_1 - 2, y_1)$, $\overrightarrow{CB} = (x_2 - 2, y_2)$, 得 $(x_1 - 2)(x_2 - 2) + y_1 y_2 = 0$,

将 $x_1 = ky_1 + m$, $x_2 = ky_2 + m$ 代入上式得 $(k^2 + 1)y_1 y_2 + k(m - 2)(y_1 + y_2) + (m - 2)^2 = 0$,

将①代入上式求得 $m = \frac{6}{5}$ 或 $m = 2$ (舍), 则直线 l 恒过点 $D(\frac{6}{5}, 0)$ (9 分)

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |DC| |y_1 - y_2| = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = \frac{8}{25} \sqrt{\frac{25(k^2 + 4) - 36}{(k^2 + 4)^2}}$,

设 $t = \frac{1}{k^2 + 4} (0 < t \leq \frac{1}{4})$, 则 $S_{\triangle ABC} = \frac{8}{25} \sqrt{-36t^2 + 25t}$ 在 $t \in (0, \frac{1}{4}]$ 上单调递增,

当 $t = \frac{1}{4}$ 时, $S_{\triangle ABC}$ 取得最大值 $\frac{16}{25}$ (12 分)

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

(1) 解: 当 $|OM| = \frac{1}{2}$ 时, 设点 M 的极坐标为 $(\frac{1}{2}, \theta)$,

文科数学参考答案 · 第 7 页 (共 8 页)

□ □ □ □ ■ □ ■

由 $\rho = 1 - \sin \theta$, 得 $\frac{1}{2} = 1 - \sin \theta$, $\sin \theta = \frac{1}{2}$,

$\because 0 \leq \theta < 2\pi$, $\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$ 或 $\theta = \frac{5\pi}{6}$,

所以点 M 的极坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{6})$ 或 $(\frac{1}{2}, \frac{5\pi}{6})$, (4 分)

当 M 的极角为 $\frac{7\pi}{6}$ 时, $\rho = 1 - \sin \frac{7\pi}{6} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ (5 分)

(2) 证明: 设直线 AB 的方程为 $\theta = \alpha$ 和 $\theta = \pi + \alpha$ ($\rho > 0$, $0 \leq \alpha < \pi$),

点 A , B 对应的极径分别为 ρ_1 , ρ_2 , 则 $\rho_1 = 1 - \sin \alpha$, $\rho_2 = 1 - \sin(\pi + \alpha) = 1 + \sin \alpha$,

所以弦长 $|AB| = \rho_1 + \rho_2 = 2$ (定值). (10 分)

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

$$(1) \text{ 解: 设 } y = |2x-1| - |x-1| = \begin{cases} x, & x \geq 1, \\ 3x-2, & \frac{1}{2} \leq x < 1, \\ -x, & x < \frac{1}{2}. \end{cases}$$

由 $m+n=1$, 得 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \left(\frac{1}{m} + \frac{4}{n}\right)(m+n) = 5 + \frac{n}{m} + \frac{4m}{n} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{n}{m} \cdot \frac{4m}{n}} = 9$.

所以 $9 \geq |2x-1| - |x-1|$ (2 分)

当 $x \geq 1$ 时, $x \leq 9$, 得 $1 \leq x \leq 9$;

当 $\frac{1}{2} \leq x < 1$ 时, $3x-2 \leq 9$, 解得 $x \leq \frac{11}{3}$, 故 $\frac{1}{2} \leq x < 1$;

当 $x < \frac{1}{2}$ 时, $-x \leq 9$, 解得 $x \geq -9$, 故 $-9 \leq x < \frac{1}{2}$;

综上, x 的取值范围为 $[-9, 9]$ (5 分)

(2) 证明: $\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)(m^3 + n^3) = m^2 + n^2 + \frac{n^3}{m} + \frac{m^3}{n} = (m+n)^2 + \frac{n^3}{m} + \frac{m^3}{n} - 2mn$

$\geq (m+n)^2 + 2\sqrt{\frac{n^3}{m} \cdot \frac{m^3}{n}} - 2mn = (m+n)^2 = 1$ (10 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》