机密★启用前

湖北省部分市州2023年元月高三年级联合调研考试

数 学 试 卷

本试卷共4页,22题。全卷满分150分。考试时间120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1.答题前,先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2.选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3.非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效。

4.考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知复数z满足$z\cdot(1+2\mathrm{i})=3+4\mathrm{i}$(其中i为虚数单位),则$|z|=$

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. 5

2.已知集合$M=\{x|-1<x<1\}$,$N=\{x|y=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}\}$,则集合$\{x|x\geqslant 1\}=$

A. $M\cap N$　　B. $M\cup N$　　C. $\complement_{\mathbf{R}}(M\cap N)$　　D. $\complement_{\mathbf{R}}(M\cup N)$

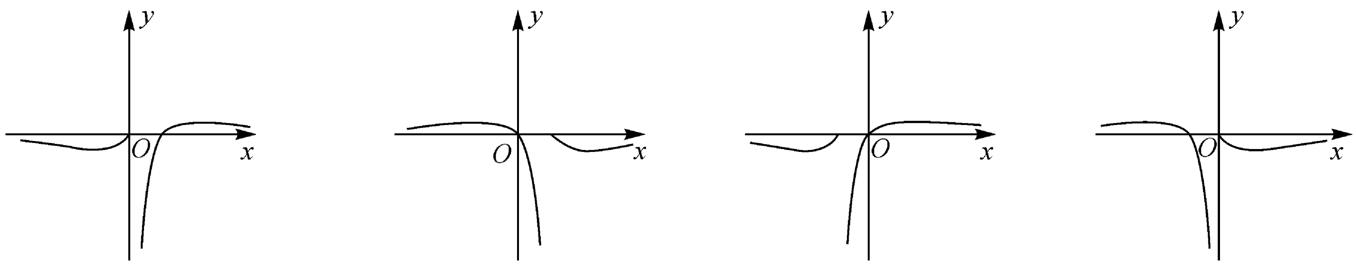
3.有一组样本数据:5,6,6,6,7,7,8,8,9,9.则关于该组数据的下列数字特征中,数值最大的为

A.平均数　　B.第50百分位数　　C.极差　　D.众数

4.已知$\theta\in(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$,且$\sin 2\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$,则$\sin\theta$的值为

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

5.已知函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln x}{x}, & x>0,\\ x\mathrm{e}^{x}, & x\leqslant 0,\end{cases}$则函数$y=f(1-x)$的图象大致是



A　　B　　C　　D

6.已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$S_n+1=a_{n+1}$,$a_1=2$,则S_{2022}的值为

A. 2^{2022}　　B. $3\cdot 2^{2020}$　　C. $2^{2023}-2$　　D. $3\cdot 2^{2021}-1$

7. 已知 F_1,F_2 分别为双曲线 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，点 P 为双曲线渐近线上一点，若 $PF_1\perp PF_2$，$\tan\angle PF_1F_2=\dfrac{1}{3}$，则双曲线 Γ 的离心率为

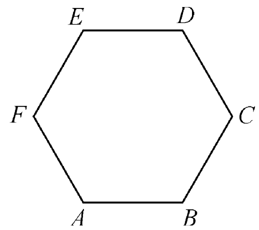
A. $\dfrac{5}{3}$　　B. $\dfrac{5}{4}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

8. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=2BC=2$，$\angle ABC=60^\circ$，设侧面 PBC 与底面 ABC 的夹角为 α，若三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则当该三棱锥外接球表面积取最小值时，$\tan\alpha=$

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 4

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 如图所示，在边长为 1 的正六边形 $ABCDEF$ 中，下列说法正确的是



A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BF}$

B. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{CF}=\mathbf{0}$

C. $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=1$

D. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$

10. 已知实数 a,b,c 满足 $c\ln a=c\cdot e^b=1$，则下列关系式中可能成立的是

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

11. 已知函数 $f(x)=\sin^2x\sin 2x$，则下列说法正确的是

A. π 是 $f(x)$ 的一个周期

B. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\dfrac{\pi}{2},0\right)$ 中心对称

C. $f(x)$ 在区间 $[0,2\pi]$ 上的零点个数为 4

D. $f(x)$ 的最大值为 $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 3，P 为正方体表面上的一个动点，Q 为线段 A_1C 上的动点，$A_1P=2\sqrt{3}$. 则下列说法正确的是

A. 当点 P 在侧面 A_1ABB_1（含边界）内时，D_1P 为定值 $\sqrt{21}$

B. 当点 P 在侧面 BCC_1B_1（含边界）内时，直线 A_1P 与直线 A_1B_1 所成角的大小为 $\dfrac{\pi}{3}$

C. 当点 P 在侧面 BCC_1B_1（含边界）内时，对任意点 P，总存在点 Q，使得 $D_1Q\perp CP$

D. 点 P 的轨迹长度为 $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\pi$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $(1+x)\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^4$ 的展开式中，常数项为________.

14. 已知红箱内有 5 个红球、3 个白球，白箱内有 3 个红球、5 个白球. 第一次从红箱内取出一球，观察颜色后放回原处；第二次从与第一次取出的球颜色相同的箱子内再取出一球，则第二次取到红球的概率为________.

15. 过抛物线 $y^2=2px$ 焦点 F 的直线 l 与抛物线交于 A,B 两点，点 A,B 在抛物线准线上的射影分别为 A',B'，$|A'B'|=10$，点 P 在抛物线的准线上. 若 AP 是 $\angle A'AB$ 的角平分线，则点 P 到直线 l 的距离为________.

16. 已知关于 x 的不等式 $(a-\mathrm{e})x-\ln x-b\geqslant 0$ 恒成立，则 $\dfrac{b}{a}$ 的最大值为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (10 分)

已知 $\triangle ABC$ 内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$\sin C=\sqrt{2}\sin B$，且 $c=4\sqrt{2}$.

(1)求边 b 的值；

(2)若 D 为边 BC 的中点，$\cos\angle CAD=\dfrac{3}{4}$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中，对任意的 $n\in\mathbf{N}_+$，都有 $a_n+a_{n+1}=4n$.

(1)若 $\{a_n\}$ 为等差数列，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

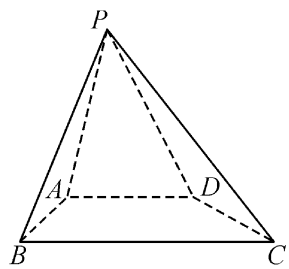
(2)若 $a_1=3$，求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

19. (12 分)

如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle BAD=90^\circ$，$AB=AD=\dfrac{1}{2}BC=\sqrt{2}$，$PA=PB=PD=2$.

(1)证明：$PA\perp BD$；

(2)求直线 BC 与平面 PCD 所成角的余弦值.



20.（12 分）

2022 年 11 月 21 日，第 22 届世界杯在卡塔尔开幕. 小组赛阶段，已知某小组有甲、乙、丙、丁四支球队，这四支球队之间进行单循环比赛（每支球队均与另外三支球队进行一场比赛）；每场比赛胜者积 3 分，负者积 0 分；若出现平局，则比赛双方各积 1 分. 若每场比赛中，一支球队胜对手或负对手的概率均为$\frac{1}{4}$，出现平局的概率为$\frac{1}{2}$.

（1）求甲队在参加两场比赛后积分 X 的分布列与数学期望；

（2）小组赛结束后，求四支球队积分均相同的概率.

21.（12 分）

已知 F_1，F_2 为椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点. 点 M 为椭圆上一点，当$\angle F_1MF_2$ 取最大值$\frac{\pi}{3}$时，$(\overrightarrow{MF_1}+\overrightarrow{MF_2})\cdot\overrightarrow{MF_1}=6$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）点 P 为直线 $x=4$ 上一点（且 P 不在 x 轴上），过点 P 作椭圆 C 的两条切线 PA，PB，切点分别为 A，B，点 B 关于 x 轴的对称点为 B'，连接 AB'交 x 轴于点 G. 设$\triangle AF_2G$，$\triangle BF_2G$ 的面积分别为 S_1，S_2，求$|S_1-S_2|$的最大值.

22.（12 分）

设函数 $f(x)=2ax(2-\cos 2x)-\sin 2x$.

（1）当 $a=1$ 时，求 $f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最值；

（2）对$\forall x\in(0,+\infty)$，不等式 $f\left(\frac{x}{2}+\pi\right)>2a\pi(2-\cos x)$恒成立，求实数 a 的取值范围.