

咸阳市 2023 年高考模拟检测(一)

数学(理科)试题

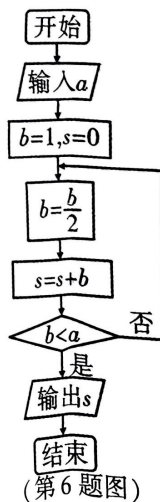
注意事项:

1. 本试题共 4 页, 满分 150 分, 时间 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上.
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 监考员将答题卡按顺序收回, 装袋整理; 试题不回收.

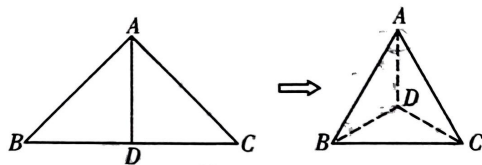
第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{-2, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$
 A. $\{-2\}$ B. $\{1\}$ C. $\{-2, 0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 已知复数 $z = 1 - 2i$ 的共轭复数为 \bar{z} , 则 $\frac{2}{\bar{z} - i} =$
 A. $1 - i$ B. $2 + i$ C. $1 + i$ D. $-1 + i$
3. 已知向量 a, b 都是单位向量, 且 $|a - b| = 1$, 则 $|a + b| =$
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$
4. 古希腊大哲学家芝诺提出一个有名的悖论, 其大意是: “阿喀琉斯是古希腊神话中善跑的英雄, 在他和乌龟的赛跑中, 他的速度是乌龟速度的 10 倍, 乌龟在他前面 100 米爬行, 他在后面追, 但他不可能追上乌龟. 原因是在竞赛中, 追者首先必须到达被追者的出发点, 当阿喀琉斯追了 100 米时, 乌龟已在他前面爬行了 10 米, 而当他追到乌龟爬行的 10 米时, 乌龟又向前爬行了 1 米. 就这样, 乌龟会制造出无穷个起点, 它总能在起点与自己之间制造出一个距离, 不管这个距离有多小, 只要乌龟不停地向前爬行, 阿喀琉斯就永远追不上乌龟.” 试问: 在阿喀琉斯与乌龟的竞赛中, 当阿喀琉斯与乌龟相距 0.01 米时, 乌龟共爬行了
 A. 11.1 米 B. 10.1 米 C. 11.11 米 D. 11 米
5. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 A 在 C 上, 且 A 到 C 焦点的距离为 3, 到 y 轴的距离为 2, 则 $p =$
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 执行如图所示的程序框图, 若输入 $a = \frac{1}{10}$, 则输出 $s =$
 A. $\frac{15}{16}$
 B. $\frac{7}{8}$
 C. $\frac{3}{4}$
 D. $\frac{31}{32}$



7. 已知 α, β 是两个不同平面, a, b 是两条不同直线, 则下列命题正确的是
- A. 若 $a \perp \alpha, a \perp b$, 则 $b // \alpha$ B. 若 $a // \beta, \alpha \cap \beta = b, a \perp b$, 则 $\alpha \perp \beta$
 C. 若 $\alpha \perp \beta, a \perp \alpha, b \perp \beta$, 则 $a \perp b$ D. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = b, a \perp b$, 则 $a \perp \beta$
8. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $A = 60^\circ, b = 1, \frac{b+c}{\sin B + \sin C} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
9. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC = \sqrt{2}, D$ 为 BC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿 AD 折叠成三棱锥 $A-BCD$, 则当该三棱锥体积最大时它的外接球的表面积为



(第9题图)

- A. π B. 2π C. 3π D. 4π
10. 某家族有 X, Y 两种遗传性状, 该家族某成员出现 X 性状的概率为 $\frac{4}{15}$, 出现 Y 性状的概率为 $\frac{2}{15}$, X, Y 两种性状都不出现的概率为 $\frac{7}{10}$, 则该成员 X, Y 两种性状都出现的概率为
- A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{4}{15}$
11. 直线 l 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点 F , 与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 A, B 两点, O 为原点, 且 $\vec{OA} \cdot \vec{AF} = 0, 3\vec{AF} = \vec{FB}$, 则双曲线 C 的离心率为
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
12. 已知定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = -x^3 + 3x - 1$, 且 $f(x+1) = f(x-1)$. 若关于 x 的方程 $f(x) = \log_a(|x|+1) (a > 1)$ 有 8 个实根, 则 a 的取值范围为
- A. $(1, 6)$ B. $(4, 6)$ C. $(8, 10)$ D. $(10, 12)$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 受新冠肺炎疫情影响, 某学校按照上级文件精神, 要求错峰放学去食堂吃饭, 高三年级一层楼有四个班排队, 甲班不能排在最后, 且乙、丙班必须排在一起, 则这四个班排队吃饭不同方案有_____种(用数字作答).
14. 已知半径为 1 的圆过点 $(1, \sqrt{3})$, 则该圆圆心到原点距离的最大值为_____.
15. 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0)$ 相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}, \left| f\left(\frac{\pi}{3}\right) \right| = A$, 则 $|\varphi|$ 的最小值为_____.
16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{|x|}, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$, 则函数 $g(x) = f^2(x) - 3f(x) + 2$ 零点的个数是_____.

咸阳市 2023 年高考数学(理科)模拟检测(一)-2-(共 4 页)

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之积为 $S_n = 2^{\frac{n(n-1)}{2}}$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设公差为 0 的等差数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = 1$, _____, 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

请从① $b_2^2 = b_4$; ② $b_3 + b_5 = 8$ 这两个条件中选择一个条件, 补充在上面的问题中并作答.

注: 如果选择多个条件分别作答, 则按照第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)

某学校为研究高三学生的身体素质与体育锻炼时间的关系, 对该校 400 名高三学生 (其中女生 220 名) 平均每天体育锻炼时间进行调查, 得到下表:

| 平均每天锻炼时间(分钟) | [0, 10) | [10, 20) | [20, 30) | [30, 40) | [40, 50) | [50, 60) |
|--------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 人数 | 40 | 72 | 88 | 100 | 80 | 20 |

将日平均体育锻炼时间在 40 分钟以上的学生称为“锻炼达标生”, 调查知女生有 40 人为“锻炼达标生”

(1) 完成下面 2×2 列联表, 试问: 能否有 99.9% 以上的把握认为“锻炼达标生”与性别有关?

| | 锻炼达标生 | 锻炼不达标 | 合计 |
|----|-------|-------|-----|
| 男 | | | |
| 女 | | | |
| 合计 | | | 400 |

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

| | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|--------|
| $P(K^2 \geq K_0)$ | 0.100 | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| K_0 | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

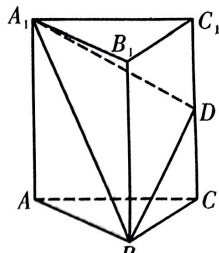
(2) 在“锻炼达标生”中用分层抽样方法抽取 10 人进行体育锻炼体会交流, 再从这 10 人中选 2 人作重点发言, 记这 2 人中女生的人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

19. (本小题满分 12 分)

如图,直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC=AA_1$, D 为 CC_1 上一点.

(1) 证明:当 D 为 CC_1 的中点时,平面 $A_1BD \perp$ 平面 ABB_1A_1 ;

(2) 若 $\angle ACB=90^\circ$, 异面直线 AB 和 A_1D 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$ 时,求二面角 $B-A_1D-A$ 的余弦值.



(第 19 题图)

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 它的四个顶点构成的四边形的面积为 4.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设过点 $M(m, 0)$ 的直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切且与椭圆 C 交于 A, B 两点, 求 $|AB|$ 的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{e^x} (x \in \mathbf{R})$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若对于任意的 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $f(x) \geq kx$ 恒成立, 求证: $k < \frac{2}{\pi e}$.

(二) 选考题: 共 10 分, 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 以坐标原点为极点, x 轴正

半轴为极轴建立极坐标系, 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin \theta$.

(1) 写出曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 若 $P(1, 2)$, 求 $|PA| + |PB|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x-1| + |2x+2|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq 4$;

(2) 设 $f(x)$ 的最小值为 m , 且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3c} = m (a, b, c \in \mathbf{R}^+)$, 求证: $a+2b+3c \geq 3$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

