焦作市普通高中 2022—2023 学年高三年级定位考试

理科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{0,1,3,4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{0,1\}$　　B. $\{0,1,3\}$　　C. $\{0,1,4\}$　　D. $\{0,3,4\}$

2. 已知复数 $z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{3+4\mathrm{i}}$，则 $|z|=$

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　B. $\dfrac{2}{25}$　　C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2-t,3)$，$\boldsymbol{b}=(-6,-2)$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则实数 $t=$

A. 11　　B. 1　　C. -1　　D. -11

4. 若直线 $x=4y+7$ 与双曲线 $C:ax^2-y^2=1(a>0)$ 的一条渐近线平行，则 a 的值为

A. $\dfrac{1}{16}$　　B. $\dfrac{1}{4}$

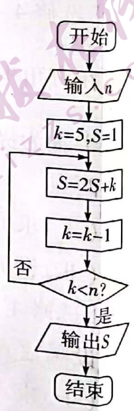
C. 4　　D. 16

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，若 $a_1+a_3+a_8=9$，则 $a_1+a_4+a_5+a_6=$

A. 4　　B. 6

C. 12　　D. 16

6. 执行如图所示的程序框图，若输入 $n=1$，则输出 S 的值是



A. 322　　B. 161

C. 91　　D. 80

7. 已知等比数列$\{a_n\}$中，$a_5=9$，$a_3a_8=81a_2$，则$a_2a_6=$

A. 27　　B. 9　　C. ± 9　　D. ± 27

8. 在三棱锥$P-ABC$中，$PB=PC$，D,E,F分别为BC,AC,AB的中点，G为PD的中点，若$EG\perp AC$且$EG\perp PD$，则下列结论中不一定正确的是

A. BC∥平面EFG

B. PA∥平面EFG

C. $AC\perp$平面EFG

D. $PD\perp$平面EFG

9. 袋中装有大小质地完全相同的3个小球，小球上分别标有数字4，5，6. 每次从袋中随机摸出1个球，记下它的号码，放回袋中，这样连续摸三次. 设事件A为"三次记下的号码之和是15"，事件B为"三次记下的号码不全相等"，则$P(B|A)=$

A. $\frac{6}{7}$　　B. $\frac{2}{7}$　　C. $\frac{7}{27}$　　D. $\frac{1}{7}$

10. 已知函数$f(x)=\ln(\sqrt{9x^2+1}-3x)+x+1$，若$a,b\in\mathbf{R}$，$a+b=2\ 023$，则$f(b-2\ 025)+f(a+2)=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{9}{4}$　　D. 4

11. 已知圆柱的轴截面是边长为2的正方形，AB和CD分别是该圆柱上、下底面的一条直径，若四面体$ABCD$的体积为$\frac{8\sqrt{2}}{9}$，则异面直线AB与CD所成角的余弦值为

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

12. 已知抛物线$C:x^2=2py(p>0)$的焦点为F，P是C上位于第一象限内的一点，若C在点P处的切线与y轴交于N点，且$\angle FPN=30°$，O为坐标原点，则直线OP的斜率为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知$a>0$，$b>0$，且点(a,b)在直线$x+y=4$上，则$\frac{4}{a}+\frac{36}{b}$的最小值为________.

14. 若直线$l:x-\sqrt{3}y+9=0$被圆$C:x^2+y^2+2x-m=0$截得线段的长为6，则实数m的值为________.

15. 已知函数$f(x)=\cos\left(\omega x-\frac{5\pi}{6}\right)(\omega>0)$在$\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$上有且仅有1个零点，则实数$\omega$的取值范围为________.

16. 已知函数$f(x)$及其导函数$f'(x)$满足$f(x)e^x+f'(x)e^x=2(x-a)$，若$f(0)=1$，且$f(x)$在$(1,5)$上存在极值点，则实数a的取值范围是________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$5a=\frac{5b}{\cos C}+\frac{3c}{\cos C}$.

（Ⅰ）求$\cos A$；

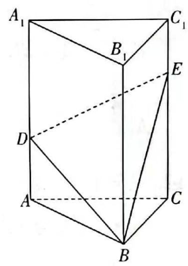
（Ⅱ）若$c=2$，$\sin C:\sin B=1:5$，求a.

18.（12 分）

如图，在正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=2$，$CC_1=3$，点D,E分别在棱AA_1和棱CC_1上，且$AD=1$，$CE=2$.

（Ⅰ）求证：平面$BDE\perp$平面BCC_1B_1；

（Ⅱ）求直线AC与平面BDE所成角的正弦值.



19.（12 分）

在“校园安全”知识竞赛中有两道多选题，每道题给出的四个选项中有多个正确选项，全部选对的得 10 分，选对但不全的得 5 分，有选错或未作答的得 0 分. 小明参加了这次竞赛，由于准备不充分，他对这两道多选题涉及的知识完全不了解.

（Ⅰ）若小明选择每个选项的概率均为$\frac{1}{2}$且互不影响，求他这两道题得分之和为 20 分的概率；

（Ⅱ）若这两道题中一题有 2 个正确选项，一题有 3 个正确选项，小明每道题随机选择两个选项，求小明这两题得分之和X的分布列和数学期望.

20. (12分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F,圆 $O:x^2+y^2=a^2$,过 F 且垂直于 x 轴的直线被椭圆 C 和圆 O 所截得的弦长分别为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 和 $2\sqrt{2}$.

(Ⅰ)求 C 的方程;

(Ⅱ)过圆 O 上一点 P(不在坐标轴上)作 C 的两条切线 l_1,l_2,记 l_1,l_2 的斜率分别为 k_1,k_2,直线 OP 的斜率为 k_3,证明:$(k_1+k_2)k_3$ 为定值.

21. (12分)

已知函数 $f(x)=ax(\ln x-1)+\frac{x^2}{2}(a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若 $a=2$,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$,且不等式 $\frac{a(2+\lambda)}{2x_1+\lambda x_2}+1>0$ 恒成立,求实数 λ 的取值范围.

(二)选考题:共10分. 请考生在第22,23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=t+1,\\y=3-t\end{cases}$ (t 为参数),以 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=16\cos\theta$,且 C_1 与 C_2 交于 M,N 两点.

(Ⅰ)求 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;

(Ⅱ)设 $P(8,-4)$,求 $|PM|+|PN|$.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

设函数 $f(x)=3|x-2|+|x|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)>2x$ 的解集;

(Ⅱ)求直线 $y=a$ 与 $f(x)$ 的图象围成的三角形的面积的最大值.