南宁市 2023 届高中毕业班第一次适应性测试
数学（文科）答案

一、选择题：

1.【答案】C

【解析】∵ $A=\{x\in\mathbf{N}\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}=\{0,1,2,3\}$，∴ $A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$，故选 C．

2.【答案】A

【解析】由题意 $\bar{z}(1+i)=3-i$，可变形为 $\bar{z}=\dfrac{3-i}{1+i}=\dfrac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{2-4i}{2}=1-2i$，

则复数 $z=1+2i$．故选 A．

3.【答案】B

【解析】5 件产品中的 2 件次品记为 a，b，3 件合格品记为 A，B，C，“从这 5 件产品中任取 2 件”，则该试验的样本空间

$\Omega=\{(a,b),(a,A),(a,B),(a,C),(b,A),(b,B),(b,C),(A,B),(A,C),(B,C)\}$，

即 $n(\Omega)=10$．设事件 A=“恰有一件次品”，则 $n(A)=6$，故 $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{6}{10}=0.6$．

4.【答案】B

【解析】∵ $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$

∴ $1-\cos^2\alpha=\cos\alpha-1$，　$\cos^2\alpha+\cos\alpha-2=0$．

$(\cos\alpha-1)(\cos\alpha+2)=0$，∴ $\cos\alpha=1$ 或 $\cos\alpha=-2$（舍）

∴ 又 ∵ $\sin\left(\alpha+\dfrac{3}{2}\pi\right)=-\cos\alpha=-1$．

5.【答案】D

【解析】对于 A，$f(x)=\tan x$ 为奇函数，在定义域内不单调，不符合题意，A 错误．

对于 B，$f(x)=-\dfrac{1}{x}$，定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，$f(-x)=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，在定义域内不单调，B 错误．

对于 C，$f(x)=x-\cos x$，$f(-x)=-x-\cos(-x)=-x-\cos x\neq -f(x)$，

故函数 $f(x)=x-\cos x$ 不是奇函数，不符合题意 C，错误．故选 D．

6.【答案】B

【解析】符合题目要求的分类方法共：“甲 3 张乙 1 张”，“甲 2 张乙 2 张”，“甲 1 张乙 3 张”，三类

①“甲 3 张乙 1 张”的基本事件为：甲 123 乙 4；甲 124 乙 3，甲 134 乙 2，甲 234 乙 1，共 4 类；

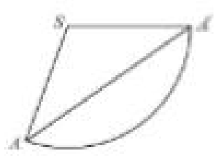
②“甲 2 张乙 2 张”的基本事件为：甲 12 乙 34；甲 13 乙 24，甲 14 乙 23，甲 23 乙 14，甲 24 乙 13，甲 33 乙 12，共 6 类；

③“甲 1 张乙 3 张”的基本事件为：乙 123 甲 4；乙 124 甲 3，乙 134 甲 2，乙 234 甲 1，共 4 类；

故选 B．

7.【答案】B

【解析】已知圆锥的侧面展开图为半径是 3 的扇形，如图，一只蚂蚁从 A 点出发绕着圆锥的侧面爬行一圈回到点 A 的最短距离为 AA'，设 $\angle ASA'=\alpha$，



圆锥底面周长为 2π，所以 $\overparen{AA'}=\alpha\times 3=2\pi$ 所以 $\alpha=\dfrac{2\pi}{3}$，在 $\Delta SAA'$ 中，由 $SA=SA'=3$，得

$AA'=\sqrt{SA^2+SA'^2-2SA\cdot SA'\cdot\cos\alpha}$

$=\sqrt{3^2+3^2-2\times 3\times 3\times(-\dfrac{1}{2})}=3\sqrt{3}$

故选：B．

文数答案 第 1 页 共 10 页

同理可证：$HG//$面CD_1EF.

又$GH\cap HC_1=H$，$HC_1\subset$面C_1GH，$GH\subset$面C_1GH，

所以面$C_1HG//$面CD_1EF.

所以p点在正方体表面上运动所形成的轨迹为三角形C_1HG.

因为正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，所以$HC_1=GC_1=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

所以三角形C_1HG的周长为$GH+HC_1+GC_1=\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{5}=\sqrt{2}+2\sqrt{5}$.

三、解答题：

17.【答案】（1）$a=0.025$，360人（2）$\frac{1}{2}$

【解析】

（1）依题意，成绩在$[40,50]$的概率为$p_1=0.1$，成绩在$[50,60)$的概率为$p_2=0.15$，

成绩在$[60,70)$的概率为$p_3=0.15$，成绩在$[70,80)$的概率为$p_4=0.3$，

成绩在$[80,90)$的概率为$p_5=a\times10$，成绩在$[90,100]$的概率为$p_6=0.05$，

故$p_5=a\times10=1-(0.1+0.15+0.15+0.3+0.05)=0.25$，

$\therefore a=0.025$；……………………………………………………………………3分

该年级生涯规划大赛初赛成绩“优秀”等级的概率为$p=p_5+p_6=0.3$.4分

该年级生涯规划大赛初赛成绩优秀”等级的学生人数为$0.3\times1200=360$人；…………6分

（2）在评为“优秀”等级的学生中采用分层抽样抽取6人，

其中成绩在$[80,90)$应抽5人，成绩在$[90,100]$应抽1人，分别设为A_1,A_2,A_3,A_4,A_5，和B，

……………………………………………………………………………………………7分

从6人中随机抽取3人的基本事件为：

(A_1,A_2,B)，(A_1,A_3,B)，(A_1,A_4,B)，(A_1,A_5,B)，(A_2,A_3,B)，

(A_2,A_4,B)，(A_2,A_5,B)，(A_3,A_4,B)，(A_3,A_5,B)，(A_4,A_5,B)，

(A_1,A_2,A_3)，(A_1,A_2,A_4)，(A_1,A_2,A_5)，(A_1,A_3,A_4)，(A_1,A_3,A_5)，

(A_1,A_4,A_5)，(A_2,A_3,A_4)，(A_2,A_3,A_5)，(A_2,A_4,A_5)，(A_3,A_4,A_5)，

共20种，……………………………………………………………………………………9分

其中恰有1人成绩在$[90,100]$的基本事件为：

(A_1,A_2,B)，(A_1,A_3,B)，(A_1,A_4,B)，(A_1,A_5,B)，(A_2,A_3,B)，

(A_2,A_4,B)，(A_2,A_5,B)，(A_3,A_4,B)，(A_3,A_5,B)，(A_4,A_5,B)，

共10种，……………………………………………………………………………………10分

故 $a_1=a_{10}-9d=41-18=23$.

由 $S_{20}=20a_1+\frac{20\times(20-1)}{2}\times 2=840$,因此,则该报告厅总有座位数为 840 个座位. 故选 C.

9. 【答案】B

【解析】已知 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{4}{5}$,

$\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right)=\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=\cos 2\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=1-2\sin^2\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=1-2\times\frac{16}{25}=-\frac{7}{25}$,

故选 B.

10.【答案】D

【解析】由 $f(x)=x^2$,得 $f'(x)=2x$,则 $f'(1)=2$,又 $f(1)=1$,所以函数 $f(x)=x^2$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程为 $y-1=2(x-1)$,即 $y=2x-1$.

设 $y=2x-1$ 与函数 $g(x)=\frac{e^x}{a}$ 的图象相切于点 (x_0,y_0),

由 $g'(x)=\frac{e^x}{a}$,可得 $\begin{cases} g'(x_0)=\frac{e^{x_0}}{a}=2, \\ g(x_0)=\frac{e^{x_0}}{a}=2x_0=-1, \end{cases}$ 解得 $x_0=\frac{3}{2}, a=\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}}=\frac{e\sqrt{e}}{2}$,故选 D.

11.【答案】A

【解析】设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 则由于 AB 的斜率存在,设 AB 的斜率为 k.

A,B ,都在 x 轴上方,由题意知 $k>0$,由抛物线定义 $AF=x_1+\frac{p}{2}, BF=x_2+\frac{p}{2}$

则 $\begin{cases} x_1+\frac{p}{2}=2 \\ x_2+\frac{p}{2}=4 \end{cases} \Rightarrow |x_1-x_2|=4$,由弦长公式 $AB=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|$,

所以 $|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=5 \Rightarrow \sqrt{1+k^2}=\frac{5}{4} \Rightarrow k=\frac{3}{4}$,故选 A.

12.【答案】C

【解析】设 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$,则 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$,

当 $0<x<e$ 时, $f'(x)>0$,函数单调递增,当 $x>e$ 时, $f'(x)<0$,函数单调递减,

故当 $x=e$ 时,函数取得最大值 $f(e)=\frac{1}{e}$,

因为 $a=\frac{3(2-\ln 3)}{e^2}=f\left(\frac{e^2}{3}\right), c=\frac{\ln 3}{3}=f(3), b=\frac{1}{e}=f(e)$,

故 $b>a, b>c$,设函数 $y=m-\frac{\ln x}{x}$ 的零点为 x_1,x_2,且 $0<x_1<x_2$,

则 $mx_1=\ln x_1, mx_2=\ln x_2$,

所以 $\ln x_2-\ln x_1=m(x_2-x_1)$, $\ln x_2+\ln x_1=\ln x_1x_2=m(x_2+x_1)$ ①,

令 $g(x)=\ln x-\dfrac{2(x-1)}{x+1}, x>1$，则 $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x(x+1)^2}>0$，

故 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递增，$g(x)>g(1)=0$，所以，当 $x>1$ 时，$\ln x>\dfrac{2(x-1)}{x+1}$，

从而 $\ln\dfrac{x_2}{x_1}>\dfrac{2(\frac{x_2}{x_1}-1)}{\frac{x_2}{x_1}+1}$，即 $(\ln x_2-\ln x_1)\cdot\dfrac{1}{x_2-x_1}>\dfrac{2}{x_2+x_1}$ ②，

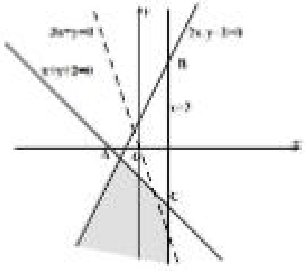
①代入②得，$x_1x_2>e^2$，令 $x_1=\dfrac{e^2}{3}$，则 $x_2>3$，

故 $f(x_1)=f(x_2)<f(3)$，故 $a<c$，综上 $a<c<b$. 故选：C.

二、填空题：

13. 【答案】2

【解析】由约束条件作出可行域如图所示，由目标函数 $z=3x+y$ 可知当目标函数过点 $C(2,-4)$ 时，z 取得最大值，最大值 $3\times2-4=2$.



14.【答案】$\dfrac{\pi}{2}$

【解析】函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}\cos(3x+\varphi)$ 的图象关于点 $\left(\dfrac{4\pi}{3},0\right)$ 对称，

则有 $3\cdot\dfrac{4\pi}{3}+\varphi=k\pi+\dfrac{\pi}{2}, k\in Z$，于是得 $\varphi=k\pi-\dfrac{7\pi}{2}, k\in Z$，

显然 $\varphi=k\pi-\dfrac{7\pi}{2}$ 对于 $k\in Z$ 是单调递增的，

而 $k=3$ 或 4 时，$|\varphi|=\dfrac{\pi}{2}$，所以 $|\varphi|$ 的最小值为 $\dfrac{\pi}{2}$.

15.【答案】$e=\sqrt{3}$

【解析】由正弦定理得 $\dfrac{|PF_1|}{\sin\angle PF_2F_1}=\dfrac{|PF_2|}{\sin\angle PF_1F_2}$，所以 $\dfrac{|PF_1|}{|PF_2|}=\dfrac{\sin\angle PF_2F}{\sin\angle PF_1F_2}=2$

即 $|PF_1|=2|PF_2|$，由双曲线的定义可得 $|PF_1|-|PF_2|=|PF_2|=2a$，

所以 $|PF_2|=2a, |PF_1|=4a$；

因为 $\angle F_1PF_2=60°$，由余弦定理可得 $4c^2=16a^2+4a^2-2\times4a\cdot2a\cdot\cos60°$，

整理可得 $4c^2=12a^2$，所以 $e^2=\dfrac{c^2}{a^2}=3$，即 $e=\sqrt{3}$.

16. 【答案】$\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

【解析】取 BB_1 的中点 G，A_1B_1 的中点 H，连结 $GH, C_1G, C_1H, A_1B, EG, HF$. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2. E,F,G,H 为中点，所以 $EF//A_1B, GH//A_1B$，

所以 $EF//GH$ 且 $EF=GH=\sqrt{2}$.

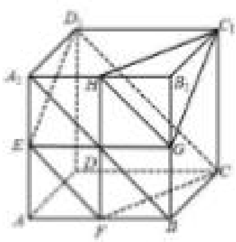
因为 F,H 为分别为 AB, A_1B_1 的中点，

所以 $FH//CC_1$，且 $FH=CC_1$，所以四边形 FHC_1C 为平行四边形，

所以 $HC_1//CF$.

因为 $HC_1\not\subset$ 面 CD_1EF，$CF\subset$ 面 CD_1EF，

所以 $HC_1//$ 面 CD_1EF.



故所求概率为 $P=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$. ………………………………12 分

18.【答案】(1) $B=\frac{\pi}{3}$ (2) $(5,6]$

【解析】(1) 由 $(b-c)(\sin B+\sin C)=(\sin A-\sin C)a$

根据正弦定理可得 $(b-c)(b+c)=(a-c)a$, ………………………………1 分

所以, $a^2+c^2-b^2=ac$, ………………………………2 分

由余弦定理可得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$, ………………………………3 分

$\because B\in(0,\pi)$, ………………………………4 分

因此 $B=\frac{\pi}{3}$. ………………………………5 分

(2)由余弦定理,得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$, $\therefore 3=a^2+c^2-ac$, ………………………………6 分

即 $a^2+c^2=3+ac$

由正弦定理,得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2$, ………………………………7 分

即 $a=2\sin A, c=2\sin C$,又 $C=\frac{2\pi}{3}-A$,所以

$ac=4\sin A\sin C=4\sin A\sin\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)=2\sqrt{3}\sin A\cos A+2\sin^2 A$

$=\sqrt{3}\sin 2A-\cos 2A+1=2\sin\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)+1$. ………………………………9 分

由 $\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2}\\ 0<\frac{2\pi}{3}-A<\frac{\pi}{2}\end{cases}$,解得 $\frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$, ………………………………10 分

所以 $\frac{\pi}{6}<2A-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$,所以 $\sin\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)\in\left(\frac{1}{2},1\right]$, ………………………………11 分

所以 $ac\in(2,3]$,所以 $a^2+c^2=3+ac\in(5,6]$. ………………………………12 分

19. 【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【解析】(1)证明: 在图 1 中, $\because AB=6, AE=2EB$, $\therefore AE=4, BE=2$,

$\because AB//DC, \angle ABC=90^\circ, BC=DC=2$, $\therefore$ 四边形 DEBC 是正方形, $\therefore DE\perp AB$ ………1 分

在图 2 中, $\because$ 平面 $AED\perp$ 平面 DEBC,平面 $AED\cap$ 平面 $DEBC=ED$, $AE\perp ED$,

$\therefore AE\perp$ 面 DEBC. $\therefore AE\perp BC$, ………………………………3 分

又 $\because BC\perp BE, BE\cap AE=E$, $\therefore BC\perp$ 平面 AEB

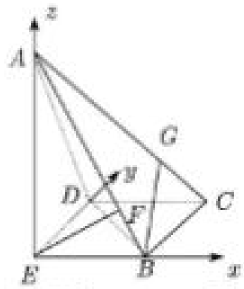
$\therefore BC\perp EF$, ………………………………4 分

又 $EF\perp AB$,且 $AB\cap BC=B$ $\therefore EF\perp$ 平面 AEB ,

$\therefore AC\perp EF$ ………………………………6 分

（2）解法 1：

由（1）可知直线 EA、EB、ED 两两垂直，以 E 为原点，分别以 EB、ED、EA 所在直线为 x 轴、y 轴、z 轴，建立空间直角坐标系 $E-xyz$，则



$B(2,0,0),C(2,2,0),D(0,2,0),A(0,0,4)$. $\therefore \overrightarrow{DA}=(0,-2,4),\overrightarrow{CA}=(-2,-2,4),\overrightarrow{DC}=(2,0,0)$,

$\therefore \overrightarrow{CG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}=\left(-\frac{2}{3},-\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$，$\therefore \overrightarrow{BG}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}=\left(-\frac{2}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ ……………………………… 8 分

设 $\vec{n}=(x,y,z)$ 是平面 ADC 的一个法向量

由 $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{DC}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{DA}\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DA}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2x=0\\ -2y+4z=0\end{cases}$

$\therefore \begin{cases}x=0\\ y=2z\end{cases}$，取 $z=1$ 得 $\vec{n}=(0,2,1)$ ……………………………………………… 10 分

设直线 BG 与平面 ADC 所成角为 θ，则 $\sin\theta=\frac{|\overrightarrow{BG}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{BG}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{\left|2\times\frac{4}{3}+1\times\frac{4}{3}\right|}{\sqrt{\frac{4}{9}+\frac{16}{9}+\frac{16}{9}}\cdot\sqrt{4+1}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

……………………………………………………………………………………………… 12 分

(2)解法 2：由(1)可知 $BC\perp$ 平面 AEB．$\therefore BC\perp AB$

$\because$ 在 $Rt\Delta AEB$ 中 $AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=2\sqrt{5}$．$\therefore$ 在 $Rt\Delta ABC$ 中，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2\sqrt{6}$．

$\therefore \cos\angle ACB=\frac{BC}{AC}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，又 $CG=\frac{1}{3}AC=\frac{2}{3}\sqrt{6}$．

$\therefore$ 在 ΔBCG 中，$BG=\sqrt{BC^2+CG^2-2BC\cdot CG\cdot\cos\angle BCG}=2$．

由 $CD\perp DE,CD\perp AE$，$DE\cap AE=E$，得 $CD\perp$ 平面 AED，$\therefore CD\perp AD$．

在 $Rt\Delta AED$ 中，$AD=\sqrt{AE^2+ED^2}=2\sqrt{5}$ ……………………………………………… 8 分

连接 BD，设 B 到平面 ADC 的距离为 h，由 $V_{A-BCD}=V_{B-ADC}$ 得 $\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}\cdot AE=\frac{1}{3}S_{\Delta ADC}\cdot h$

$\therefore h=\frac{S_{\Delta BCD}\cdot AE}{S_{\Delta ADC}}=\frac{\frac{1}{2}\times2\times2\times4}{\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ……………………………………………… 10 分

设直线 BG 与平面 ADC 所成角为 θ，则 $\sin\theta=\frac{h}{BG}=\frac{\frac{4}{5}\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$．……………………… 12 分

20. 【答案】（1）见解析（2）

【解析】(1)∵$f'(x)=2x-\frac{a}{x}=\frac{2x^2-a}{x}(x>0)$ ……………………………… 2 分

①当 $a\le 0$ 时，$f'(x)>0$，此时函数在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；…………………… 3 分

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=\frac{2x^2-a}{x}=0$，得 $x=\pm\sqrt{\frac{a}{2}}$，……………………………… 4 分

当 $x\in\left(0,\sqrt{\frac{a}{2}}\right)$ 时，$f'(x)<0$，此时函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\sqrt{\frac{a}{2}}\right)$ 上单调递减；

当 $x\in\left(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty\right)$ 时，$f'(x)>0$，此时函数 $f(x)$ 在 $\left(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty\right)$ 上单调递增. ………… 6 分

(2)由题意知：$a=\frac{x^2}{\ln x}$ 在区间 $(1,e]$ 上有两个不同实数解，

即直线 $y=a$ 与函数 $g(x)=\frac{x^2}{\ln x}$ 的图象在区间 $(1,e]$ 上有两个不同的交点，………… 7 分

因为 $g'(x)=\frac{x(2\ln x-1)}{(\ln x)^2}$，令 $g'(x)=0$，得 $x=\sqrt{e}$，……………………………… 8 分

所以当 $x\in(0,\sqrt{e})$ 时，$g'(x)<0$，函数在 $(1,\sqrt{e})$ 上单调递减；

当 $x\in(\sqrt{e},e]$ 时，$g'(x)>0$，函数在 $(\sqrt{e},e]$ 上单调递增；…………………… 10 分

则 $g(x)_{\min}=g(\sqrt{e})=2e$，而 $g\left(e^{\frac{1}{9}}\right)=\frac{e^{\frac{2}{9}}}{\ln e^{\frac{1}{9}}}=9e^{\frac{2}{9}}>9$，且 $g(e)=e^2<9$. ………… 11 分

所以要使直线 $y=a$ 与函数 $g(x)=\frac{x^2}{\ln x}$ 的图象在区间 $(1,e]$ 上有两个不同的交点，则 $2e<a\le e^2$，

所以 a 的取值范围为 $\left(2e,e^2\right]$. ……………………………… 12 分

21. 【答案】(1) $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

(2) 直线 BC 存在，且直线 BC 的方程为 $-2x+\frac{8\sqrt{7}-14}{3}y+\frac{40\sqrt{7}-70}{9}=0$.

【解析】

解：(1) 由题意可知椭圆的右焦点为 $F_2(\sqrt{3},0)$，因为点 $P(\sqrt{3},\frac{1}{2})$ 在椭圆 C 上，所以

$|PF_1|+|PF_2|=2a$

$2a=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(\frac{1}{2})^2}+\frac{1}{2}=4$，$a=2$，…………2 分

$c=\sqrt{3}$，所以 $b=1$，…………3 分

椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$．…………4 分

（2）由（1）可知椭圆的上顶点为 $A(0,1)$

假设这样的 B,C 存在，且设 $B(x_1,y_1),C(x_2,y_2)$，则直线 AB 的斜率为 $k=\frac{y_1-1}{x_1}$

直线 AB 的方程为 $(y_1-1)x-x_1y+x_1=0$．…………5 分

因为直线 AB 与圆 M 相切，则 $d=r$，所以 $\frac{|x_1+y_1-1|}{\sqrt{x_1^2+(y_1-1)^2}}=r$，…………6 分

两边平方化简得 $(x_1+y_1-1)^2=r^2\left[x_1^2+(y_1-1)^2\right]$，

整理得 $(1-r^2)x_1^2+(1-r^2)(y_1-1)^2+2x_1(y_1-1)=0$．

因为 $x_1^2=4(1-y_1^2)$，消去 x_1^2 得 $(1-r^2)\cdot4(1-y_1^2)+(1-r^2)(y_1-1)^2+2x_1(y_1-1)=0$．

因为 $y_1\neq1$，两边同时除以 $1-y_1$，得 $(1-r^2)\cdot4(1+y_1)+(1-r^2)(1-y_1)-2x_1=0$，

整理得 $-2x_1+3(1-r^2)y_1+5(1-r^2)=0$，…………7 分

即点 B 在直线 $-2x+3(1-r^2)y+5(1-r^2)=0$ 上．

同理，点 C 也在直线 $-2x+3(1-r^2)y+5(1-r^2)=0$ 上，…………8 分

因此直线 BC 的方程为 $-2x+3(1-r^2)y+5(1-r^2)=0$．…………9 分

若直线 BC 与圆 M 相切，则 $\frac{|3-5r^2|}{\sqrt{9(1-r^2)^2+4}}=r$，…………10 分

解得 $r=\frac{\sqrt{13}+2}{3}$（舍去）或 $r=\frac{\sqrt{13}-2}{3}$．…………11 分

因此直线 BC 存在，且直线 BC 的方程为 $-2x+\frac{4\sqrt{13}-8}{3}y+\frac{20\sqrt{13}-40}{9}=0$．……12 分

22.【答案】(1) $\begin{cases} x=2\cos\alpha, \\ y=-2+2\sin\alpha. \end{cases}$ $\alpha\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ 为参数 (2) $D(2,\frac{7\pi}{6})$

【详解】(1) $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta, x^2+y^2=\rho^2$，………………1 分

由 $\rho+4\sin\theta=0$，$\theta\in\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$，得 $x^2+y^2+4y=0, x\in[-2,0]$ ，………………3 分

所以 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\alpha, \\ y=-2+2\sin\alpha. \end{cases}$ $\alpha\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ 为参数………………5 分

(2) 由 (1) 所得 C 的参数方程，可设点 $D(2\cos\alpha,-2+2\sin\alpha)$………………6 分

$\frac{-2+2\sin\alpha+2}{2\cos\alpha-0}=-\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3},\because\alpha\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]\therefore\alpha=\frac{5\pi}{6},D(-\sqrt{3},-1)$

………………8 分

$\rho=\sqrt{\sqrt{3}^2+(-1)^2}=2$，$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\theta=\frac{7\pi}{6}$………………9 分

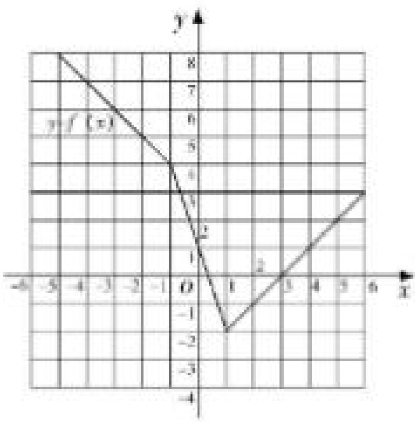
点 D 的极坐标为 $D(2,\frac{7\pi}{6})$………………10 分

23.【答案】(1)见解析(2)$[2,+\infty)$.

【解析】(1) 由题得，

$f(x)=2|x-1|-|x+1|=\begin{cases} -x+3, x<-1, \\ -3x+1, -1\le x\le 1, \\ x-3, x>1, \end{cases}$………………3 分

画出 $f(x)$ 的图象如图所示：



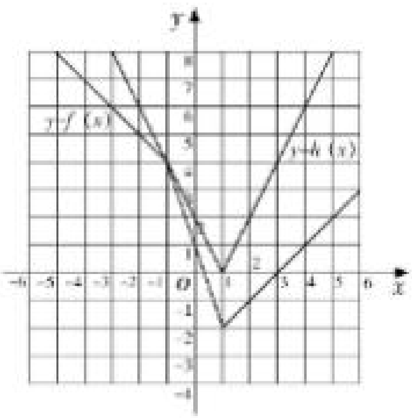
…………………………………………………………………………5分

(2) 令 $h(x)=a\cdot g(x)=a|x-1|=\begin{cases}-ax+a, x\leq 1,\\ ax-a, x>1,\end{cases}$

当 $x=-1$ 时，$f(-1)=4$，$g(-1)=2$，

要使 $h(-1)\geq f(-1)>0$，即 $a\cdot g(-1)\geq f(-1)>0$，则需 $a>0$ ……………………7分

画出 $h(x)$ 的图象，



由图象知，要 $f(x)\leq ag(x)$ 恒成立，

则 $h(-1)=2a\geq 4$，

所以 $a\geq 2$，

所以实数 a 的取值范围为 $[2,+\infty)$. ……………………………………10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。