# 2022－2023学年高三年级TOP二十名校调研模拟卷

# 高三理科数学试卷

注意事项：

1. 本试卷共4页，考试时间120分钟，卷面总分150分。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡相应的位置上。
3. 全部答案写在答题卡上，答在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一

合题目要求的。

1. 已知集合 $M=\{x|x^2+x-6<0\}$，集合 $N=\left\{x\left|\frac{x+4}{1-x}>0\right.\right\}$，则 $M\cup N=$

A. $\{x|-3<x<1\}$　B. $\{x|-4<x<1\}$　C. $\{x|-4<x<2\}$　D. $\{x|-3<x$

2. 关于复数 $z=\frac{1+i}{1-i}$ 的下列命题中

$p_1:z\cdot\bar{z}=-1$，$p_2:|z|=1$，$p_3:\bar{z}=-i$，$p_4:z^2=1$，其中真命题为

A. $p_1,p_3$　B. $p_2,p_3$　C. $p_2,p_4$　D. $p_3,p_4$

3. 某海湾拥有世界上最大的海潮，其高低水位之差可达到15米. 假设在该海湾某一固

水深 $d$(单位:m)与午夜后的时间 $t$(单位:h)之间的关系为 $d(t)=10+4\cos\frac{\pi}{3}t$

0时刻该固定点的水位变化的速度为

A. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$　B. $\frac{6}{\pi}$　C. $-\frac{6}{\pi}$　D. $-\frac{6\sqrt{3}}{\pi}$

4. 已知一组样本数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，根据这组数据的散点图分析 $x$ 与

线性相关关系，若求得其线性回归方程为 $y=-30.4+13.5x$，则在样本点 $(9,53)$ 处

A. 38.1　B. −38.1　C. 22.6　D. 91.1

5. 已知 $m$、$n$ 是异面直线，$m\perp$ 平面 $\alpha$，$n\perp$ 平面 $\beta$，若直线 $l$ 满足 $l\perp m$，$l\perp n$，$l\not\subset\alpha$，$l\not\subset\beta$，

A. $\alpha/\!/\beta$，$l/\!/\alpha$　B. $\alpha$ 与 $\beta$ 相交，且交线垂直于 $l$

C. $\alpha\perp\beta$，$l\perp\beta$　D. $\alpha$ 与 $\beta$ 相交，且交线平行于 $l$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2}(a_n\text{是偶数}),\\ a_n+2(a_n\text{是奇数}),\end{cases}$ $S_n$ 是数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和，若已知 $a_1$

$S_{20}$ 的值为

A. 322　B. 295

C. 293　D. 270

7. 在△$ABC$ 中，$D$ 是 $AB$ 边上的点，满足 $AD=2DB$，$E$ 在线段 $CD$ 上(不含端点)，且 $\vec{A}$

8. 已知圆 $O$ 的直径 $AB=4$,若平面内一个动点 $M$ 与点 $A$ 的距离是它与点 $B$ 距离的 $\sqrt{2}$ 倍,则 $\triangle MAB$ 的面积的最大值为 来源：高三答案公众号

A. 64　　B. 12　　C. $6\sqrt{2}$　　D. $8\sqrt{2}$

9. 已知 $a=\ln\pi$, $b=\log_3\pi$, $c=\sqrt{\pi}\ln 2$,则 $a,b,c$ 的大小关系是

A. $b<a<c$　　B. $a<b<c$　　C. $c<b<a$　　D. $b<c<a$

10. $F$ 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点,$O$ 是坐标原点,直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 与双曲线 $C$ 的左、右两支分别交于 $P,Q$ 两点,且 $|FO|=|PF|$,则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{3}+1$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $\frac{\sqrt{7}+1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$

11. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{6}x-\cos\frac{\pi}{6}x$,当 $x_1\in(-14,-11)$, $x_2\in(1,4)$ 时 $f(x_1)+f(x_2)=0$,则 $x_1+x_2$ 的值为

A. $-2\pi$　　B. $-3\pi$　　C. $-12$　　D. $-10$

12. 已知平面四边形 $ABCD$ 中,$AB=BC=CD=AC=3$, $AC\perp CD$,将 $\triangle ABC$ 沿对角线 $AC$ 折起,使得二面角 $B-AC-D$ 的大小为 $150°$,则三棱锥 $B-ACD$ 的外接球的表面积为

A. $62\pi$　　B. $(25+4\sqrt{3})\pi$　　C. $93\pi$　　D. $(25+2\sqrt{3})\pi$

填空题：本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 在 $(1+2x)^4(1-x)^5$ 的展开式中,按 $x$ 的升幂排列的第三项为________.

14. 单位圆 $O$ 与 $x$ 轴正半轴交于点 $M$,$A$,$B$ 为单位圆上两点,$|AB|=1$,$\angle MOB=\alpha$,$A\left(\frac{5}{13},\frac{12}{13}\right)$,点 $B$ 位于第二象限,则 $\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}-\sqrt{3}\cos^2\frac{\alpha}{2}=$ ________.

15. 已知抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 $F$,准线为 $l$,过焦点 $F$ 的直线交抛物线于 $A,B$ 两点,过 $A,B$ 分别向 $l$ 引垂线,垂足分别为 $A_1,B_1$,若 $\frac{S_{\triangle AA_1F}}{S_{\triangle B_1BF}}=16$,那么 $\triangle A_1FB_1$ 内切圆的半径为________.

16. 已知函数 $f(x)=(2x-3)e^x-(ax+1)e^x+2ae^x(a>0,a\in\mathbf{R})$,若存在唯一的整数 $x_0$,使得 $f(x_0)>0$,则实数 $a$ 的取值范围是________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题：共60分。

17. (本小题满分12分)

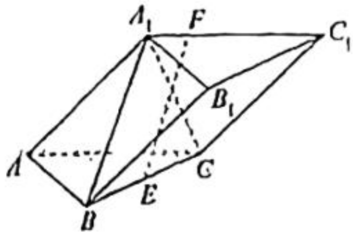
$\triangle ABC$ 的内角 $A,B,C$ 的对边分别为 $a,b,c$,已知 $5b\sin A=3a\tan B$, $D$ 是 $AC$ 边上一点,$AD=2DC$, $BD=2$.

(1)求 $\cos B$;

(2)求 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的最大值.

18.（本小题满分 12 分）

已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AC=2$，$A_1A=A_1B=A_1C=2$，$\angle BAC=90°$，$E$ 是 $BC$ 的中点，$F$ 是线段 $A_1C_1$ 上一点.




（1）求证：$AB\perp EF$；

（2）设 $P$ 是棱 $AA_1$ 上的动点（不包括边界），当 $\triangle PBC$ 的面积最小时，求直线 $PC_1$ 与平面 $AA_1B_1B$ 所成角的正弦值.

19.（本小题满分 12 分）

某水果店的草莓每盒进价 20 元，售价 30 元，草莓保鲜度为两天，若两天之内未售出，以每盒 10 元的价格全部处理完．店长为了决策每两天的进货量，统计了本店过去 40 天草莓的日销售量（单位：十盒），获得如下数据：

| 日销售量/十盒 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 天数 | 8 | 12 | 16 | 4 |

假设草莓每日销量相互独立，且销售量的分布规律保持不变，将频率视为概率.

（1）记每两天中销售草莓的总盒数为 $X$（单位：十盒），求 $X$ 的分布列和数学期望；

（2）以两天内销售草莓获得利润较大为决策依据，在每两天进 16 十盒，17 十盒两种方案中应选择哪种？

20.（本小题满分 12 分）

圆 $(x+\sqrt{3})^2+y^2=16$，圆心为 $A$，点 $B(\sqrt{3},0)$，作圆上任意一点 $M$ 与 $B$ 点连线的中垂线，交 $AM$ 于 $N$.

（1）求 $N$ 的轨迹 $C$ 的方程；

（2）设 $P$ 为曲线 $C$ 上任意一点，直线 $PA$，$PB$ 分别交曲线 $C$ 于 $Q$，$R$ 两点，$\overrightarrow{PA}=\lambda\overrightarrow{AQ}$，$\overrightarrow{PB}=\mu\overrightarrow{BR}$，求 $\lambda+\mu$ 的值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-x^3-ax, a\in\mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数，求 $a$ 的取值范围；

(2) 若 $f(x)\geqslant -x^2+3x+b$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 内恒成立，$b\in\mathbf{R}$，求 $2a+b$ 的最大值.

（二）选考题：共 10 分。请考生从 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22.【选修 4－4：坐标系与参数方程】（10 分）

在平面直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=4+4\cos\alpha,\\ y=4\sin\alpha,\end{cases}$ $P$ 为 $C_1$ 上的动点，点 $Q$ 满足 $\overrightarrow{OQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OP}$，设点 $Q$ 的轨迹为曲线 $C_2$，以 $O$ 为极点，$x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 写出曲线 $C_2$ 的极坐标方程；

(2) 直线 $\theta=\alpha(\rho\in\mathbf{R}, 0\leqslant\alpha<\pi)$，与曲线 $C_2$ 交于点 $A$（不同于原点），与曲线 $C:\rho=-2\sqrt{3}\sin\theta$ 交于点 $B$（不同于原点），求 $|AB|$ 的最大值.

23.【选修 4－5：不等式选讲】（10 分）

已知 $a,b,c$ 均为正数，若 $a+b+c=1$，求证：

(1) $\frac{\sqrt{a+1}}{2}+\frac{\sqrt{b+1}}{2}+\frac{\sqrt{c+1}}{2}\leqslant 3$；

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。