

2022—2023 学年海南省高考全真模拟卷(八)

数学·答案

1. A      2. C      3. D      4. B  
5. D      6. B      7. D      8. C  
9. CD     10. BD     11. CD     12. ABD

13.  $-\frac{\sqrt{15}}{5}$                       14. 252

15.  $\frac{8\sqrt{10}}{5}$                       16. 1

17. 解:( I )  $\because a_n = 2a_{n-1} - 2n + 4$ ,  
 $\therefore a_n - 2n = 2a_{n-1} - 4n + 4 = 2[a_{n-1} - 2(n-1)]$ ,  
 $a_1 - 2 = 2$ , ..... (2分)  
 $\therefore \{a_n - 2n\}$  是首项为 2, 公比为 2 的等比数列,  
..... (3分)  
 $\therefore a_n - 2n = 2^n, \therefore a_n = 2^n + 2n$ . ..... (5分)  
( II )  $\because (-1)^n a_n = (-2)^n + 2(-1)^n n$ ,  
 $\therefore S_n = (-2)^1 + (-2)^2 + \dots + (-2)^n +$   
 $2[-1 + 2 - 3 + 4 - \dots + (-1)^n n]$ ,  
..... (6分)

当  $n$  为偶数时,  $S_n = \frac{(-2)[1 - (-2)^n]}{1 - (-2)} +$   
 $2[(-1+2) + (-3+4) + \dots + (-n+1+n)] =$   
 $\frac{2^{n+1} - 2}{3} + 2 \times \frac{n}{2} = \frac{2^{n+1}}{3} + n - \frac{2}{3}$ . ..... (8分)

当  $n$  为奇数时,  
 $S_n = \frac{(-2)[1 - (-2)^n]}{1 - (-2)} + 2[(-1+2) + (-3 +$   
 $4) + \dots + (-n+2+n-1) - n] = \frac{-2 - 2^{n+1}}{3} +$

$$n - 1 - 2n = -\frac{2^{n+1}}{3} - n - \frac{5}{3}.$$

$$\text{综上, } S_n = \begin{cases} \frac{2^{n+1}}{3} + n - \frac{2}{3}, & n \text{ 为偶数,} \\ -\frac{2^{n+1}}{3} - n - \frac{5}{3}, & n \text{ 为奇数.} \end{cases}$$

..... (10分)

18. 解:( I ) 若选择条件①:

依题意,  $\frac{\sin A}{\tan C} + \cos A = \frac{1}{2}$ , 则  $\frac{\sin A \cos C}{\sin C} +$

$$\cos A = \frac{1}{2}, \dots\dots (1分)$$

$$\text{故 } \sin A \cos C + \cos A \sin C = \frac{1}{2} \sin C,$$

$$\text{即 } \sin(A+C) = \sin B = \frac{1}{2} \sin C,$$

由正弦定理, 得  $\frac{AB}{AC} = \frac{\sin C}{\sin B} = 2$ . ..... (3分)

$$\text{在 } \triangle ABM \text{ 中, 有 } \frac{BM}{\sin \angle BAM} = \frac{AB}{\sin \angle AMB}, \textcircled{1}$$

$$\text{在 } \triangle ACM \text{ 中, 有 } \frac{CM}{\sin \angle CAM} = \frac{AC}{\sin \angle AMC}, \textcircled{2}$$

因为  $\angle AMB + \angle AMC = \pi$ , 所以  $\sin \angle AMB =$   
 $\sin \angle AMC$ , 又  $\angle BAM = \angle CAM$ ,

$$\text{所以 } \frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \text{ 得 } \frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = 2. \dots\dots (5分)$$

若选择条件②:

因为  $4\cos 2B - \cos 2C = 3$ ,

$$\text{所以 } 4(1 - 2\sin^2 B) = 3 + 1 - 2\sin^2 C,$$

即  $4\sin^2 B = \sin^2 C$ , 由正弦定理, 得  $4AC^2 = AB^2$ ,

故  $\frac{AB}{AC} = 2$ . ..... (3分)

在  $\triangle ABM$  中, 有  $\frac{BM}{\sin \angle BAM} = \frac{AB}{\sin \angle AMB}$ , ①

在  $\triangle ACM$  中, 有  $\frac{CM}{\sin \angle CAM} = \frac{AC}{\sin \angle AMC}$ , ②

因为  $\angle AMB + \angle AMC = \pi$ , 所以  $\sin \angle AMB = \sin \angle AMC$ , 又  $\angle BAM = \angle CAM$ ,

所以  $\frac{①}{②}$  得  $\frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = 2$ . ..... (5分)

(II) 由(I)可知  $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $CM = 1$ ,  
..... (6分)

在  $\triangle ABM$  中,  $\cos \angle BAM = \frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{2AB \cdot AM} =$

$$\frac{8 + AM^2 - 4}{2 \times 2\sqrt{2} \times AM} = \frac{4 + AM^2}{4\sqrt{2}AM}, \dots\dots\dots (8分)$$

在  $\triangle ACM$  中,  $\cos \angle CAM = \frac{AC^2 + AM^2 - CM^2}{2AC \cdot AM} =$

$$\frac{2 + AM^2 - 1}{2 \times \sqrt{2} \times AM} = \frac{1 + AM^2}{2\sqrt{2}AM}, \dots\dots\dots (10分)$$

因为  $\angle BAM = \angle CAM$ , 所以  $\cos \angle BAM = \cos \angle CAM$ ,

$$\text{所以 } \frac{4 + AM^2}{4\sqrt{2}AM} = \frac{1 + AM^2}{2\sqrt{2}AM},$$

所以  $AM = \sqrt{2}$ . ..... (12分)

19. 解:(I) 由表格数据,

$$\text{得 } \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4,$$

$$\bar{y} = \frac{2.7+3.1+3.9+4.6+5.1+5.7+6.4}{7} = 4.5,$$

则  $\hat{b} =$

$$\frac{3 \times 1.8 + 2 \times 1.4 + 1 \times 0.6 + 0 \times 0.1 + 1 \times 0.6 + 2 \times 1.2 + 3 \times 1.9}{3^2 + 2^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{17.5}{28} = 0.625,$$

所以  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 4.5 - 0.625 \times 4 = 2$ ,

所以  $y$  关于  $x$  的经验回归方程为  $\hat{y} = 0.625x + 2$ . ..... (4分)

(II) 将  $x = 9$  代入(I)中所求方程, 得  $\hat{y} = 0.625 \times 9 + 2 = 7.625$ ,

即该养殖户在第9个季度的销售额约为7.625万元. .... (8分)

(III) 由题意知,

$$\hat{W} = -\frac{4}{15}x\hat{y} + \frac{43}{20}x = -\frac{4}{15}x\left(\frac{5}{8}x + 2\right) + \frac{43}{20}x = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{97}{60}x = -\frac{1}{6}\left(x - \frac{97}{20}\right)^2 + \frac{1}{6} \times \left(\frac{97}{20}\right)^2.$$

因为  $x \in \mathbf{N}^*$ , 则由二次函数的对称性知, 该养殖户在第5季度所获利润最大.

..... (12分)

20. 解:(I) 因为底面  $ABCD$  是正方形,

所以  $CD \parallel AB$ .

又因为  $AB \subset$  平面  $ABFE$ ,  $CD \not\subset$  平面  $ABFE$ , 所以  $CD \parallel$  平面  $ABFE$ . ..... (2分)

因为  $CD \subset$  平面  $CDEF$ , 平面  $CDEF \cap$  平面  $ABFE = EF$ , 所以  $CD \parallel EF$ .

因为底面  $ABCD$  是正方形, 所以  $CD \perp AD$ .

又因为  $CD \perp AE$ ,  $AD \cap AE = A$ , 所以  $CD \perp$  平面  $ADE$ . ..... (5分)

又因为  $ED \subset$  平面  $ADE$ , 所以  $CD \perp ED$ , 所以  $EF \perp ED$ . ..... (6分)

(II) 由(I)可知  $CD \perp AD$ ,  $CD \perp DE$ , 又因为

$\angle EDA = 90^\circ$ , 故  $AD \perp DE$ , 以点  $D$  为坐标原点,  $DA, DC, DE$  所在直线分别为  $x, y, z$  轴, 建立如图所示的空间直角坐标系. …… (7分)

不妨设  $AB = 2$ , 由题意知  $\angle EDF = \angle CDF = \angle DCF = 45^\circ$ , 所以  $\triangle DCF$  为等腰直角三角形,

由  $DC = 2$  知  $DF = \sqrt{2}, DE = 1$ , 则  $D(0, 0, 0)$ ,

$G(0, 0, \frac{1}{2}), A(2, 0, 0), B(2, 2, 0), F(0, 1, 1)$ .

易知  $\vec{DF} = (0, 1, 1), \vec{AG} = (-2, 0, \frac{1}{2}), \vec{AB} = (0, 2, 0)$ . …… (8分)

设平面  $BAG$  的法向量为  $\mathbf{n} = (x, y, z)$ .

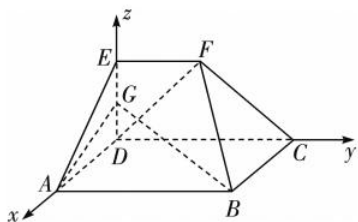
$$\text{由} \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \vec{AG} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \vec{AB} = 0, \end{cases} \text{得} \begin{cases} -2x + \frac{z}{2} = 0, \\ 2y = 0, \end{cases}$$

令  $x = 1$ , 得  $z = 4$ , 所以  $\mathbf{n} = (1, 0, 4)$ ,

…………… (10分)

故直线  $DF$  与平面  $BAG$  所成角  $\theta$  的正弦值

$$\sin \theta = \frac{|\vec{DF} \cdot \mathbf{n}|}{|\vec{DF}| \cdot |\mathbf{n}|} = \frac{4}{\sqrt{2} \times \sqrt{17}} = \frac{2\sqrt{34}}{17}.$$



…………… (12分)

21. 解: (I) 依题意得  $\begin{cases} \frac{1}{a^2} + \frac{2}{3b^2} = 1, \\ \frac{2}{a^2} + \frac{1}{3b^2} = 1, \end{cases}$  …… (1分)

解得  $\begin{cases} a^2 = 3, \\ b^2 = 1, \end{cases}$  …… (3分)

故椭圆  $C$  的标准方程为  $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ .

…………… (4分)

(II) 设直线  $l$  的方程为  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + m$ ,

…………… (5分)

代入  $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ , 整理得  $\frac{5}{6}x^2 - \sqrt{2}mx + m^2 - 1 = 0$ .

…………… (6分)

由  $\Delta = (-\sqrt{2}m)^2 - 4 \times \frac{5}{6}(m^2 - 1) > 0$ , 得

$m^2 < \frac{5}{2}$ . …… (7分)

设  $A(x_1, -\frac{\sqrt{2}}{2}x_1 + m), B(x_2, -\frac{\sqrt{2}}{2}x_2 + m)$ ,

$$\text{则 } x_1 + x_2 = \frac{6\sqrt{2}m}{5}, x_1x_2 = \frac{6(m^2 - 1)}{5}.$$

…………… (8分)

而  $\vec{AD} = \vec{DB}, |\vec{OD}| = |\vec{AD}|$ , 故  $OA \perp OB$ , 即  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ,

$$\text{即 } x_1x_2 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}x_1 + m\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}x_2 + m\right) = 0,$$

$$\text{整理得 } \frac{3}{2}x_1x_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}m(x_1 + x_2) + m^2 = 0,$$

$$\text{所以 } \frac{3}{2} \times \frac{6(m^2 - 1)}{5} - \frac{\sqrt{2}}{2}m \times \frac{6\sqrt{2}m}{5} + m^2 = 0,$$

$$\text{得 } m^2 = \frac{9}{8},$$

因为  $\frac{9}{8} < \frac{5}{2}$ , 所以  $m = \pm \frac{3\sqrt{2}}{4}$ , …… (11分)

故直线  $l$  的方程为  $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{3\sqrt{2}}{4}$  或  $y =$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{4}. \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

22. 解: (I) 由题意知  $f'(x) = \frac{1-2\ln x}{x^3}$ ,

令  $f'(x) > 0$ , 得  $\frac{1}{e} < x < \sqrt{e}$ ,

令  $f'(x) < 0$ , 得  $\sqrt{e} < x < e$ ,

所以  $f(x)$  在  $(\frac{1}{e}, \sqrt{e})$  上单调递增, 在  $(\sqrt{e}, e)$

上单调递减.

$$\text{因为 } f\left(\frac{1}{e}\right) = -e^2, f(\sqrt{e}) = \frac{1}{2e}, f(e) = \frac{1}{e^2},$$

所以  $f(x)$  在  $[\frac{1}{e}, e]$  上的最大值为  $\frac{1}{2e}$ , 最小值

为  $-e^2$ .  $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

(II)  $4f(x) \leq \frac{2a+2}{x} - \frac{1}{2}a$  恒成立,

即  $(2a+2)x - 4\ln x - \frac{1}{2}ax^2 \geq 0$  恒成立,

$$\text{设 } g(x) = (2a+2)x - 4\ln x - \frac{1}{2}ax^2,$$

$$\text{则 } g'(x) = 2a + 2 - \frac{4}{x} - ax =$$

$$-\frac{(ax-2)(x-2)}{x}, x > 0. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

① 当  $a > 0$  时, 取  $x = \frac{4}{a} + 4 > 4$ ,

$$\text{则 } g\left(\frac{4}{a} + 4\right)$$

$$= \left(\frac{4}{a} + 4\right) \left(2a + 2 - \frac{4\ln\left(\frac{4}{a} + 4\right)}{\frac{4}{a} + 4} - 2a - 2\right)$$

$$= \left(\frac{4}{a} + 4\right) \cdot \left(-\frac{\ln\left(\frac{4}{a} + 4\right)}{\frac{1}{a} + 1}\right) < 0,$$

所以当  $a > 0$  时,  $g(x) \geq 0$  不恒成立.

$\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

② 当  $a \leq 0$  时,  $g(x)$  在  $(0, 2)$  上单调递减, 在  $(2, +\infty)$  上单调递增,

所以要使  $g(x) \geq 0$ , 只需  $g(2) \geq 0$ ,

$$\text{即 } 2(2a+2) - 4\ln 2 - 2a \geq 0, \text{ 解得 } a \geq 2\ln 2 - 2,$$

所以  $2\ln 2 - 2 \leq a \leq 0$ .

综上, 实数  $a$  的取值范围是  $[2\ln 2 - 2, 0]$ .

$\dots\dots\dots (12 \text{ 分})$

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw