2020学年第二学期高三第二次教学质量调测

参考公式：

球的表面积公式$S=4\pi R^2$；　　球的体积公式$V=\frac{4}{3}\pi R^3$，其中R表示球的半径.

第Ⅰ卷（选择题 共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合$A=\{x|\log_2 x<1\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，则$A\cap B=$

A．$\{1\}$　　B．$\{-1,0\}$　　C．$\{-1,0,1\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

2．若实数x,y满足约束条件$\begin{cases}x\le 1\\ x+y\ge 0\\ x-y+2\ge 0\end{cases}$，则$z=2x+y$的最小值为

A．5　　B．1　　C．0　　D．-1

3．设i为虚数单位，则$\frac{(1+i)^3}{2}=$

A．$1+i$　　B．$1-i$　　C．$-1+i$　　D．$-1-i$

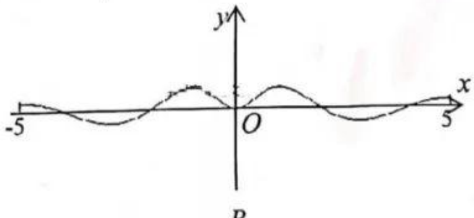
4．“$r=3$”是“圆$x^2+y^2=1$与圆$(x-4)^2+y^2=r^2$”相切的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

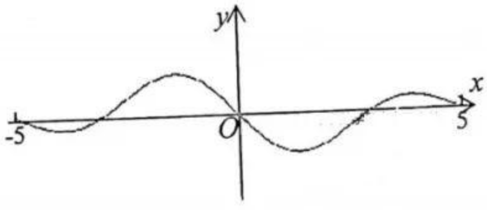
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．函数$f(x)=\frac{2x}{x^2+1}\sin(\frac{\pi x}{2})$的图象大致为

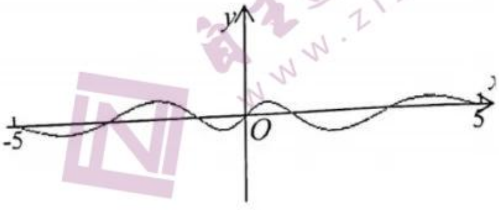
A



B

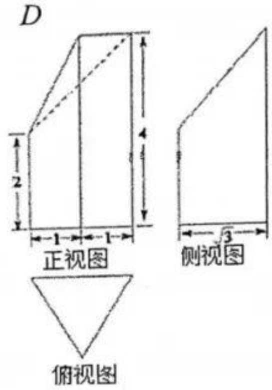


C



D

6. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是



A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

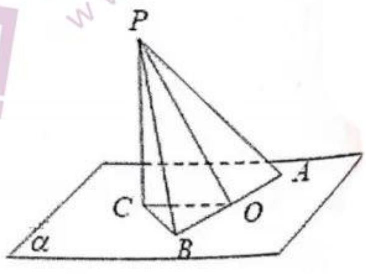
7. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点为$F_1,F_2$，以$F_1F_2$为直径的圆与双曲线在第一象限的交点为$A$，直线$AF_1$与双曲线的左支交于点$B$，且$|AB|=|AF_2|$，设双曲线的离心率为$e$，则$e^2=$

A. $3+3\sqrt{2}$　　B. $3+2\sqrt{2}$　　C. $5+3\sqrt{2}$　　D. $5+2\sqrt{2}$

8. 已知函数$f(x)=x^3+bx^2+cx+d$，且$f(2019)=2019$，$f(2020)=2020$，$f(2021)=2021$，则$f(2022)=$

A. 2028　　B. 2026　　C. 2024　　D. 2022

9. 如图，$PC\perp$平面α，斜线PO在平面α内的射影CO，AB是平面α内过点O的直线，若$\angle POA$是钝角，则



A. $\angle POB<\angle POC$　　B. $\angle POA<\angle AOC$

C. $\angle POC>\angle BOC$　　D. $\angle POC>\angle PBC$

10. 已知函数$f(x)$及其导数$f'(x)$满足

$xf'(x)+f(x)=\dfrac{\sqrt{e^x}}{x}$（$x>0$），$f(2)=\dfrac{e}{2}$，对满足$ab=\dfrac{4}{e}$的任意正数$a,b$都有

$f(2^x)<\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$，则 x 的取值范围是

A．$(0,1)$　　B．$(1,2)$　　C．$(-\infty,1)$　　D．$(1,+\infty)$

第Ⅱ卷（非选择题共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每小题 6 分，单空题每小题 4 分，共 36 分．

11．数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，$a_n=1-\frac{1}{a_{n-1}}(n\geq 2)$，则 $a_{2021}=$___▲___．

12．已知直线 $l_1: ax-2y+2=0$ 与直线 $l_2: x-(a+1)y+2=0$ 平行，则 $a=$___▲___，直线 l_1,l_2 之间的距离为___▲___．

13．若 $(x+2)(2x-1)^5=a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5+a_6x^6$，则 $a_0=$___▲___，$a_5=$___▲___．

14．已知随机变量 X 的分布如下表，则 $P(X=1)=$___▲___，$E(2X+1)=$___▲___．

X	0	1	2
P	a	$2a-1$	$\frac{1}{4}$

15．在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\sin B=\frac{5}{3}\cos C$，则 $\tan C=$___▲___，若 $c=\sqrt{2}$，则 ΔABC 的面积为___▲___．

16．设 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数，则函数 $f(x)=\sin[\cos x]+\cos[\sin x]$ 的最小值为___▲___．

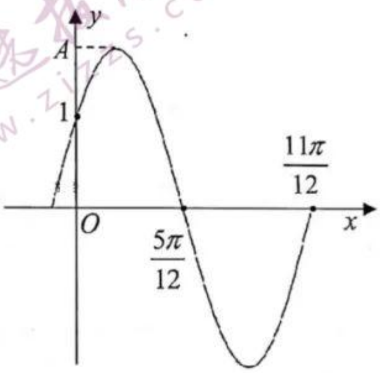
17．已知平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 是单位向量，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，平面向量 $\vec{c}$ 满足 $|\vec{c}-2\vec{a}|+|\vec{c}-\sqrt{2}\vec{b}|=\sqrt{2}$，则 $|\vec{c}|+|\vec{c}-\vec{a}|$ 的最小值为___▲___．

三、解答题：本大题共5小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

18.（本题满分14分）已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 在一个周期内的图象如图所示．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的解析式；

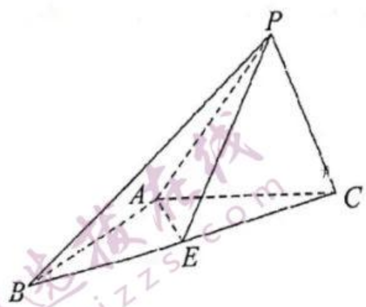
（Ⅱ）将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度后，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求 $g(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递增区间．



19.（本题满分15分）已知三棱锥 $P-ABC$，ΔABC 是等腰直角三角形，ΔPAC 是等边三角形，且 $AB=AC=2$，$BE=EC$，$\angle PCB=90^0$．

（Ⅰ）求证：$PE\perp AC$；

（Ⅱ）求直线 PC 与平面 PAE 所成角的正弦．



20.（本题满分 15 分）设正项数列$\{a_n\}$前n项和为S_n，满足$\sqrt{4S_n+1}=a_n+1$（$n\in N^*$），等比数列$\{b_n\}$满足$b_2=a_2,b_3=a_4$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$\{b_n\}$前n项和为T_n，记$c_n=\dfrac{a_n}{\frac{1}{2}T_n+b_n}$（$n\in N^*$），证明：

$$c_1+c_2+\cdots+c_n>2-\frac{2+n}{2^n}.$$

21.（本题满分 15 分）已知椭圆$C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，长轴长为$2\sqrt{3}$，抛物线$C_2:x^2=2py(p>0)$，点$P$是椭圆$C_1$上的动点，点$Q$是抛物线$C_2$准线上的动点.

（Ⅰ）求椭圆C_1的方程；

（Ⅱ）已知$OP\perp OQ$（O为坐标原点），且点O到直线PQ的距离为常数，求p的值.

22.（本题满分 15 分）设函数$f(x)=e^x(ax^2-2x+3)$，$x\in R$.

（Ⅰ）若$a=0$，求函数$f(x)$的最大值；

（Ⅱ）若$f(x)\geq x+3$恒成立，求实数a的取值范围.

2020学年第二学期高三第二次教学质量调测

数学参考答案（2021.5）

一、选择题：每小题4分，共40分.

1-10　$ADCAB$　$DDABC$

10.解：由已知 $(xf(x))'=\dfrac{\sqrt{e^x}}{x}=\dfrac{e^{\frac{x}{2}}}{x}$，且 $f'(x)=\dfrac{1}{x}\cdot(\dfrac{e^{\frac{x}{2}}}{x}-f(x))=\dfrac{e^{\frac{x}{2}}-xf(x)}{x^2}$，

设 $g(x)=e^{\frac{x}{2}}-xf(x)$，则 $g'(x)=\dfrac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}-(xf(x))'=\dfrac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}-\dfrac{e^{\frac{x}{2}}}{x}=\dfrac{e^{\frac{x}{2}}(x-2)}{2x}$，

故 $g(x)\ge g(2)=e-2f(2)=0$，所以 $f'(x)\ge 0$，$f(x)$ 递增，

因为 $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}\ge\dfrac{2}{ab}=\dfrac{e}{2}=f(2)$，所以 $2^x<2$，得 $x<1$.

二、填空题：多空题每小题6分，单空题每小题4分，共36分.

11．$\dfrac{2}{3}$；　12．-2，$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$；　13．-2，-16；　14．$\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{7}{3}$；

15．$\sqrt{2}$，$\dfrac{5\sqrt{2}}{18}$；　16．$\cos 1-\sin 1$；　17．$\sqrt{5}$.

16.解：由于 $f(x)$ 的最小正周期为 2π，只要考虑 $x\in[0,2\pi)$ 的取值情况，

$f(0)=\sin 1+1$；当 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时，$f(x)=1$；$f(\dfrac{\pi}{2})=\cos 1$，

当 $\dfrac{\pi}{2}<x<\pi$ 时，$f(x)=1-\sin 1$；$f(\pi)=1-\sin 1$；

当 $\pi<x<\dfrac{3\pi}{2}$ 时，$f(x)=\cos 1-\sin 1$；$f(\dfrac{3\pi}{2})=\cos 1$；

当 $\dfrac{3\pi}{2}<x<2\pi$ 时，$f(x)=\cos 1$.

17.解：不妨设 $\vec{a}=(1,0)=\overrightarrow{OA}$，$\vec{b}=(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，则 $2\vec{a}=(2,0)=\overrightarrow{OA_1}$，

$\sqrt{2}\vec{b}=(1,1)=\overrightarrow{OB}$，所以 $|2\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}|=\sqrt{2}$，设 $\vec{c}=\overrightarrow{OC}$，则终点 C 在线段 A_1B 上，

且 $|\vec{c}|+|\vec{c}-\vec{a}|=|\overrightarrow{OC}|+|\overrightarrow{AC}|$，设 O 关于直线 A_1B 的对称点为 $D(2,2)$，

于是 $|\overrightarrow{OC}|+|\overrightarrow{AC}|\ge|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{5}$.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18 解：（Ⅰ）$\because \dfrac{T}{2}=\dfrac{11\pi}{12}-\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{\pi}{2}\ \therefore T=\pi$ ……………2 分

又$\because T=\dfrac{2\pi}{\omega}\ \therefore \dfrac{2\pi}{\omega}=\pi\ \therefore \omega=2$ ……………4 分

$\because \left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$是“五点作图法”的学科网第三点且$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore 2\times\dfrac{5\pi}{12}+\varphi=\pi$

$\therefore 2\times\dfrac{5\pi}{12}+\varphi=\pi\ \therefore \varphi=\dfrac{\pi}{6}\ \therefore f(x)=A\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$ ……………6 分

$\because f(0)=1\ \therefore A\sin(\dfrac{\pi}{6})=1\ \therefore A=2\ \therefore f(x)=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$ ……………8 分

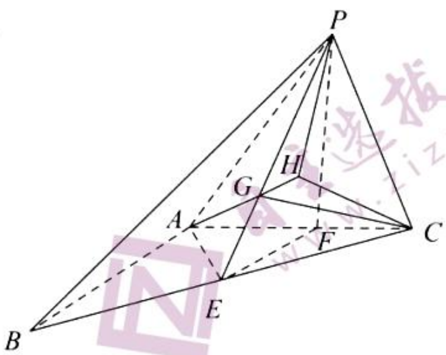
（Ⅱ）$g(x)=2\sin[2(x-\dfrac{\pi}{6})+\dfrac{\pi}{6}]=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$ ……………10 分

令$-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\dfrac{\pi}{6}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，得$-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\le x\le\dfrac{\pi}{3}+k\pi,k\in Z$

……………12 分

又$\because x\in[0,\pi]\ \therefore g(x)$在$[0,\pi]$上的增区间是$[0,\dfrac{\pi}{3}]$，$[\dfrac{5\pi}{6},\pi]$.

……………14 分



19.解：（Ⅰ）如图，取AC中点F，连EF，

则$EF//AB$，因为$AB\perp AC$，

则$EF\perp AC$，①……………2 分

又ΔPAC是等边三角形，F是AC中点，

则$PF\perp AC$，②……………4 分

且$EF\cap PF=F$，③

由①②③得$AC\perp$平面PEF，

故$PE\perp AC$． ……………6 分

（Ⅱ）法一（垂线法）：

过点A作$AG\perp PE$于G，连GC，作$CH\perp AG$于H，连PH，

因为$PC=2$，$CE=\sqrt{2}$，$\angle PCE=90^0$，则$PE=\sqrt{6}$，

又$PA=2$，$AE=\sqrt{2}$，所以$\angle PAE=90^0$，从而$\Delta PAE\cong\Delta PCE$，

因为$AG\perp PE$，则$GC\perp PE$，故$PE\perp$平面AGC，从而$PE\perp CH$④，

又$CH\perp AG$⑤，且$PE\cap AG=G$⑥，由④⑤⑥得$CH\perp$平面PAE，

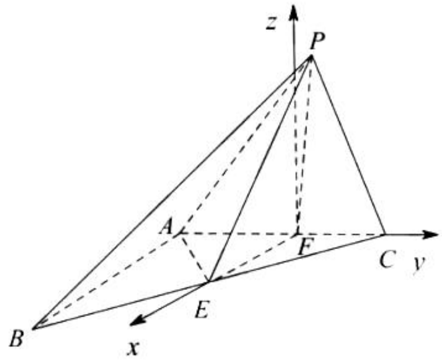
所以$\angle CPH$是直线PC与平面PAE所成角．……………10 分

在ΔAGC所在平面中，$\cos\angle AGC=\dfrac{AG^2+GC^2-AC^2}{2AG\cdot GC}=-\dfrac{1}{2}$，

则$CH=CG\cdot\sin 60^0$，而$CG=\dfrac{PC\cdot CE}{PE}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，则$CH=1$，……………14 分

故直线PC与平面PAE所成角的正弦为$\dfrac{CH}{PC}=\dfrac{1}{2}$．……………15 分

法二：（法向量法）



注意到$AC\perp$平面PEF，于是

以F为原点，FE,FC为x,y轴建立空间直角

坐标系$F-xyz$．……………8 分

因为$PF=\sqrt{3}$，$EF=1$，

$PE=\sqrt{6}$，根据余弦定理得$\cos\angle PFE=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

于是$P(-1,0,\sqrt{2})$，$C(0,1,0)$，$A(0,-1,0)$，$E(1,0,0)$，

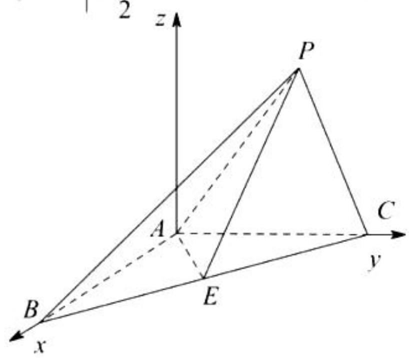
则$\overrightarrow{PA}=(1,-1,-\sqrt{2})$，$\overrightarrow{AE}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{PC}=(1,1,-\sqrt{2})$，……………11 分

设平面PAE的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}x-y-\sqrt{2}z=0\\ x+y=0\end{cases}$，得法向量的一个解为$\vec{n}=(1,-1,\sqrt{2})$，……………13 分

所以直线PC与平面PAE所成角θ满足$\sin\theta=\left|\cos<\vec{n},\overrightarrow{PC}>\right|=\dfrac{1}{2}$．……………15 分

法三：（法向量法）



注意到$AB\perp AC$，以A为原点，AB,AC为x,y

轴建立空间直角坐标系$A-xyz$．……………8 分

设$P(x,y,z)$，又$C(0,2,0)$，$B(2,0,0)$，$E(1,1,0)$，

根据$PA=PC=2,PB=2\sqrt{3}$，

则$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x^2+(y-2)^2+z^2=4 \\ (x-2)^2+y^2+z^2=12 \end{cases}$，解得$P(-1,1,\sqrt{2})$. ……………10 分

设设平面PAE的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases} -x+y+\sqrt{2}z=0 \\ x+y=0 \end{cases}$，取$\vec{n}=(1,-1,\sqrt{2})$. ……………12 分

因为$\overrightarrow{PC}=(1,1,-\sqrt{2})$， ……………13 分

所以直线PC与平面PAE所成角θ满足$\sin\theta=\left|\cos<\vec{n},\overrightarrow{PC}>\right|=\dfrac{1}{2}$. ……………15 分

20. 解：（Ⅰ）$\because \sqrt{4S_n+1}=a_n+1$ $\therefore$ 当$n=1$时$\sqrt{4S_1+1}=a_1+1$ $\therefore a_1=2$ ……………2 分

当$n\ge 2$时，$\therefore 4S_n+1=(a_n+1)^2$ ①　　$4S_{n-1}+1=(a_{n-1}+1)^2$ ②

①-②得$4(S_n-S_{n-1})=(a_n^2+2a_n+1)-(a_{n-1}^2+2a_{n-1}+1)$

$\therefore 4a_n=a_n^2+2a_n-a_{n-1}^2-2a_{n-1}$ $\therefore (a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}-2)=0$

$\because a_n>0$ $\therefore a_n-a_{n-1}-2=0$ $\therefore \{a_n\}$数列是首项为 2 公差为 2 的等差数列$\therefore a_n=2n$.

……………6 分

$\because b_2=a_2=4, b_3=a_4=8$ $\therefore$ 公比$q=\dfrac{b_3}{b_2}=2$ $\therefore b_n=2^n$. ……………8 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得$T_n=2(2^n-1)$. ……………10 分

$\therefore c_n=\dfrac{a_n}{\frac{1}{2}T_n+b_n}=\dfrac{2n}{(2^n-1)+2^n}>\dfrac{2n}{2^n+2^n}=\dfrac{n}{2^n}$

令$A_n=\dfrac{1}{2^1}+\dfrac{2}{2^2}+\dfrac{3}{2^3}+\ldots+\dfrac{n-1}{2^{n-1}}+\dfrac{n}{2^n}$　　③

则$\dfrac{1}{2}A_n=\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{2}{2^3}+\dfrac{3}{2^4}+\ldots+\dfrac{n-1}{2^n}+\dfrac{n}{2^{n+1}}$　④

③-④得$\dfrac{1}{2}A_n=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\ldots+\dfrac{1}{2^n}-\dfrac{n}{2^{n+1}}=\dfrac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}}-\dfrac{n}{2^{n+1}}=1-\dfrac{1}{2^n}-\dfrac{n}{2^{n+1}}$

$=1-\dfrac{n+2}{2^{n+1}}$ $\therefore A_n=2-\dfrac{2+n}{2^n}$ $\therefore c_1+c_2+\cdots+c_n>2-\dfrac{2+n}{2^n}$.

……………15 分

方法二（数学归纳法）：

（1）当$n=1$时，$c_1=\frac{2}{3}$，$2-\frac{2+n}{2^n}=\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}>\frac{1}{2}$成立；

（2）假设$n=k$时$c_1+c_2+\ldots+c_k>2-\frac{2+k}{2^k}$成立，

当$n=k+1$时，$c_1+c_2+\ldots+c_k+c_{k+1}>(2-\frac{2+k}{2^k})+\frac{2(k+1)}{2\cdot 2^{k+1}-1}$

$=(2-\frac{4+2k}{2^{k+1}})+\frac{2(k+1)}{2\cdot 2^{k+1}-1}>(2-\frac{4+2k}{2^{k+1}})+\frac{2(k+1)}{2\cdot 2^{k+1}}=(2-\frac{4+2k}{2^{k+1}})+\frac{k+1}{2^{k+1}}>2-\frac{3+k}{2^{k+1}}$

故对任意正整数n，$c_1+c_2+\cdots+c_n>2-\frac{2+n}{2^n}$.

21. 解：（Ⅰ）$\because$ 长轴长为$2\sqrt{3}$ $\therefore a=\sqrt{3}$ ……………2 分

$\because e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ $\therefore c=\sqrt{2}$. ……………4 分

$b=1$.

$\therefore$ 椭圆C_1的方程为$\frac{x^2}{3}+y^2=1$. ……………5 分

（Ⅱ）设$P(x_1,y_1)$ $Q(x_2,y_2)$

$\because$ 点O到直线PQ的距离为常数，由题意$\frac{1}{|OP|^2}+\frac{1}{|OQ|^2}$为常数.

当OP的斜率存在时，由题意得OP的斜率不为0

设直线OP为$y=kx$，则直线OQ为$y=-\frac{1}{k}x$. ……………7 分

由$\begin{cases} y=kx \\ \frac{x^2}{3}+y^2=1 \end{cases}$得$x^2+3k^2x^2=3$ $\therefore x_1^2=\frac{3}{1+3k^2}$ $\therefore |OP|^2=(1+k^2)\frac{3}{1+3k^2}$

……………9 分

由$\begin{cases} y=-\frac{1}{k}x \\ y=-\frac{p}{2} \end{cases}$得$-\frac{p}{2}=-\frac{1}{k}x$ $\therefore x_2=\frac{pk}{2}$ $\therefore |OQ|^2=(1+\frac{1}{k^2})\frac{p^2k^2}{4}=\frac{(1+k^2)p^2}{4}$

$\therefore \frac{1}{|OP|^2}+\frac{1}{|OQ|^2}=\frac{1+3k^2}{3(1+k^2)}+\frac{4}{(1+k^2)p^2}=\frac{p^2(1+3k^2)+12}{3(1+k^2)p^2}=\frac{3p^2k^2+12+p^2}{3k^2p^2+3p^2}$

$\therefore 3p^2=12+p^2 \therefore p=\sqrt{6}$. ……………13 分

当 OP 的斜率不存在时，$P(\pm\sqrt{3},0)$，$Q(0,-\frac{p}{2})$，$p=\sqrt{6}$ ……………14 分

符合点 O 到直线 PQ 的距离为常数，$\therefore p=\sqrt{6}$. ……………15 分

22. 解：（Ⅰ）由 $f(x)=e^x(-2x+3)$，则 $f'(x)=e^x(-2x+1)$ ……………2 分

所以当 $x<\frac{1}{2}$ 时，$f'(x)>0$，得 $f(x)$ 在 $(-\infty,\frac{1}{2})$ 上递增，

当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$f'(x)<0$，得 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{2},+\infty)$ 上递减， ……………4 分

从而函数 $f(x)$ 的最大值为 $f(\frac{1}{2})=2\sqrt{e}$. ……………5 分

（Ⅱ）法一：设 $F(x)=f(x)-(x+3)$，则 $F(x)=e^x(ax^2-2x+3)-(x+3)\ge 0$，

（1）若 $a\le 0$，由于 $F(2)=e^2(4a-1)-5<0$，不符合题意. ……………7 分

（2）若 $a>0$，

因为 $F'(x)=e^x(ax^2+(2a-2)x+1)-1$，设 $G(x)=F'(x)$，

则 $G'(x)=e^x(ax^2+(4a-2)x+2a-1)$，

对于方程 $ax^2+(4a-2)x+2a-1=0$，其判别式 $\Delta=4(2a^2-3a+1)$，

……………9 分

a. 若 $\frac{1}{2}\le a\le 1$，

则 $\Delta\le 0$，所以 $G'(x)\ge 0$，推出 $G(x)$ 即 $F'(x)$ 递增，

因为 $F'(0)=0$，则当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$F'(x)<0$，得 $F(x)$ 递减，

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$F'(x)>0$，得 $F(x)$ 递增，从而 $F(x)\ge F(0)=0$ 成立.

……………11 分

b. 若 $0<a<\frac{1}{2}$，

方程 $ax^2+(4a-2)x+2a-1=0$ 有两根 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，

因为$x_1x_2=\dfrac{2a-1}{a}<0$，则$x_1<0<x_2$，

当$x\in(0,x_2)$时，有$G'(x)<0$，推出$G(x)$即$F'(x)$递减，

于是$F'(x)<F'(0)=0$，得$F(x)$在$(0,x_2)$上递减，

从而在$(0,x_2)$上得到$F(x)<F(0)=0$，不符合题意，舍去．……………13分

c. 若$a>1$，

因为$F(x)=e^x\cdot ax^2+e^x(-2x+3)-(x+3)\geq e^x\cdot x^2+e^x(-2x+3)-(x+3)$

而$e^x\cdot x^2+e^x(-2x+3)-(x+3)$是$F(x)$当$a=1$的表达式，

根据刚才当$\dfrac{1}{2}\leq a\leq 1$的解题过程可知，$e^x\cdot x^2+e^x(-2x+3)-(x+3)\geq 0$，

所以$F(x)\geq 0$成立．

综上，a的取值范围是$a\geq\dfrac{1}{2}$．　　　　……………15分

法二：若$a\leq 0$，令$x=2$，则$f(2)=e^2(4a-1)<5$，不符合题意．……………7分

故只需考虑$a>0$的情况：

由已知，$e^x(ax^2-2x+3)\geq(x+3)$，可转化为$(x+3)e^{-x}-ax^2+2x-3\leq 0$．

设$F(x)=(x+3)e^{-x}-ax^2+2x-3$，则$F'(x)=-(x+2)e^{-x}-2ax+2$，

设$G(x)=F'(x)$，则$G'(x)=(x+1)e^{-x}-2a$，

设$h(x)=G'(x)$，则$h'(x)=-xe^{-x}$．

易知$h(x)$即$G'(x)$在$(-\infty,0)$上递增，在$(0,+\infty)$上递减，

从而$G'(x)\leq G'(0)=1-2a$．　　　　……………9分

（1）当$a\geq\dfrac{1}{2}$时，

此时$G'(x)\leq 0$，于是$G(x)$递减，即$F'(x)$递减，

由于$F'(0)=0$，所以当$x<0$时，$F'(x)>0$，得函数$F(x)$递增，

当$x>0$时，$F'(x)<0$，得函数$F(x)$递减，所以$F(x)\leq F(0)=0$成立．

……………12 分

（2）当$0<a<\frac{1}{2}$时，

因为$G'(0)=1-2a>0$，$G'(-1)=-2a<0$，

则在区间$(-1,0)$内存在x_0，使得$G'(x_0)=0$，由于$G'(x)$在$(-\infty,0)$上递增，

所以当$x\in(x_0,0)$时，$G'(x)>0$，则$G(x)$即$F'(x)$递增，

因为$F'(0)=0$，所以当$x\in(x_0,0)$时，$F'(x)<0$，得$F(x)$递减，

于是在$x\in(x_0,0)$上，$F(x)>F(0)=0$，与题意不符．综上，a的取值范围是$a\geq\frac{1}{2}$．

……………15 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》