绝密★启用前

2022—2023 高三省级联测考试
数学试卷

班级__________ 姓名__________

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、班级和考号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x>-2\}$，$B=\{x\mid |x|\leqslant 4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-1,0,1,2,3,4\}$　　B. $\{x\mid -2<x<4\}$

C. $\{0,1,2,3,4\}$　　D. $\{x\mid -2<x\leqslant 4\}$

2. 设复数 z 满足 $|z-1+\mathrm{i}|=2$，z 在复平面内对应的点为 (x,y)，则

A. $(x+1)^2+(y-1)^2=4$　　B. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$　　D. $(x-1)^2+(y+1)^2=4$

3. 已知命题 p：$\exists x\geqslant 0$，使得 $\ln(x+1)\geqslant 0$ 且 $\tan x<1$，则 $\neg p$ 为

A. $\forall x<0$，使得 $\ln(x+1)<0$ 且 $\tan x\geqslant 1$　　B. $\forall x<0$，使得 $\ln(x+1)<0$ 或 $\tan x\geqslant 1$

C. $\forall x\geqslant 0$，使得 $\ln(x+1)<0$ 或 $\tan x\geqslant 1$　　D. $\forall x\geqslant 0$，使得 $\ln(x+1)<0$ 且 $\tan x\geqslant 1$

4. 已知圆台 $O'O$ 的上、下底面直径分别为 1 和 2，高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，则圆台 $O'O$ 的侧面展开图（扇环）的圆心角为

A. π　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 已知 $\frac{1+\sin\theta-\cos\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta}=2$，则 $\tan\theta=$

A. $-\frac{3}{4}$　　B. $-\frac{24}{7}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $-\frac{4}{3}$

6. 某公司为了调查员工的健康状况，由于女员工所占比重大，按性别分层，用按比例分配的分层随机抽样的方法抽取样本. 已知所抽取的所有员工的体重的方差为 120，女员工的平均体重为 50 kg，标准差为 6，男员工的平均体重为 70 kg，标准差为 4. 若样本中有 21 名男员工，则女员工的人数为

A. 28　　B. 35　　C. 39　　D. 48

7. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|=|\overrightarrow{OP}|$，$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|=2$，$A=120^\circ$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的取值范围为

A. $[-2,8]$　　B. $[-2,6]$　　C. $[-4,6]$　　D. $[-4.8]$

8. 已知 $a,b\in(1,+\infty)$，且 $a+b=e^{b}+\ln a+1$，e 为自然对数的底数，则

A. $b<a<e^{b}$　　B. $e^{b}<a<e^{3b}$　　C. $a<b$　　D. $a>e^{3b}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 医学上判断体重是否超标有一种简易方法，就是用一个人身高的厘米数减去 105 所得差值即为该人的标准体重. 比如身高 175 cm 的人，其标准体重为 175－105＝70 公斤，一个人实际体重超过了标准体重，我们就说该人体重超标了. 现分析某班学生的身高和体重的相关性时，随机抽测了 8 人的身高和体重，数据如下表所示：

编号	1	2	3	4	5	6	7	8
身高 x/cm	165	168	170	172	173	174	175	177
体重 y/kg	55	89	61	65	67	70	75	75

由最小二乘法计算得到经验回归直线 l_1 的方程为 $\hat{y}=\hat{b}_1x+\hat{a}_1$，相关系数为 r_1，决定系数为 R_1^2；经过残差分析确定有一个样本点为离群点(对应残差过大)，把它去掉后，再用剩下的 7 组数据计算得到经验回归直线 l_2 的方程为 $\hat{y}=\hat{b}_2x+\hat{a}_2$，相关系数为 r_2，决定系数为 R_2^2，则

A. $r_1<r_2$　　B. $R_1^2>R_2^2$　　C. $r_1>r_2$　　D. $R_1^2<R_2^2$

10. 已知 F_1,F_2 分别为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，P 为双曲线上第一象限内一点，且 $\angle F_1PF_2=\dfrac{\pi}{3}$，$|F_1F_2|=2\sqrt{3}$，$F_1$ 关于 $\angle F_1PF_2$ 的平分线的对称点 Q 恰好在 C 上，则

A. C 的实轴长为 2

B. C 的离心率为 $2\sqrt{3}$

C. $\triangle F_1PF_2$ 的面积为 $2\sqrt{3}$

D. $\angle F_1PF_2$ 的平分线所在直线的方程为 $\sqrt{3}x-y-1=0$

11. 已知二次函数 $g(x)$ 满足 $g(x-4)=g(2-x)$，$g(x)\geqslant x$；当 $x\in(0,2)$ 时，$g(x)\leqslant\left(\dfrac{x+1}{2}\right)^2$. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$y=f(x)+e^{x}$ 是奇函数，$y=f(x)-3e^{x}$ 是偶函数，e 为自然对数的底数，则

A. 函数 $g(x)$ 的最小值为 0

B. $f(0)=1$

C. $f(g(x))\geqslant -1$

D. 函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$

12. 在棱长为 6 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$，$\overrightarrow{A_1F}=\overrightarrow{FD_1}$，则

A. 平面 CEF 截正方体所得截面为梯形

B. 四面体 AA_1FE 的外接球的表面积为 61π

C. 从点 C 出发沿正方体的表面到达点 F 的最短路径长为 $3\sqrt{13}$

D. 若直线 DB_1 与平面 CEF 交于点 O，则 $DO:OB_1=6:7$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 写出“使不等式 $a^x < a^{x-2}$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）对一切实数 x 都成立”的 a 的一个取值________.

14. 将函数 $y=\sin 2x$ 的图象向右平移 $\varphi\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 个单位长度，得到的函数 $y=g(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ 对称，则函数 $y=g(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值为________.

15. 若 P 为抛物线 $C: x^2=2py\ (p>0)$ 在第二象限内一点，抛物线 C 的焦点为 F，直线 PF 的倾斜角为 $30°$，抛物线在点 P 处的切线与 y 轴相交于点 M. 若 $|OM|=\frac{1}{2}$（O 为坐标原点），则 $\triangle MPF$ 的面积为________.

16. 自然界中某些生物的基因型是由雌雄配子的基因组合而成，这种生物在生育下一代时，成对的基因相互分离形成配子，配子随机结合形成下一代. 若某生物群体的基因型为 Aa，在该生物个体的随机交配过程中，基因型为 aa 的子代因无法适应自然环境，会被自然界淘汰. 例如，当亲代只有 Aa 基因型个体时，其子 1 代的基因型如下表所示：

雄 \ 雌	$\frac{1}{2}$A	$\frac{1}{2}$a
$\frac{1}{2}$A	$\frac{1}{4}$AA	$\frac{1}{4}$Aa
$\frac{1}{2}$a	$\frac{1}{4}$Aa	×

由上表可知，子 1 代中 AA∶Aa＝1∶2，子 1 代产生的配子中 A 占 $\frac{2}{3}$，a 占 $\frac{1}{3}$. 以此类推，则子 10 代中 Aa 个体所占比例为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

设公比为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $\frac{S_9}{S_6}=\frac{73}{9}$，$a_1=2$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

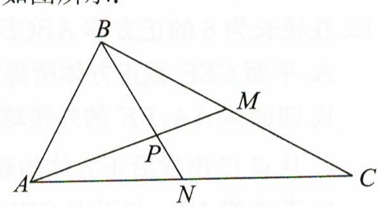
（2）设 b_m 为数列 $\{a_n\}$ 在区间 $(0,m]$（$m\in\mathbf{N}^*$）中的项的个数，求数列 $\{b_m\}$ 前 100 项的和.

18.（本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$2\sin C=\sin B$，$\cos A=\frac{4}{bc}$，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$. 若 BC,AC 边上的两条中线 AM,BN 相交于点 P，如图所示.

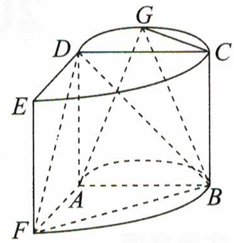
（1）求 $\angle BMA$ 的余弦值；

（2）求 MP^2+NP^2 的值.



19.(本小题满分 12 分)

如图,该几何体是由等高的半个圆柱和$\frac{1}{4}$个圆柱拼接而成. C,E,D,G 在同一平面内,且 $CG=DG$.



(1)证明:平面 $BFD\perp$平面 BCG;

(2)若直线 GC 与平面 ABG 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{10}}{5}$,求平面 BFD 与平面 ABG 所成角的余弦值.

20.(本小题满分 12 分)

甲、乙、丙三人进行台球比赛,比赛规则如下:先由两人上场比赛,第三人旁观,一局结束后,败者下场作为旁观者,原旁观者上场与胜者比赛,按此规则循环下去. 若比赛中有人累计获胜 3 局,则该人获得最终胜利,比赛结束. 三人经过抽签决定由甲、乙先上场比赛,丙作为旁观者. 根据以往经验,每局比赛中,甲、乙比赛甲胜概率为$\frac{1}{2}$,乙、丙比赛乙胜概率为$\frac{1}{3}$,丙、甲比赛丙胜概率为$\frac{2}{3}$,每局比赛相互独立且每局比赛没有平局.

(1)比赛完 3 局时,求甲、乙、丙各旁观 1 局的概率;

(2)已知比赛进行 5 局后结束,求甲获得最终胜利的概率.

21.(本小题满分 12 分)

已知 P 为圆 $M:(x+\sqrt{2})^2+y^2=16$ 上任一点,$N(\sqrt{2},0)$,$\overrightarrow{MQ}=\lambda\overrightarrow{MP}$,$\lambda\in(0,1)$,且满足 $(\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{QN})\cdot\overrightarrow{PN}=0$.

(1)求动点 Q 的轨迹 Γ 的方程;

(2)直线 $l:y=kx+1$ 与轨迹 Γ 相交于 A,B 两点,与 x 轴交于点 D,过 AB 的中点且斜率为 $-\frac{1}{k}$的直线与 x 轴交于点 E,记 $\mu=\frac{|AB|}{|DE|}$,若 $k\in\left[\frac{1}{2},2\right]$,求 μ 的取值范围.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln\frac{1}{x}+ax-2,a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立,求实数 a 的取值范围;

(2)证明:对任意的 $k\in\mathbf{N}^*$,$\left(1+\frac{1}{1^2+1}\right)\left(1+\frac{1}{2^2+2}\right)\left(1+\frac{1}{3^2+3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{k^2+k}\right)<\mathrm{e}$,$\mathrm{e}$ 为自然对数的底数.