贵阳市2022年高三适应性考试（二）

文科数学参考答案与评分建议

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	C	A	C	A	A	D	B	B	A	B

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.

13．2；　　14．$-\dfrac{3}{2}$；　　15．$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$；　　16．$(-\infty,-2]$.

三、解答题：第17至21题每题12分，第22、23题为选考题，各10分.

17．解：（1）列联表补充如下：

	喜爱冰壶运动	不喜爱冰壶运动	总计
男生	10		25
女生		5	25
总计	30	20	

-----------------------------（每空1分）6分

（2）由$K^2=\dfrac{50\times(10\times5-20\times15)^2}{25\times25\times30\times20}\approx8.333>7.879$，

所以能在犯错误的概率不超过0.005的前提下认为喜爱冰壶运动与性别有关．---12分

18．解：（1）由题得$S_2S_3=(2a_2)^2$，

设数列$\{a_n\}$的公差为d，则$(2+d)(3+3d)=4(1+d)^2$，

解得$d=-1$或$d=2$.

当$d=-1$时，$a_2=0$不符合题意，舍去.

所以$a_n=1+2(n-1)=2n-1$，$S_n=n+\dfrac{n(n-1)}{2}\times2=n^2$.　　------------------------6分

（2）因为$n\geqslant2$时，$\dfrac{1}{S_n-1}=\dfrac{1}{n^2-1}=\dfrac{1}{(n-1)(n+1)}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n+1})$，

所以$\dfrac{1}{a_2-1}+\dfrac{1}{a_3-1}+\dfrac{1}{a_4-1}+\cdots+\dfrac{1}{a_n-1}$

$=\dfrac{1}{2}[(1-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})+(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{6})+\cdots+(\dfrac{1}{n-2}-\dfrac{1}{n})+(\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n+1})]$

$=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1})$

$<\dfrac{3}{4}$.　　------------------------------12分

19．解：（1）连接 AB_1，AD_1．

$\because ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为棱柱，$\therefore B_1B//D_1D$ 且 $B_1B=D_1D$，

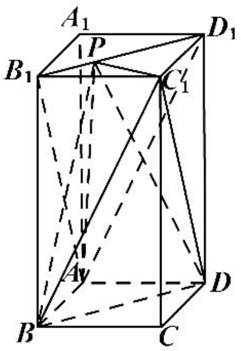
$\therefore$四边形 B_1BDD_1 为平行四边形，$\therefore B_1D_1//BD$，

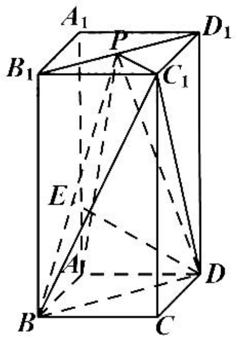
又 $B_1D_1\subset$平面 AB_1D_1，$BD\not\subset$平面 AB_1D_1，$\therefore BD//$平面 AB_1D_1．

同理 $C_1D//$平面 AB_1D_1，

又 $BD\cap C_1D=D$ 且 $BD,C_1D\subset$平面 C_1BD，$\therefore$平面 $AB_1D_1//$平面 C_1BD，

又 $AP\subset$平面 AB_1D_1，$\therefore AP//$平面 C_1BD．　　------------------------------6 分





（2）如图，在平面 PBD 内，过 D 作 $DE\perp PB$ 于 E．

$\because \angle ABC=90^\circ$，$AB=AD$，$\therefore ABCD$ 为正方形．

又 P 为 B_1D_1 中点，$\therefore C_1P\perp B_1D_1$．

$\because BB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1D_1$，$\therefore C_1P\perp BB_1$．

又 $B_1D_1\cap BB_1=B_1$，$\therefore C_1P\perp$平面 BB_1D_1D，

$\therefore C_1P\perp DE$．又 $PB\perp DE$，$PB\cap C_1P=E$，$\therefore DE\perp$平面BC_1P，

$\therefore DE$ 即为 D 到平面 BC_1P 的距离．

在 ΔPBD 中，$PD=PB=\sqrt{BB_1^{\,2}+B_1P^2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，$BD$ 边上的高 $h=2$，

由等面积可得 $\dfrac{1}{2}\cdot PB\cdot DE=\dfrac{1}{2}\cdot BD\cdot h$，$\therefore DE=\dfrac{BD\cdot h}{PB}=\dfrac{4}{3}$，

所以 D 到平面 BC_1P 的距离为 $\dfrac{4}{3}$．　　------------------------------12 分

（等积法也可求）

20．解：（1）由椭圆的对称性知 $2a=|MF|+|NF|=4$，即 $a=2$，

又$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以$c=\sqrt{3}$，$b^2=a^2-c^2=1$，

所以椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$． ----------------------6分

（2）将$y=x+m$代入$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$得$5x^2+8mx+4(m^2-1)=0$，

设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=-\dfrac{8m}{5}$，$x_1x_2=\dfrac{4(m^2-1)}{5}$（*），

由（1）得$A(-2,0)$，$B(2,0)$，

所以$\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{y_1(x_2-2)}{y_2(x_1+2)}=\dfrac{(x_1+m)(x_2-2)}{(x_2+m)(x_1+2)}=\dfrac{x_1x_2-2x_1+mx_2-2m}{x_1x_2+2x_2+mx_1+2m}$

$=\dfrac{x_1x_2+m(x_1+x_2)-(m+2)x_1-2m}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+(m-2)x_1+2m}$，

将（*）式代入上式得$\dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{-2(m+2)(2m+1)-5m(m+2)x_1}{2(m-2)(2m+1)-5m(m-2)x_1}=-\dfrac{m+2}{m-2}$，

因为$-1<m<1$，$-\dfrac{m+2}{m-2}=\dfrac{4}{2-m}-1$递增，所以$\dfrac{1}{3}<\dfrac{4}{2-m}-1<3$，

即$\dfrac{k_1}{k_2}$的取值范围是$(\dfrac{1}{3},3)$． ------------------------------12分

21．解：（1）$\because f'(x)=e^x-a\cos x$，$\therefore f'(0)=1-a$，

又$f(0)=1$，所以$y=f(x)$在$(0,f(0))$处的切线方程为$y=(1-a)x+1$，

因为其也与曲线$y=2x-x^2$相切，则

联立$\begin{cases}y=(1-a)x+1\\y=2x-x^2\end{cases}$，得$x^2-(a+1)x+1=0$，

由$\Delta=(a+1)^2-4=0$及$a>0$，解得$a=1$． ---------------6分

（2）由（1）得$f(x)=e^x-\sin x$，$f'(x)=e^x-\cos x$，

令$g(x)=f'(x)$，则$g'(x)=e^x+\sin x$在$(-\dfrac{\pi}{2},0)$上递增，

又$g'(-\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{1}{e^{\frac{\pi}{2}}}-1<0$，$g'(0)=1>0$，

$\therefore$存在$x_0\in(-\dfrac{\pi}{2},0)$，使得$g'(x_0)=0$，即$e^{x_0}+\sin x_0=0$，

当$x\in(-\frac{\pi}{2},x_0)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$递减；当$x\in(x_0,0)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$递增，

$\because g(x_0)=e^{x_0}-\cos x_0=-\sin x_0-\cos x_0=-\sqrt{2}\sin(x_0+\frac{\pi}{4})<0$，$g(0)=0$，

$\therefore$当$x\in(x_0,0)$时，$g(x)<0$，即$f'(x)<0$.

又$f'(0)=0$，当$x\in(0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，

$\therefore x=0$是$f(x)$在$(x_0,+\infty)$内的极小值点.

$\because$当$x\in(-\frac{\pi}{2},x_0)$时，$g(x)$递减，即$f'(x)$递减，

$\therefore f(x)$在$(-\frac{\pi}{2},x_0)$内没有极小值点.

$\therefore f(x)$在$(-\frac{\pi}{2},+\infty)$的极小值是$f(0)=1$.　　　----------------12 分

22．解：（1）曲线C的直角坐标方程为$(x-1)^2+y^2=1,(y>0)$；

曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=1+\cos 2\theta\\ y=\sin 2\theta\end{cases}$（$\theta$为参数，$\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$）．　---------------------5 分

（2）设点M的直角坐标为$(1+\cos 2\theta,\sin 2\theta)$，

则$\sqrt{(1+\cos 2\theta-3)^2+(\sin 2\theta-0)^2}=\sqrt{3}$，化简得$\cos 2\theta=\frac{1}{2}$，

因为$\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以$\theta=\frac{\pi}{6}$，

代入$\rho=2\cos\theta$得$\rho=\sqrt{3}$，

所以点M到原点O的距离为$\sqrt{3}$．　　　--------------------------10 分

注：C的参数方程也可为$\begin{cases}x=2\cos^2\theta\\ y=\sin 2\theta\end{cases}$、$\begin{cases}x=\dfrac{2}{1+\tan^2\theta}\\ y=\dfrac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}\end{cases}$（$\theta$为参数，$\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$）等.

23．解：（1）因为$(a^2-b^2)(c^2-d^2)-(ac-bd)^2$

$=(a^2c^2-b^2c^2-a^2d^2+b^2d^2)-(a^2c^2-2abcd+b^2d^2)$

$=-b^2c^2+2abcd-a^2d^2$

$=-(bc-ad)^2\leqslant 0$，

所以$(a^2-b^2)(c^2-d^2)\leqslant(ac-bd)^2$，当且仅当$bc=ad$时取等号.　-------------5 分

（2）由（1）可得 $[x^2-(2y)^2]\cdot[(\sqrt{3})^2-(-1)^2]\leqslant[\sqrt{3}x-(-2y)]^2$，

所以 $(\sqrt{3}x+2y)^2\geqslant 2$，即 $\left|\sqrt{3}x+2y\right|\geqslant\sqrt{2}$，

当且仅当 $2y\cdot\sqrt{3}=(-1)\cdot x$ 时取等号.

由 $\begin{cases}x=-2\sqrt{3}y\\x^2-4y^2=1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\\y=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\\y=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$.

综上，$\left|\sqrt{3}x+2y\right|$ 的最小值为 $\sqrt{2}$，此时 x,y 的值为 $\begin{cases}x=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\\y=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\\y=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$.

--10 分