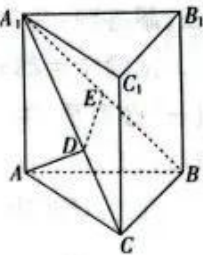
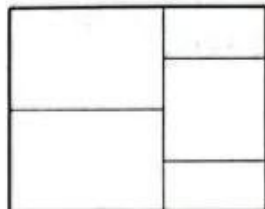


8. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=AB=2$, D 在 A_1C_1 上, E 是 A_1B_1 的中点, 则 $(AD+DE)^2$ 的最小值是



- A. $6-\sqrt{7}$
B. $2\sqrt{7}$
C. $3+\sqrt{7}$
D. $5+\sqrt{7}$

9. 某社区计划在该小区内如图所示的一块空地布置花卉, 要求相邻区域布置的花卉种类不同, 且每个区域只布置一种花卉, 若有 5 种不同的花卉可供选择, 则不同的布置方案有



- A. 360 种
B. 420 种
C. 480 种
D. 540 种

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 $F(-c, 0)$, 点 M 在双曲线 C 的右支上, $A(0, b)$, 若 $\triangle AMF$ 周长的最小值是 $2c+4a$, 则双曲线 C 的离心率是

- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
B. $\sqrt{3}+1$
C. $\frac{5}{2}$
D. 5

11. 已知正三棱锥 $P-ABC$ 的底面边长为 3, 高为 $\sqrt{6}$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的内切球的表面积为

- A. $\frac{3\pi}{2}$
B. 3π
C. 6π
D. 12π

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & x > 0, \\ x^3-3x+1, & x \leq 0, \end{cases}$ 函数 $g(x) = f(f(x)) - m$ 恰有 5 个零点, 则 m 的取值范围是

- A. $(-3, 1)$
B. $(0, 1)$
C. $[-1, 1)$
D. $(1, 3)$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 幸福指数是衡量人们对自身生存和发展状况的感受和体验, 即人们的幸福感的一种指数. 某机构从某社区随机调查了 10 人, 得到他们的幸福指数(满分: 10 分)分别是 7.6, 8.5, 7.8, 9.2, 8.1, 9.7, 9.9, 9.5, 8.3, 8.8, 则这组数据的中位数是 \blacktriangle .

14. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 直线 $l: y = x + m$ 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 若 $|AF| + |BF| = 18$, 则 $m = \blacktriangle$.

15. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $b_n = \frac{S_n}{n}$, 则称数列 $\{b_n\}$ 是数列 $\{a_n\}$ 的“均值数列”. 已知数列 $\{b_n\}$ 是数列 $\{a_n\}$ 的“均值数列”, 且 $b_n = \frac{1}{3^n}$, 则 a_n 的最小值是 \blacktriangle .

16. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$, $|f(x_1) - f(x_2)| = 4$, 且 $|x_1 - x_2|$ 的最小值是 $\frac{\pi}{2}$. 若关于 x 的方程 $f(x) = 1$ 在 $[m, n] (m < n)$ 上有 2023 个零点, 则 $n - m$ 的最小值是 \blacktriangle .

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \sin B - c \sin C = a$.

(1) 证明: $B - C = \frac{\pi}{2}$.

(2) 若 $A = \frac{\pi}{3}, a = 2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

某杂志社对投稿的稿件要进行评审, 评审的程序如下: 先由两位专家进行初审. 若两位专家的初审都通过, 则予以录用; 若两位专家的初审都不通过, 则不予录用; 若恰能通过一位专家的初审, 则再由另外的两位专家进行复审, 若两位专家的复审都通过, 则予以录用, 否则不予录用. 假设投稿的稿件能通过各位专家初审的概率均为 $\frac{1}{3}$, 复审的稿件能通过各位专家复审的概率均为 $\frac{1}{2}$, 且每位专家的评审结果相互独立.

(1) 求投到该杂志的 1 篇稿件被录用的概率;

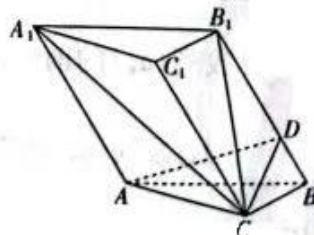
(2) 记 X 表示投到该杂志的 3 篇稿件中被录用的篇数, 求 X 的分布列及期望.

19. (12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 所有棱长均为 2, 且 $B_1C = \sqrt{6}$, $\angle ABB_1 = 60^\circ$, $\overrightarrow{BB_1} = 3\overrightarrow{BD}$.

(1) 证明: 平面 $ABC \perp$ 平面 ABB_1A_1 .

(2) 求平面 ACD 与平面 A_1B_1C 夹角的余弦值.



20. (12分)

椭圆 E 的中心为坐标原点, 坐标轴为对称轴, 左、右顶点分别为 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, 点 $(1, \sqrt{6})$ 在椭圆 E 上. 来源: 高三答案公众号

(1) 求椭圆 E 的方程.

(2) 过点 $(-1, 0)$ 的直线 l 与椭圆 E 交于 P, Q 两点(异于点 A, B), 记直线 AP 与直线 BQ 交于点 M , 试问点 M 是否在一条定直线上? 若是, 求出该定直线方程; 若不是, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x + mx^3 - nx^2 - x$ (其中 e 为自然对数的底数), 且曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程为 $y = -x$.

(1) 求实数 m, n 的值;

(2) 证明: 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) \geq 3x^3 - 5x^2 + 1$ 恒成立.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 3\cos \alpha, \\ y = 3\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点 O 为

极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程是 $\rho \cos \theta + 2\rho \sin \theta - 12 = 0$.

(1) 求曲线 C 的极坐标方程;

(2) 设射线 $l_1: \theta = \frac{\pi}{4}$ ($\rho \geq 0$) 与曲线 C 交于点 A , 与直线 l 交于点 B , 求 $|AB|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 2$.

(1) 求 $a^2 + b^2$ 的最小值;

(2) 证明: $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} \leq 2\sqrt{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

