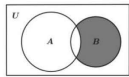


济宁市实验中学 2022 级高一下学期 6 月月考

数学试题

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{y | y = x^2 + 3, x \in \mathbf{R}\}$ ， $B = \{x | -2 < x < 4\}$ ，则图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $[-2, 3]$ B. $(-2, 3)$ C. $(-2, 3]$ D. $[-2, 3)$

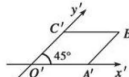
2. 中国农历的“二十四节气”是凝结着中华民族的智慧与传统文化的结晶，2022 年 2 月 4 日北京冬奥会开幕式，以二十四节气的开始倒计时，惊艳全球。某小学一年级随机抽查 100 名学生并提问“二十四节气歌”，只能说两句的有 32 人，能说出三句或三句以上的有 45 人，据此估计该校一年级的 400 名学生中对“二十四节气歌”只能说出一句或一句也说不出的人数约为 ()

- A. 23 B. 92 C. 128 D. 180

3. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BD} = 2\overline{DC}$ ，则 $\overline{AD} =$ ()

- A. $\overline{AD} = -\frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$ B. $\overline{AD} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$
C. $\overline{AD} = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ D. $\overline{AD} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$

4. 一个侧棱长为 $2\sqrt{3}$ 的直棱柱的底面用斜二测画法所画出的水平放置的直观图为如图所示的菱形 $O'A'B'C'$ ，其中 $O'A' = 2$ ，则该直棱柱的体积为 ()



- A. $4\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{3}$ C. $16\sqrt{3}$ D. $32\sqrt{3}$

5. 由下列条件解 $\triangle ABC$ ，其中有两解的是 ()

- A. $b = 20, A = 45^\circ, C = 80^\circ$ B. $a = 30, c = 28, B = 60^\circ$
C. $a = 14, c = 16, A = 45^\circ$ D. $a = 12, c = 10, A = 120^\circ$

6. 已知圆柱的高为 2，它的两个底面的圆周在直径为 $2\sqrt{6}$ 的同一个球的球面上，则圆柱的表面积为 ()

- A. $4\sqrt{5}\pi$ B. $(8 + 6\sqrt{3})\pi$ C. $10\sqrt{3}\pi$ D. $(10 + 4\sqrt{5})\pi$

7. 已知向量 $\vec{a} = (-4, 3)$ ，点 $A(1, 1)$ ， $B(2, -1)$ ，记 \overline{AB} 在向量 \vec{a} 上的投影向量为 $\overline{AB}' = \lambda\vec{a}$ ，则 $\lambda =$ ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

8. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 内单调递减，则实数 ω 的取值范围是 ()

- A. $[\frac{2}{3}, 1]$ B. $[\frac{2}{3}, \frac{4}{3}]$ C. $[1, 2)$ D. $[\frac{3}{2}, 2)$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9. 已知函数 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 下列说法正确的是 ()

- A. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称 B. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{5\pi}{12}$ 对称
C. 函数 $y = f(x)$ 在 $[-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}]$ 上单调递减 D. $f(x)$ 图象右移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位可得 $y = 2\sin 2x$ 的图象

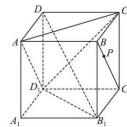
10. 下列说法正确的有 ()

- A. 在 $\triangle ABC$ 中， $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$
B. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin 2A = \sin 2B$ ，则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
C. $\triangle ABC$ 中， $\sin A > \sin B$ 是 $A > B$ 的充要条件
D. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，则 $A = \frac{\pi}{6}$

11. 设 l, m, n 表示不同的直线， α, β, γ 表示不同的平面，给出下列四个命题，其中正确命题的有 ()

- A. 若 $m // l$ ，且 $m \perp \alpha$ ，则 $l \perp \alpha$ B. 若 $m // l$ ，且 $m // \alpha$ ，则 $l // \alpha$
C. 若 $\alpha \cap \beta = l$ ， $\beta \cap \gamma = m$ ， $\gamma \cap \alpha = n$ ，则 $l // m // n$
D. 若 $\alpha \cap \beta = m$ ， $\beta \cap \gamma = l$ ， $\gamma \cap \alpha = n$ ，且 $n // \beta$ ，则 $l // m$

12. 如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在线段 BC_1 上运动，有下列判断，其中正确的是 ()

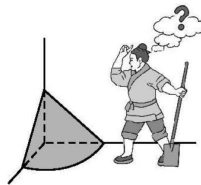


- A. 平面 $PB_1D \perp$ 平面 ACD_1 B. $A_1P //$ 平面 ACD_1
C. 异面直线 A_1P 与 AD_1 所成角的取值范围是 $(0, \frac{\pi}{3}]$
D. 三棱锥 $D_1 - APC$ 的体积不变

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分

13. 若复数 $z = \frac{3-4i}{1+2i}$ ，则 $|z| = \underline{\hspace{1cm}}$.

14. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：“今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺，问：积及为米几何？”其意思为：“在屋内墙角处堆放米（如图，米堆为一个圆锥的四分之一），米堆底部的弧长为8尺，米堆的高为5尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？”已知1斛米的体积约为1.6立方尺，圆周率约为3，估算出堆放的米约有 $\underline{\hspace{1cm}}$ 斛。（精确到个位）



15. 若函数 $f(x)$ 是 \mathbb{R} 上的奇函数，且周期为3，当 $0 < x < \frac{3}{2}$ 时， $f(x) = 3^x$ ，则 $f\left(\frac{5}{2}\right) + f(2023) = \underline{\hspace{1cm}}$.

16. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x - \cos x + a$ ， $f(x) = 0$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上有解，则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分) 已知复数 $z = (m^2 - 5m + 6) + (m - 2)i$ ($m \in \mathbb{R}$)。

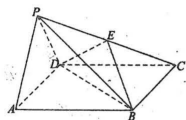
- (1) 若复数 z 为纯虚数，求实数 m 的值；
- (2) 若复数 z 在复平面内对应的点在第二象限，求实数 m 的取值范围。

18. (12分) 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (-2, 0)$

- (1) 求 $\vec{a} - \vec{b}$ 的坐标以及 $\vec{a} - \vec{b}$ 与 \vec{a} 之间的夹角；
- (2) 当 k 为何值时， $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 垂直？
- (3) 当 $t \in [-1, 1]$ 时，求 $|\vec{a} - t\vec{b}|$ 的取值范围。

19. (12分) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中， $ABCD$ 为正方形， E 为 PC 的中点，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB = 4$ ，

$PA = PD = 2\sqrt{2}$.



- (1) 证明： $PA \parallel$ 平面 BDE ；
- (2) 证明： $AB \perp PD$ ；
- (3) 求三棱锥 $C-BDP$ 的体积。

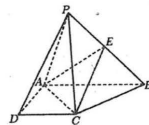
20. (12分) 从① $\cos B + \cos \frac{B}{2} = 0$ ；② $\sin^2 A - \sin^2 B + \sin^2 C + \sin A \sin C = 0$ ；③ $b \cos C + (2a+c) \cos B = 0$ ，

这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并加以解答。

在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边，若 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

- (1) 求 B ；
- (2) 若 $b = 2\sqrt{5}$ 且 $a+c=5$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。

21. (12分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PC \perp$ 底面 $ABCD$ ， $ABCD$ 是直角梯形， $AD \perp DC$ ， $AB \parallel DC$ ， $AB = 2AD = 2CD = 2$ ，点 E 是 PB 的中点。



- (1) 证明：平面 $EAC \perp$ 平面 PBC ；
- (2) 若直线 PB 与平面 PAC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，求二面角 $P-AC-E$ 的余弦值。

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) - 2 \cos^2\left(\frac{\omega x + \varphi}{2}\right) + 1$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 为奇函数，且 $f(x)$ 图象的相邻两对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ 。

- (1) 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ ，求函数 $f(x)$ 的单调递减区间
- (2) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变)，得到函数 $y = g(x)$ 的

图象，记方程 $g(x) = \frac{4}{3}$ 在 $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right]$ 上的根从小到大依次为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ，试确定 n 的值，

并求 $x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{n-1} + x_n$ 的值。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线