

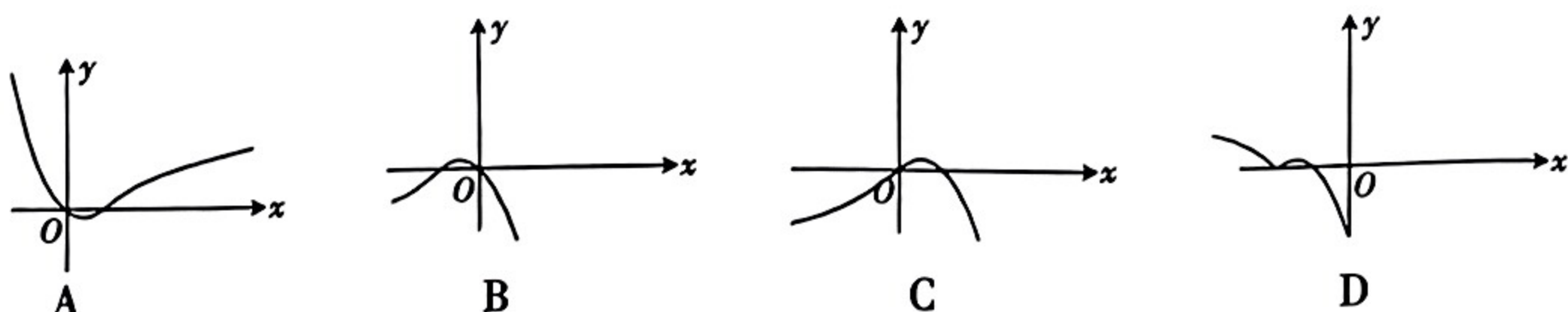
高二下学期期末调研考试 数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版选择性必修第二册第五章,选择性必修第三册,一轮复习集合与简易逻辑,不等式,函数。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | x^2 + 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cup B =$
 A. $\{x | -3 < x < 3\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$
 C. $\{x | -2 < x < 3\}$ D. $\{x | -1 < x < 3\}$
2. 命题“ $\forall m \in \mathbb{N}, m^2 \in \mathbb{N}$ ”的否定是
 A. $\forall m \in \mathbb{N}, m^2 \notin \mathbb{N}$ B. $\forall m \notin \mathbb{N}, m^2 \notin \mathbb{N}$
 C. $\exists m \in \mathbb{N}, m^2 \notin \mathbb{N}$ D. $\exists m \in \mathbb{N}, m^2 \in \mathbb{N}$
3. 某人设计的一个密码由 2 个英文字母(不分大小写)后接 2 个数字组成,且 2 个英文字母不相同,2 个数字也互不相同,则该密码可能的个数是
 A. $C_{26}^2 C_{10}^2$ B. $C_{26}^2 C_{10}^2 A_2^1$
 C. $A_{26}^2 A_{10}^2$ D. $A_{26}^2 A_{10}^2 A_2^2$
4. 已知 $a = \log_4 0.3$, $b = 6^{0.5}$, $c = (\frac{1}{3})^{2.1}$, 则
 A. $c < b < a$ B. $c < a < b$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$
5. $(9x + \frac{8}{\sqrt{x}})^5$ 的展开式中含 x^2 的项为
 A. $C_5^2 \times 9^2 \times 8^3$ B. $C_5^4 \times 9 \times 8^4$
 C. $C_5^3 \times 9^4 \times 8$ D. $C_5^3 \times 9^3 \times 8^2$
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1 \\ x^2 - x, & x < 1 \end{cases}$, 则函数 $y = -f(-x+1)$ 的大致图象是



7. 已知 $-3 < m+n < 3$, $1 < m-n < 5$, 则 $n-3m$ 的取值范围是
 A. $(-13, 1)$ B. $(-16, 4)$ C. $(-11, -1)$ D. $(-7, -5)$
8. 某种产品的加工需要经过 6 道工序,如果其中某 2 道工序必须相邻,另外有 2 道工序不能相邻,那么加工顺序的种数为
 A. 72 B. 144 C. 288 D. 156
- 二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。
9. p 是 q 的充分不必要条件, q 是 r 的必要不充分条件, r 是 s 的充要条件, p 是 r 的既不充分也不必要条件,则
 A. s 是 q 的必要不充分条件
 B. r 是 q 的充分不必要条件
 C. q 是 s 的充要条件
 D. p 是 s 的既不充分也不必要条件
10. 2022 年 9 月 19 日,航天科技集团五院发布消息称,在法国巴黎召开的第 73 届国际宇航大会上,我国首次火星探测天问一号任务团队获得国际宇航联合会 2022 年度世界航天奖。为科普航天知识,某校组织学生参与航天知识竞赛活动,竞赛规则:从 10 道选题中随机抽取 3 道题作答,全部答对即可获奖。甲、乙两位同学参加知识竞赛,已知甲同学 10 道选题中只有 2 道题不会,乙同学每道选题答对的概率都为 $\frac{4}{5}$ 。若甲、乙两位同学回答正确的题的个数的期望分别为 $E(X)$, $E(Y)$, 方差分别为 $D(X)$, $D(Y)$, 则
 A. $E(X) = E(Y)$ B. $E(X) < E(Y)$
 C. $D(X) = D(Y)$ D. $D(X) < D(Y)$
11. 下列命题为真命题的是
 A. 若 $a < b$, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 则 $ab < 0$
 B. 若 $a > b > 0$, $c < d < 0$, $e > 0$, 则 $\frac{e}{a-c} > \frac{e}{b-d}$
 C. 若 $c > a > b > 0$, 则 $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-b}$
 D. 若 $a > b > c > 0$, 则 $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$
12. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(-x+2) = f(x+2)$, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = x + e^x$, 则
 A. $f(x+4)$ 是奇函数 B. $f(x)$ 的最小正周期为 4
 C. $f(x)$ 的图象关于点 $(4, 0)$ 对称 D. $f(2024) = 1$
- 三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。
13. 若 $C_{n-1}^{n-1} = 3A_{n-1}^2$, 则 $n =$ _____。
14. 长时间玩手机可能影响视力。据调查,某学校大约 40% 的学生近视,而该校大约有 30% 的学生每天玩手机超过 1 h,这些人的近视率约为 60%。现从该校每天玩手机不超过 1 h 的学生中任意调查一名学生,则该学生近视的概率为_____。
15. 已知函数 $f(x) = \cos^3 x - f'(0) \sin x + 2x$, 则 $f'(0) =$ _____, 曲线 $y = f(x)$ 在 $(\pi, f(\pi))$ 处的切线方程为_____。(本题第一空 2 分,第二空 3 分)

16. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $ab = a + 2b + 6$, 则 $a + 2b$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

为考察某种药物 M 对预防疾病 N 的效果, 进行了动物实验, 根据 200 个有放回简单随机样本的数据, 得到的数据如下表:

单位: 只

药物 M 服用情况	疾病 N	
	未患疾病 N	患疾病 N
未服用	60	40
服用	80	20

(1) 估计未服用药物 M 的动物中患疾病 N 的概率;

(2) 根据 $\alpha = 0.005$ 的独立性检验, 能否认为药物 M 对预防疾病 N 有效果?

附临界值表及参考公式:

α	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d.$$

18. (12 分)

2023 年女足世界杯于 7 月 20 日至 8 月 20 日在新西兰和澳大利亚两国 9 个城市举办, 这是历史上第一次有 32 支球队参赛, 规模空前. 某公司专门为该赛事设计了一款产品并进行试销售, 统计了不同的售价 x (单位: 元) 与销量 y (单位: 千枚) 的 5 组数据: $(9, 21), (9.5, 20), (10, 18), (10.5, 16), (11, 15)$. 该公司以此来作为正式销售时的售价参考.

(1) 请根据相关系数 r 的值, 判断售价 x 与销量 y 的线性相关强弱程度 (计算结果精确到 0.01);

(2) 建立 y 关于 x 的线性回归方程, 预测售价为 15 元时的销量.

$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

参考数据: $\sqrt{65} \approx 8.06$.

19. (12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + x$ 的一个极值点为 1.

(1) 求 a ;

(2) 若过原点作直线与曲线 $y = f(x)$ 相切, 求切线方程.

20. (12 分)

世界卫生组织建议成人每周进行 2.5 至 5 小时的中等强度运动. 已知 A 社区有 20% 的居民每周运动总时间超过 5 小时, B 社区有 30% 的居民每周运动总时间超过 5 小时, C 社区有 50% 的居民每周运动总时间超过 5 小时, 且 A, B, C 三个社区的居民人数之比为 3:3:4.

(1) 从这三个社区中随机各选取 1 名居民, 求至少有 1 名居民每周运动总时间超过 5 小时的概率;

(2) 从这三个社区中随机抽取 1 名居民, 求该居民每周运动总时间超过 5 小时的概率;

(3) 假设这三个社区每名居民每周运动总时间为随机变量 X (单位: 小时), 且 $X \sim N(4, \sigma^2)$, 现从这三个社区中随机选取 1 名居民, 求该居民每周运动总时间为 3 至 5 小时的概率.

21. (12 分)

某比赛前, 甲、乙两队约定来一场热身赛, 比赛采用三局两胜制. 据以往经验, 甲、乙两队实力相当, 但是若甲队前一场胜, 则下一场胜的概率为 $\frac{2}{3}$, 若前一场负, 则下一场胜的概率为 $\frac{2}{5}$, 比赛没有平局. 正式比赛分为预赛、半决赛和决赛, 只有预赛、半决赛都获胜才能进入决赛. 已知甲队在预赛和半决赛中获胜的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$; 乙队在预赛和半决赛中获胜的概率分别为 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}$; 丙队在预赛和半决赛中获胜的概率分别为 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{5}{6}$.

(1) 求热身赛中甲队获胜的概率;

(2) 设甲、乙、丙三队中进入决赛的队伍数为 X , 求 X 的分布列与数学期望.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2}x^2 - x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $x_1 > x_2 > 0$, 且 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{e^{x_1-1} - e^{x_2-1}} = 1$, 证明: $x_1 x_2 < e^{\frac{2a}{e}}$.