2022-2023 学年度第二学期高三第一次模拟试卷

数学试题

第 I 卷（选择题）

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 已知全集$U=R$，集合$A=\{x|-2<x<3\}$，$B=\{x|x<1\}$，则$A\cap(\complement_U B)=($　$)$

A. $\{x|-2<x<1\}$　　B. $\{x|1<x<3\}$

C. $\{x|1\leq x<3\}$　　D. $\{x|x\leq-2\}$

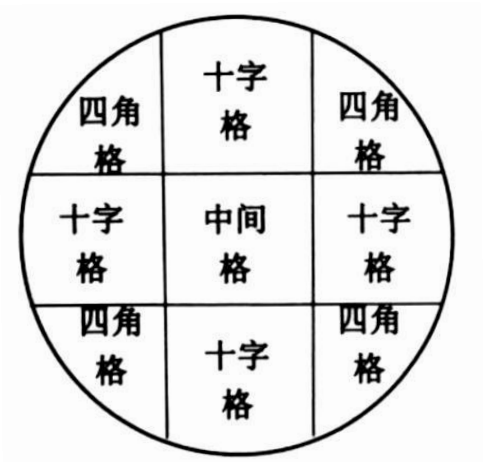
2. 已知复数$z=\frac{i}{1+i}$(其中i为虚数单位)，则z的共轭复数虚部为(　)

A. $\frac{1}{2}i$　　B. $-\frac{1}{2}i$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

3. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$满足$\vec{a}\perp(\vec{b}+\vec{c})$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}|\vec{c}|$，$<\vec{a}$，$\vec{b}>=60°$，则$<\vec{a}$，$\vec{c}>=($　$)$

A. $45°$　　B. $60°$　　C. $120°$　　D. $135°$

4. 重庆九宫格火锅，是重庆火锅独特的烹饪方式.九宫格下面是相通的，实现了“底同火不同，汤通油不通”，它把火锅分为三个层次，不同的格子代表不同的温度和不同的牛油浓度.其锅具抽象成数学形状如图(同一类格子形状相同):“中间格”火力旺盛，不宜久煮，适合放一些质地嫩脆、顷刻即熟的食物;“十字格”火力稍弱，但火力均匀，适合煮食，长时间加热以锁住食材原香;“四角格”属文火，火力温和，适合焖菜，让食物软糯入味.现有6种不同食物(足够量)，其中1种适合放入中间格，3种适合放入十字格，2种适合放入四角格.现将九宫格全部放入食物，且每格只放一种，若同时可以吃到这六种食物(不考虑位置)，则有多少种不同放法(　)



A. 108　　B. 36　　C. 9　　D. 6

5. 已知$f(x)=\begin{cases}e^{x-2},x<4,\\ log_5(x-1),x\geqslant 4,\end{cases}$，则$f(f(26))$等于 （ ）

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{e}$　　C. 1　　D. 2

6. 已知函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后，图象关于$y$轴对称，设函数$f(x)$的最小正周期为$m$，极大值点为$n$，则$|m-n|$的最小值是 ( )

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{3}$

7. 已知A，B是圆$C:x^2+y^2-4y=0$上的两点，过点A，B的两条切线与直线$x=4$三线共点，则直线AB必过定点 ( )

A. $(1,2)$　　B. $(2,1)$　　C. $(1,1)$　　D. $\left(1,\frac{1}{2}\right)$

8. 设$f(x)$是定义域为R的偶函数，且$f(1-x)=f(1+x)$，当$-1\le x\le 0$时，$f(x)=-x^2+1$，若函数$g(x)=f(x)-k(x+2)$，$(k>0)$有3个不同的零点，则k的取值范围是．( )

A. $(8-2\sqrt{15},4-2\sqrt{3})$　　B. $(\frac{1}{5},\frac{2}{3})$

C. $(8-2\sqrt{15},\frac{2}{3})$　　D. $(\frac{1}{5},4-2\sqrt{3})$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20 分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 已知S_n为数列$\{a_n\}$的前n项之和，且满足$4S_n=a_n{}^2+2a_n$，则下列说法正确的是 ( )

A. $\{a_n\}$为等差数列　　B. 若$\{a_n\}$为等差数列，则公差为2

C. $\{a_n\}$可能为等比数列　　D. S_4的最小值为0，最大值为20

10. 下列结论中，正确的结论有 ( )

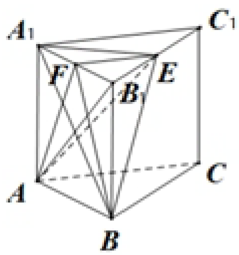
A. 如果$x<0$，那么$y=x+\frac{1}{x}$的最小值是2

B. 如果$x>0$，$y>0$，$x+3y+xy=9$，那么xy的最大值为3

C. 函数$f(x)=\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$的最小值为2

D. 如果$a>0$，$b>0$，且$\frac{1}{a+1}+\frac{1}{1+b}=1$，那么$a+b$的最小值为2

11. 如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，所有棱长均为1，点E为棱B_1C_1上任意一点，则下列结论正确的是( )



A. 直线AA_1与直线BE所成角的范围是$[0,\frac{\pi}{4}]$

B. 在棱B_1C_1上存在一点E，使$AB_1\perp$平面A_1BE

C. 若E为棱B_1C_1的中点，则平面ABE截三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$所得截面面积为$\frac{3\sqrt{19}}{16}$

D. 若F为棱A_1B_1上的动点，则三棱锥$F-ABE$体积的最大值为$\frac{1}{6}$

12. 已知F_1，F_2分别为双曲线C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，$C$的一条渐近线$l$的方程为$y=\sqrt{3}x$，且$F_1$到$l$的距离为$3\sqrt{3}$，点$P$为$C$在第一象限上的点，点$Q$的坐标为$(2,0)$，$PQ$为$\angle F_1PF_2$的平分线.则下列正确的是（ ）

A. 双曲线的方程为$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$

B. $|PF_1|=3|PF_2|$

C. $|OP|=3\sqrt{6}$

D. 点P到x轴的距离为$\frac{3\sqrt{15}}{2}$

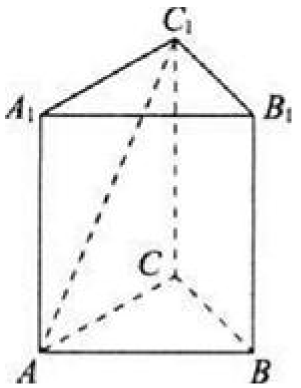
第 II 卷（非选择题）

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

13. 接种流感疫苗能有效降低流行感冒的感染率，某学校$\frac{2}{5}$的学生接种了流感疫苗，已知在流感高发时期，未接种疫苗的感染率为$\frac{1}{4}$，而接种了疫苗的感染率为$\frac{1}{10}$.现有一名学生确诊了流感，则该名学生未接种疫苗的概率为______.

14. 已知$f(x)$是定义在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上的偶函数，当$x>0$时，$f(x)=e^x-1$，则曲线$y=f(x)$在点$(-1,f(-1))$处的切线方程为_____.

15. 正三棱柱(底面是正三角形的直棱柱)$ABC-A_1B_1C_1$的底面边长为2，侧棱长为$2\sqrt{2}$，则AC_1与侧面ABB_1A_1所成的角为_____.



16. 已知椭圆方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$，且椭圆内有一条以点$P\left(1,\frac{1}{2}\right)$为中点的弦$AB$，则弦$AB$所在的直线$l$的方程是_____.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本小题10分)全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，其面积为S，且$(c-a)(c+a)+abcosC=\frac{2\sqrt{3}}{3}S$.

(1)求角A的大小；

(2)若$4cosB\cdot cosC=1$，且$a=2\sqrt{3}$，求S的值.

18. (本小题12分)

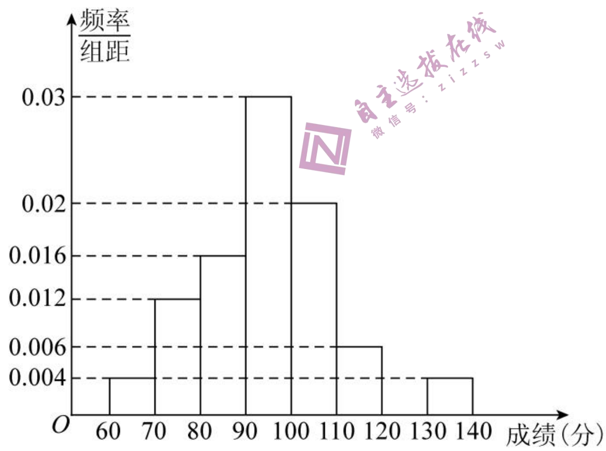
已知数列$\{a_n\}$满足$a_na_{n+2}=a_{n+1}^2$，$a_1=3$，$a_2a_3=243$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若$b_n=\log_3 a_n$，数列$\{b_n\}$的前n项和为S_n，求$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\ldots+\frac{1}{S_n}$.

19. (本小题12分)

某校高三年级的500名学生参加了一次数学测试，已知这500名学生的成绩全部介于60分到140分之间，为统计学生的这次考试情况，从这500名学生中随机抽取50名学生的考试成绩作为样本进行统计．将这50名学生的测试成绩的统计结果按如下方式分成八组：第一组[60,70)，第二组[70,80)，第三组[80,90)，……，第八组[130,140].如图是按上述分组方法得到的频率分布直方图的一部分.



(1)求第七组的频率，并完成频率分布直方图；

(2)估计该校高三年级的这500名学生的这次考试成绩的中位数；

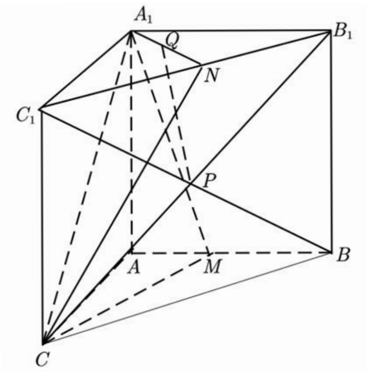
(3)若从样本成绩属于第一组和第六组的所有学生中随机抽取2名，记这2名学生的分数差的绝对值大于10分的概率.

20. (本小题12.分)

如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积为4，$AB=AC=AA_1=2$，M为AB的中点，N为B_1C_1的中点，P是BC_1与B_1C的交点．

(1)证明：$A_1C\perp BC_1$；

(2)在线段A_1N上是否存在点Q，使得PQ//平面A_1CM？若存在，请确定Q的位置；若不存在，请说明理由．



21．（本小题12分）

已知抛物线$y^2=4\sqrt{3}x$的准线过椭圆E的左焦点，且椭圆E的一个焦点与短轴的两个端点构成一个正三角形．

(1)求椭圆E的方程;

(2)直线$y=\frac{1}{2}$交椭圆E于A，B两点，点P在线段AB上移动，连接OP交椭圆于M，N两点，过P作MN的垂线交x轴于Q，求$\triangle MNQ$面积的最小值．

22．（本小题12分）

已知函数$f(x)=ax\ln x$和$g(x)=b(x-\sqrt{x})(b>0)$有相同的最小值．

(1)求$a+\frac{1}{b}$的最小值;

(2)设$h(x)=f(x)+g(x)$，方程$h(x)=m$有两个不相等的实根x_1，x_2，求证：$\frac{1}{2}<x_1+x_2<2$．