高三数学试卷(文科)

(考试时间:120分钟　试卷满分:150分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

C 1. 下列复数中实部与虚部互为相反数的是

A. $2-i$　　B. $(1-i)^2$

C. $i(1+i)$　　D. $i(1-2i)$

B 2. 已知集合 $A=\{x\in \mathbf{Z}|-3<x<5\}$, $B=\{y|y=2x,x\in A\}$, 则 $A\cap B$ 的元素个数为

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

A 3. 在△ABC 中,若 $AB=1$, $AC=5$, $\sin A=\frac{3}{5}$, 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$

A. 3　　B. ± 3　　C. 4　　D. ± 4

A 4. 函数 $f(x)=x^3-7x^2+1$ 的图象在点$(4,f(4))$处的切线斜率为

A. -8　　B. -7　　C. -6　　D. -5

B 5. 跑步是一项有氧运动,通过跑步,我们能提高肌力,同时提高体内的基础代谢水平,加速脂肪的燃烧,养成易瘦体质.小林最近给自己制定了一个200千米的跑步健身计划,他第一天跑了8千米,以后每天比前一天多跑0.5千米,则他要完成该计划至少需要

A. 16天　　B. 17天　　C. 18天　　D. 19天

D 6. 明朝的一个葡萄纹椭圆盘如图(1)所示,清朝的一个青花山水楼阁纹饰椭圆盘如图(2)所示,北宋的一个汝窑椭圆盘如图(3)所示,这三个椭圆盘的外轮廓均为椭圆.已知图(1),(2),(3)中椭圆的长轴长与短轴长的比值分别为$\frac{13}{9}$,$\frac{56}{45}$,$\frac{10}{7}$,设图(1),(2),(3)中椭圆的离心率分别为e_1,e_2,e_3,则

(1)　(2)　(3)

A. $e_1>e_3>e_2$　　B. $e_2>e_3>e_1$

C. $e_1>e_2>e_3$　　D. $e_2>e_1>e_3$

7. 已知函数 $f(x)=\log_4 x-(\frac{1}{2})^x$，$f(m)=1$，且 $0<p<m<n$，则

A. $f(n)>1$ 且 $f(p)>1$

B. $f(n)<1$ 且 $f(p)>1$

C. $f(n)>1$ 且 $f(p)<1$

D. $f(n)<1$ 且 $f(p)<1$

8. 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 为该棱柱的九条棱中某条棱的中点，若 A_1C∥平面 BC_1D，则 D 为

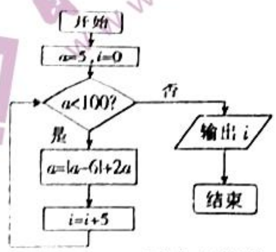
A. 棱 AB 的中点

B. 棱 A_1B_1 的中点

C. 棱 BC 的中点

D. 棱 AA_1 的中点

9. 执行如图所示的程序框图，则输出的 $i=$



A. 10

B. 15

C. 20

D. 25

10. 某服装店开张第一周进店消费的人数每天都在变化中，设第 $x(1\leqslant x\leqslant 7, x\in \mathbf{N})$ 天进店消费的人数为 y，且 y 与 $[\frac{5^x}{x^2}]$（$[t]$ 表示不大于 t 的最大整数）成正比，第 1 天有 10 人进店消费，则第 4 天进店消费的人数为

A. 74　　B. 76　　C. 78　　D. 80

11. 已知函数 $f(x)=\tan x-\sin x\cos x$，则

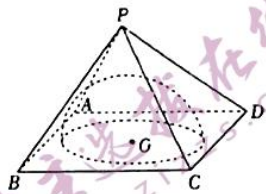
A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π

B. $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称

C. $f(x)$ 的图象不关于 $(\frac{\pi}{2},0)$ 对称

D. $f(x)$ 的图象关于 $(\pi,0)$ 对称

12. 如图，正四棱锥 $P-ABCD$ 的每个顶点都在球 M 的球面上，侧面 PAB 是等边三角形. 若半球 O 的球心为四棱锥的底面中心，且半球与四个侧面均相切，则半球 O 的体积与球 M 的体积的比值为



A. $\frac{\sqrt{3}}{18}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{16}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{15}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{14}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某文学兴趣小组要从《飘》《围城》《红与黑》《西游记》《红楼梦》五本名著中任意选取两本，一起交流读书心得，则该小组选取的名著都是中国名著的概率为 $\frac{3}{10}$ ▲ ______.

14. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}3x+y\geqslant 0,\\2x-y\leqslant 5,\end{cases}$ 则 $x+y$ 的最 ▲ 大 ______（填“大”或“小”）值为 -2 ▲ ______.

（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$(n^2+1)a_{n+1}=2(n^2-2n+2)a_n$，则 $a_n=$ ▲ ______.

16. 已知 P 是双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 右支上一点，则 P 到直线 $y=2x$ 的距离与 P 到点 $F(-2,0)$ 的距离之和的最小值为 ▲ ______.

三、解答题：本大题共6小题，共70分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共60分.

17.（12分）

$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c. 已知$a=\sqrt{3}$，$b=2$.

(1)若$A=\frac{\pi}{6}$，求$\cos 2B$；

(2)当A取得最大值时，求$\triangle ABC$的面积.

18.（12分）

2021年受疫情影响，国家鼓励员工在工作地过年. 某机构统计了某市5个地区的外来务工人员数与他们选择留在当地过年的人数占比，得到如下的表格：

	A区	B区	C区	D区	E区
外来务工人员数	5000	4000	3500	3000	2500
留在当地的人数占比	80%	90%	80%	80%	84%

根据这5个地区的数据求得留在当地过年人员数y与外来务工人员数x的线性回归方程为$\hat{y}=0.8135x+\hat{a}$.

(1)求$\hat{a}$的值；

(2)该市对外来务工人员选择留在当地过年的每人补贴1000元，该市F区有10000名外来务工人员，试根据线性回归方程估计F区需要给外来务工人员中留在当地过年的人员的补贴总额.（结果用万元表示）

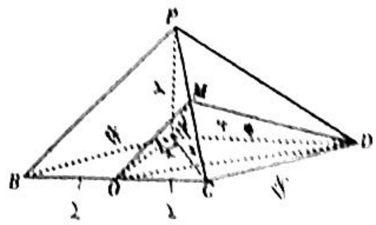
参考数据：取$0.8135\times 36=29.29$.

19.（12分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$为平行四边形，以BC为直径的圆O(O为圆心)过点A，且$AO=AC=AP=2$，$PA\perp$底面$ABCD$，M为PC的中点.

(1)证明：平面$OAM\perp$平面PCD.

(2)求四棱锥$M-AOCD$的侧面积.



20.(12分)

已知函数 $f(x)=(x^3-\frac{4}{3}x^2)e^x$ 的定义域为$[-1,+\infty)$.

(1)求 $f(x)$的单调区间;

(2)讨论函数 $g(x)=f(x)-a$ 在$[-1,2]$上的零点个数.

21.(12分)

已知 F 为抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$的焦点,直线 $l:y=2x+1$ 与 C 交于 A,B 两点,且$|AF|+|BF|=20$.

(1)求 C 的方程.

(2)若直线 $m:y=2x+t(t\neq1)$与 C 交于 M,N 两点,且 AM 与 BN 相交于点 T,证明:点 T 在定直线上.

(二)选考题:共 10 分.请考生从第 22,23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的方程为 $x=\sqrt{-y^2+2y+3}$.

(1)写出曲线 C 的一个参数方程;

(2)若 $A(1,0)$,$B(-1,0)$,点 P 为曲线 C 上的动点,求$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$的取值范围.

3.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x+a|+|x+b|$.

(1)若 $a=b^2+3b+2$,证明:$\forall x\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R},f(x)\geqslant1$.

(2)若关于 x 的不等式 $f(x)\leqslant7$ 的解集为$[-6,1]$,求 a,b 的一组值,并说明你的理由.

密 封 线 内 不 要 答 题

高三数学试卷参考答案(文科)

1. C 【解析】本题考查复数的实部与虚部,考查运算求解能力.
因为 $i(1+i)=-1+i$,所以 $i(1+i)$ 的实部与虚部互为相反数.

2. B 【解析】本题考查集合的交集,考查运算求解能力.
因为 $A=\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$,$B=\{-4,-2,0,2,4,6,8\}$,所以 $A\cap B=\{-2,0,2,4\}$.

3. D 【解析】本题考查平面向量的数量积,考查运算求解能力.
在△ABC 中,因为 $\sin A=\frac{3}{5}$,所以 $\cos A=\pm\frac{4}{5}$,所以 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cos A=\pm4$.

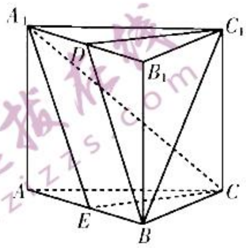
4. A 【解析】本题考查导数的几何意义,考查运算求解能力.
因为 $f'(x)=3x^2-14x$,所以所求切线的斜率为 $f'(4)=3\times16-14\times4=-8$.

5. B 【解析】本题考查等差数列的应用,考查数学建模与逻辑推理的核心素养.
依题意可得,他从第一天开始每天跑步的路程(单位:千米)依次成等差数列,且首项为 8,公差为 0.5.设经过 n 天后他完成健身计划,则 $8n+\frac{n(n-1)}{2}\times\frac{1}{2}\geqslant200$,整理得 $n^2-31n-800\geqslant0$.
因为函数 $f(x)=x^2+31x-800$ 在$[1,+\infty)$上为增函数,且 $f(16)<0$,$f(17)>0$,所以 $n\geqslant17$.

6. A 【解析】本题考查椭圆的离心率与中国古代数学文化,考查数据处理能力与推理论证能力.
因为椭圆的离心率 $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-(\frac{2b}{2a})^2}$,所以长轴长与短轴长的比值越大,离心率越大.因为 $\frac{13}{9}\approx1.44$,$\frac{56}{45}\approx1.24$,$\frac{10}{7}\approx1.43$,所以 $e_1>e_3>e_2$.

7. C 【解析】本题考查基本初等函数的单调性,考查推理论证能力.
因为 $y=\lg x$ 在$(0,+\infty)$上单调递增,$y=(\frac{1}{2})^x$ 在$(-\infty,+\infty)$上单调递减,所以 $f(x)$ 在$(0,+\infty)$上单调递增.又 $f(m)=1$,且 $0<p<m<n$,所以 $f(n)>1$ 且 $f(p)<1$.

8. B 【解析】本题考查线面平行的判定,考查直观想象、推理论证的核心素养.
如图,当 D 为棱 A_1B_1 的中点时,取 AB 的中点 E,易证平面 A_1CE∥平面 BC_1D,则 A_1C∥平面 BC_1D.

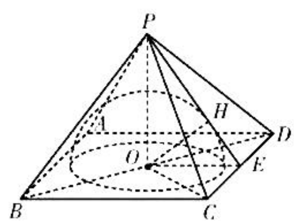


9. C 【解析】本题考查程序框图,考查运算求解能力.
$a=1+10=11$,$i=5$;$a=5+22=27$,$i=10$;$a=21+54=75$,$i=15$;$a=69+150>100$,$i=20$.故输出的 $i=20$.

10. C 【解析】本题考查函数模型的应用,考查应用意识与数学建模的核心素养.
依题意可设 $y=k[\frac{5^x}{x^2}]$,当 $x=1$ 时,$y=5k=10$,解得 $k=2$,故当 $x=4$ 时,
$y=2\times[\frac{5^4}{4^2}]$.因为 $\frac{5^4}{4^2}\approx39.1$,所以$[\frac{5^4}{4^2}]=39$,所以 $y=2\times[\frac{5^4}{4^2}]=78$.

11. D 【解析】本题考查三角函数的对称性与周期,考查逻辑推理的核心素养.
因为 $f(x+\pi)=f(x)$,所以 $f(x)$ 的最小正周期不是 2π.
因为 $f(-x)=-f(x)\neq f(x)$,所以 $f(x)$ 是奇函数,其图象不关于 y 轴对称.
因为 $f(\pi-x)=-\tan x+\sin x\cos x=-f(x)$,所以 $f(x)$ 的图象关于$(\frac{\pi}{2},0)$对称.
因为 $f(2\pi-x)=-\tan x+\sin x\cos x=-f(x)$,所以 $f(x)$ 的图象关于$(\pi,0)$对称.

12. A 【解析】本题考查四棱锥的外接球与内切球,考查空间想象能力与运算求解能力.
如图,连接 PO,BD,取 CD 的中点 E,连接 PE,OE,过 O 作 $OH\perp PE$ 于 H.易知 $PO\perp$底面 $ABCD$,设 $AB=4$,则 $BD=\sqrt{BA^2+BC^2}=4\sqrt{2}$,$BO=\frac{1}{2}BD=2\sqrt{2}$,$PO=\sqrt{BP^2-BO^2}=2\sqrt{2}$.设球 M 的半径为 R,半球 O 的半径为 R_0,则 $R=$

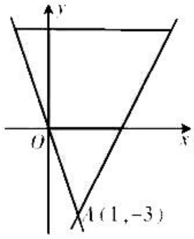


$2\sqrt{2}$. 易知 $R_1=OH$，则 $\frac{R_1}{R}=\frac{OH}{PO}=\frac{OE}{PE}=\frac{1}{\sqrt{3}}$，故 $\frac{V_{半球O}}{V_{球M}}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{4\pi R_1^3}{3}}{\frac{4\pi R^3}{3}}=\frac{1}{2}\left(\frac{R_1}{R}\right)^3=\frac{\sqrt{3}}{18}$.

13. $\frac{3}{10}$（或 0.3） **【解析】本题考查古典概型，考查运算求解能力.**

五本名著中任意选取两本共有 10 种不同的选择，因为这五本名著中中国名著是《围城》《西游记》《红楼梦》，所以任意选取两本都是中国名著的情况有 3 种，故所求概率为 $\frac{3}{10}$.

14. -2 **【解析】本题考查线性规划，考查推理论证能力与运算求解能力.**



作出约束条件表示的可行域，由图可知，当直线 $z=x+y$ 经过点 $A(1,-3)$ 时，取得最小值，且最小值为 -2.

15. $\frac{2^n}{n^2-2n+2}$（或 $\frac{2^n}{(n-1)^2+1}$） **【解析】本题考查等比数列的定义与通项公式，考查抽象概括能力.**

因为 $(n^2+1)a_{n+1}=2[(n-1)^2+1]a_n$，$a_1=2$，所以数列 $\{[(n-1)^2+1]a_n\}$ 是首项为 2，公比为 2 的等比数列，则 $[(n-1)^2+1]a_n=2^n$，所以 $a_n=\frac{2^n}{(n-1)^2+1}=\frac{2^n}{n^2-2n+2}$.

16. $\frac{4\sqrt{5}}{5}-2$（或 $\frac{4\sqrt{5}-10}{5}$） **【解析】本题考查双曲线的定义的应用，考查化归与转化的数学思想.**

易知 $F(-2,0)$ 是双曲线的左焦点，设右焦点为 F'，则 $|PF|-|PF'|=2a=2$，

所以 $|PF|=|PF'|+2$，所以当 P 到直线 $y=2x$ 的距离与 P 到点 $F(-2,0)$ 的距离之和取得最小值时，P 到直线 $y=2x$ 的距离与 P 到点 F' 的距离之和也取得最小值.

因为 F' 到直线 $y=2x$ 的距离 $d=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，所以所求最小值为 $d+2=\frac{4\sqrt{5}}{5}-2$.

17. 解：(1)由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得 $\frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{\sin B}$，…………………… 2 分

解得 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，…………………… 3 分

所以 $\cos 2B=1-2\sin^2 B=\frac{1}{3}$. …………………… 5 分

(2)由余弦定理得 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{c^2+1}{4c}$. …………………… 7 分

因为 $\frac{c^2+1}{4c}\geqslant\frac{2c}{4c}=\frac{1}{2}$，…………………… 8 分

当且仅当 $c=1$ 时，等号成立，…………………… 9 分

所以 $\cos A\geqslant\frac{1}{2}$，则 $0<A\leqslant\frac{\pi}{3}$，则 A 的最大值为 $\frac{\pi}{3}$. …………………… 10 分

此时，$\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times2\times1\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. …………………… 12 分

评分细则：

【1】第(1)问解析第一行未写 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ 不扣分，得出 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，直接写 $\cos 2B=\frac{1}{3}$，没有写倍角公式扣 1 分.

【2】第(2)问中，得到 $0<A\leqslant\frac{\pi}{3}$，但未写 A 的最大值为 $\frac{\pi}{3}$，不扣分.

18. 解：(1)$\bar{x}=\frac{5000+4000+3500+3000+2500}{5}=3600$. …………………… 1 分

依题意可得 A、B、C、D、E 五个地区的外来务工人员中，

留在当地的人数分别为 4000，3600，2800，2400，2100，…………………… 3 分

则 $\bar{y}=\frac{4000+3600+2800+2400+2100}{5}=2980$. …………………… 4 分

因为 $\bar{y}=0.8135\bar{x}+\hat{a}$. …………………………………………………………… 5 分

所以代入数据,得 $\hat{a}=2980-0.8135\times3600=2980-100\times29.29=51$. ………………… 7 分

(2)当 $x=10000$ 时,$\hat{y}=0.8135\times10000+51=8186$, …………………………………… 9 分

故补贴总额约为 $8186\times1000=818.6$ 万元. …………………………………………… 12 分

评分细则:

【1】第(1)问没有分别求五个地区留在当地的人数,直接由公式得

$\bar{y}=\frac{5000\times80\%+4000\times90\%+3500\times80\%+3000\times80\%+2500\times84\%}{5}=2980$,不扣分.

【2】第(2)问中,最后的结论没有说明是"约为"或"估计值为",而直接写补贴总额为 818.6 万元,扣 1 分.

【3】两问中 $\hat{a}$,$\hat{y}$ 写成 a,y,即没有写"^",两问共扣 1 分,不要累计扣分.

19.(1)证明:由题意点 A 为圆 O 上一点,则 $AB\perp AC$. ………………………………… 1 分

由 $PA\perp$ 底面 $ABCD$,知 $PA\perp AB$. 又 $PA\cap AC=A$,因此 $AB\perp$ 平面 PAC. ……………… 2 分

则 $AB\perp AM$,又 $AB/\!/CD$,则 $AM\perp CD$. ……………………………………………… 3 分

因为 $AC=AP$,M 为 PC 的中点,所以 $AM\perp PC$. ……………………………………… 4 分

又 $CD\cap PC=C$,所以 $AM\perp$ 平面 PCD. ……………………………………………… 5 分

因为 $AM\subset$ 平面 OAM,所以平面 $OAM\perp$ 平面 PCD. ……………………………… 6 分

(2)解:由(1)知 $AM\perp$ 平面 PCD,所以 $AM\perp MD$.

$AM=\frac{\sqrt{2}}{2}PA=\sqrt{2}$,$MD=\sqrt{AD^2-AM^2}=\sqrt{4^2-2}=\sqrt{14}$.

因此,$S_{\triangle AMD}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{14}}{2}=\sqrt{7}$. ……………………………………………… 7 分

因为 $BP=BC=4$,O,M 分别为 BC,PC 的中点,所以 $OM=\frac{1}{2}BP=2=OA$.

设 AM 边的高为 h,则 $h=\sqrt{OA^2-(\frac{AM}{2})^2}=\frac{\sqrt{14}}{2}$,$S_{\triangle OAM}=\frac{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{14}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$. ……………… 8 分

又因为 $OA=OC$,$MA=MC$,所以 $S_{\triangle OCM}=S_{\triangle OAM}=\frac{\sqrt{7}}{2}$. ……………………………… 9 分

由 $V_{M-ACD}=V_{A-CMD}$,可得 $\frac{1}{3}\times\frac{PA}{2}\cdot S_{\triangle ACD}=\frac{1}{3}\times AM\cdot S_{\triangle CMD}$, ……………………… 10 分

得 $S_{\triangle CMD}=\sqrt{6}$. …………………………………………………………………… 11 分

故四棱锥 $M-AOCD$ 的侧面积 $S=2\sqrt{7}+\sqrt{6}$. …………………………………………… 12 分

评分细则:

【1】第(1)问严格按步骤给分.

【2】第(2)问中,还可以根据 $CM\perp CD$,求得 $S_{\triangle CMD}=\sqrt{6}$.

20.解:(1)$f'(x)=(x^3+\frac{5}{3}x^2-\frac{8}{3}x)e^x=\frac{x}{3}(3x+8)(x-1)e^x$, ……………………… 1 分

因为 $x\in[-1,+\infty)$,所以 $f'(x)$ 的零点为 0 和 1. ………………………………………… 2 分

令 $f'(x)<0$,得 $0<x<1$;令 $f'(x)>0$,得 $x>1$ 或 $-1\leqslant x<0$. ……………………… 4 分

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,1)$,单调递增区间为 $[-1,0)$,$(1,+\infty)$. ……………… 6 分

(2)由(1)知,$f(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上的极大值为 $f(0)=0$,

极小值为 $f(1)=-\frac{e}{3}$. ……………………………………………………………… 7 分

因为 $f(-1)=-\frac{7}{3e}$,$\frac{f(-1)}{f(1)}=\frac{7}{e^2}<\frac{7}{2.7^2}<1$,所以 $f(1)<f(-1)<0$. ……………… 8 分

$f(2)=\frac{8e^2}{3}$,由 $g(x)=0$,得 $f(x)=a$.

当 $a<-\frac{e}{3}$ 或 $a>\frac{8e^2}{3}$ 时,$g(x)$ 的零点个数为 0; ……………………………… 9 分

当 $a=-\frac{e}{3}$ 或 $0<a\leqslant\frac{8e^2}{3}$ 时，$g(x)$的零点个数为1；…………………………………… 10分

当 $-\frac{e}{3}<a<-\frac{7}{3e}$ 或 $a=0$ 时，$g(x)$的零点个数为2；…………………………………… 11分

当 $-\frac{7}{3e}\leqslant a<0$ 时，$g(x)$的零点个数为3. …………………………………… 12分

评分细则：

【1】第(1)问求导正确但没有因式分解不扣分.

【2】第(2)问没有推理过程就得到 $f(1)<f(-1)<0$，扣1分.

21.(1)解：设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，由 $\begin{cases}y=2x+1,\\x^2=2py,\end{cases}$ 得 $y^2-(8p+2)y+1=0$，…………………………………… 2分

则 $y_1+y_2=8p+2$，…………………………………… 3分

从而 $|AF|+|BF|=y_1+\frac{p}{2}+y_2+\frac{p}{2}=9p+2=20$，…………………………………… 5分

解得 $p=2$，故 C 的方程为 $x^2=4y$. …………………………………… 6分

(2)证明：设 $M(x_3,y_3)$，$N(x_4,y_4)$，$T(x_0,y_0)$，且设 $\overrightarrow{TM}=\lambda\overrightarrow{TA}(\lambda\neq1)$.

因为 $AB/\!/MN$，所以 $\overrightarrow{TN}=\lambda\overrightarrow{TB}$. …………………………………… 7分

根据 $\begin{cases}x_1^2=4y_1,\\x_2^2=4y_2,\end{cases}$ 得 $(x_1+x_2)(x_1-x_2)=4(y_1-y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{4(y_1-y_2)}{(x_1-x_2)}=8$，

同理得 $x_3+x_4=8$. …………………………………… 9分

又 $\begin{cases}x_3-x_0=\lambda(x_1-x_0),\\x_4-x_0=\lambda(x_2-x_0),\end{cases}$ 两式相加得 $x_3+x_4-2x_0=\lambda(x_1+x_2-2x_0)$，…………………………………… 10分

即 $(4-x_0)(1-\lambda)=0$，由于 $\lambda\neq1$，所以 $x_0=4$. …………………………………… 11分

故点 T 在定直线 $x=4$ 上. …………………………………… 12分

评分细则：

【1】第(1)问还可以通过联立消去 y，其步骤及给分如下：

由 $\begin{cases}y=2x+1,\\x^2=2py,\end{cases}$ 得 $x^2-4px-2p=0$，…………………………………… 1分

则 $x_1+x_2=4p$，…………………………………… 2分

$y_1+y_2=2(x_1+x_2)+2=8p+2$，…………………………………… 3分

从而 $|AF|+|BF|=y_1+\frac{p}{2}+y_2+\frac{p}{2}=9p+2=20$，…………………………………… 5分

解得 $p=2$，故 C 的方程为 $x^2=4y$. …………………………………… 6分

【2】第(2)问若用其他方法解答请按照步骤给分.

22.解：(1)由 $x=\sqrt{-y^2+2y+3}$，得 $x^2=-y^2+2y+3$，…………………………………… 1分

整理得 $x^2+(y-1)^2=4$. …………………………………… 2分

又 $x=\sqrt{-y^2+2y+3}\geqslant0$. …………………………………… 3分

所以曲线 C 的一个参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\y=1+2\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数，且 $-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$). …………………………………… 5分

(2)由(1)可设点 P 的坐标为 $(2\cos\theta,1+2\sin\theta)$，$-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$. …………………………………… 6分

因为 $\overrightarrow{PA}=(1-2\cos\theta,-1-2\sin\theta)$，$\overrightarrow{PB}=(-1-2\cos\theta,-1-2\sin\theta)$，

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(1-2\cos\theta)(-1-2\cos\theta)+(-1-2\sin\theta)^2=4+4\sin\theta$. …………………………………… 7分

又 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}=2\cos\theta$，

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}=4+4(\sin\theta+\cos\theta)=4+4\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$. …………………………………… 8分

因为 $-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$，所以 $-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\sin(\theta+\frac{\pi}{4})\leqslant1$，…………………………………… 9分

故 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$ 的取值范围是 $[0,4+4\sqrt{2}]$. …………………………………… 10分

评分细则：

【1】第(1)问中，得到 $x^2+(y-1)^2=4$ 后直接得出曲线 C 的一个参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=1+2\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数)，扣 2 分.

【2】第(1)问的参数方程不唯一，只要参数方程对应的曲线为圆 $x^2+(y-1)^2=4$ 的右半部分均可得分.

【3】第(2)问中设点 P 的坐标为 $(2\cos\theta,1+2\sin\theta)$，后面没有写明 θ 的取值范围，扣 1 分.

23. (1)证明：$f(x)=|x+a|+|x+b|\geqslant|x+a-(x-b)|=|a-b|$. ………… 2 分

因为 $a=b^2+3b+2$，所以 $|a-b|=|b^2+2b+2|=(b+1)^2+1\geqslant1$. ………… 3 分

当 $b=-1$ 时，$|a-b|$ 取得最小值 1，故 $\forall x\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R}$，$f(x)\geqslant1$. ………… 4 分

(2)解：依题意可得 $f(-6)=f(1)=7$，

即 $|a-6|+|b-6|=|1+a|+|1+b|=7$， ………… 5 分

不妨取 $a=0$，则 $b=5$. ………… 6 分

下面证明 $|x|+|x+5|\leqslant7$ 的解集为 $[-6,1]$.

证明：当 $x\leqslant-5$ 时，$-2x-5\leqslant7$，则 $x\geqslant-6$，又 $x\leqslant-5$，所以 $-6\leqslant x\leqslant-5$. ………… 7 分

当 $-5<x<0$ 时，$5\leqslant7$ 显然成立，所以 $-5<x<0$. ………… 8 分

当 $x\geqslant0$ 时，$2x+5\leqslant7$，则 $x\leqslant1$，又 $x\geqslant0$，所以 $0\leqslant x\leqslant1$. ………… 9 分

所以 $|x|+|x+5|\leqslant7$ 的解集为 $[-6,1]$，故 a,b 的一组值为 $0,5$. ………… 10 分

评分细则：

【1】第(1)问中，未写 $b=-1$ 不扣分.

【2】第(2)问中，a,b 的一组值不唯一，但 $a+b=5$，且 $a,b\in[-1,6]$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》