

厦门市 2021 届高三毕业班第三次质量检测

数学 试题

本试卷共 5 页。全卷满分 150 分，考试用时 120 分钟。

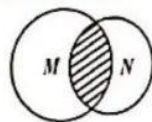
注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $M = \{x | y = \ln(x-2)\}$, $N = \{x | x^2 - 2x - 8 < 0\}$, 则图中阴影部分表示的集合为

- A. $(-4, 2)$ B. $(2, 4)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(4, +\infty)$



(第1题图)

2. 双曲线 $C: \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦点 F 到 C 的渐近线的距离为

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$, 其前 n 项和为 S_n , 若 $S_1 = S_{25}$, $a_3 + a_8 = 32$, 则 $S_{16} =$

- A. 80 B. 160 C. 176 D. 198

4. 故宫是世界上现存规模最大、保存最为完整的木质结构古建筑群。故宫宫殿房檐设计恰好使北房在冬至前后阳光满屋，夏至前后屋檐遮阴。已知北京地区夏至前后正午太阳高度角约为 75° ，冬至前后正午太阳高度角约为 30° 。图 1 是顶部近似为正四棱锥、底部近似为正四棱柱的宫殿，图 2 是其示意图，则其出檐 AB 的长度(单位：米)约为



图 1

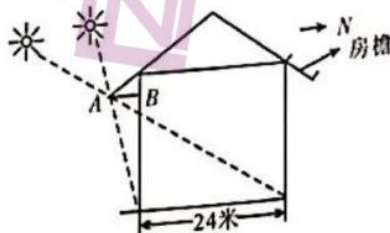


图 2

(第4题图)

5. $\triangle ABC$ 中, $CA = 2$, $CB = 4$, D 为 CB 的中点, $\vec{BE} = 2\vec{EA}$, 则 $\vec{AD} \cdot \vec{CE} =$

- A. 3 B. 4 C. $6(\sqrt{3}-1)$ D. $3(\sqrt{3}+1)$
A. 0 B. 2 C. -2 D. -4

高三数学试题 第 1 页(共 5 页)

6. 福建省采用“3+1+2”新高考模式,其中“3”为全国统考科目语文、数学和外语;“1”为考生在物理和历史中选择一门;“2”为考生在思想政治、地理、化学和生物四门中再选择两门.某中学调查了高一年级学生的选科倾向,随机抽取 200 人,其中选考物理的 120 人,选考历史的 80 人,统计各选科人数如下表:

选择科目 \ 选考类别	思想政治	地理	化学	生物
物理类	35	50	90	65
历史类	50	45	30	35

- A. 物理类的学生中选择地理的比例比历史类的学生中选择地理的比例高
 B. 物理类的学生中选择生物的比例比历史类的学生中选择生物的比例低
 C. 有 90% 以上的把握认为选择生物与选考类别有关
 D. 没有 95% 以上的把握认为选择生物与选考类别有关

$$\text{附: } K^2 = \frac{(a+b+c+d)(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}$$

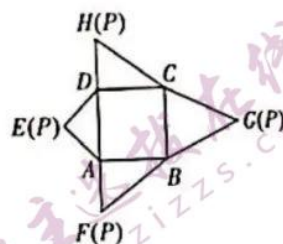
$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

7. 已知函数 $f(x) = x^2 - x - a \sin \pi x + 1$ 有且仅有一个零点,则实数 $a =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2

8. 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 的平面展开图中,四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $\triangle ADE$ 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形, $\angle HDC = \angle FAB = 90^\circ$,则四棱锥 $P-ABCD$ 外接球的球心到面 PBC 的距离为

- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{30}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{6}$

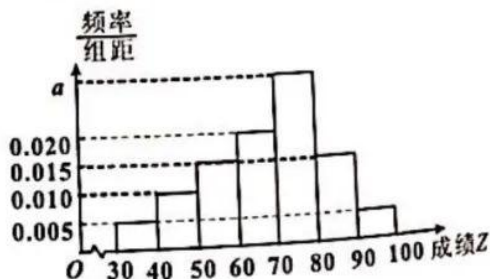


(第8题图)

二、多选题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多个选项符合题目要求,全部选对的得 5 分,选对但不全的得 2 分,有选错的得 0 分.

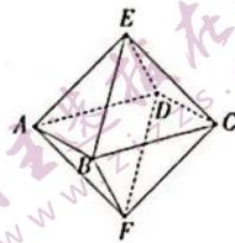
9. 记考试成绩 Z 的均值为 μ ,方差为 σ^2 ,若 Z 满足 $0.66 < P(\mu - \sigma < Z < \mu + \sigma) < 0.70$,则认为考试试卷设置合理.在某次考试后,从 20000 名考生中随机抽取 1000 名考生的成绩进行统计,得到成绩的均值为 63.5,方差为 169,将数据分成 7 组,得到如图所示的频率分布直方图.用样本估计总体,则

- A. 本次考试成绩不低于 80 分的考生约为 5000 人
 B. $a = 0.03$
 C. 本次考试成绩的中位数约为 70
 D. 本次考试试卷设置合理



(第9题图)

10. 连接正方体每个面的中心构成一个正八面体(如图), 则



(第10题图)

- A. 以正八面体各面中心为顶点的几何体为正方体
- B. 直线 AE 与 CF 是异面直线
- C. 平面 $ABF \perp$ 平面 ADE
- D. 平面 $ABF \parallel$ 平面 CDE

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 6x$ 的焦点为 F , 直线 l 与 C 交于点 A, B (A 在第一象限), 以 AB 为直径的圆 E 与 C 的准线相切于点 D . 若 $|AD| = \sqrt{3}|BD|$, 则

- A. A, B, F 三点共线
 - B. l 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - C. $|AF| = 3|BF|$
 - D. 圆 E 的半径是 6
12. 已知正数 a, b 满足 $a + b = 3$, 则
- A. $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} \geq 9$
 - B. $\frac{1}{a}(b + \frac{3}{b}) \geq 2$
 - C. $\ln a \cdot \ln b < \frac{1}{4}$
 - D. $2e^a + e^{2b} > 21$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 是偶函数, 则 $f(\frac{\pi}{6}) = \underline{\quad}$.

14. $(x-1)(x-\frac{2}{\sqrt{x}})^6$ 展开式中的常数项为 $\underline{\quad}$ (用数字作答).

15. 若复数 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i$ 为虚数单位) 满足 $|z - 2i| = |z|$, 写出一个满足条件的复数 $z = \underline{\quad}$.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x + 2, & x < 0, \\ xe^{x-1} + 2, & x \geq 0. \end{cases}$ 若 $f(x) \geq 2|x - a|$, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\quad}$.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, 且 $a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} = a_n - 2$, 其中 $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) 求证: $\{a_n\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(2) 设 $b_n = \frac{2a_n}{S_n S_{n+1}}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < \frac{1}{2}$.

18. (12分)

锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 满足 $\sqrt{3}b\sin C + \sqrt{3}c\sin B = 4a\sin B\sin C$.

(1) 求 A ;

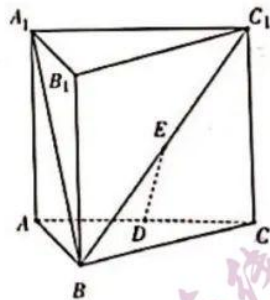
(2) 若 $b = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, D 是 BC 上的点, AD 平分 $\angle BAC$, 求 AD .

19. (12分)

在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, D 是 AC 上一点, E 是 BC_1 的中点, 且 $DE \parallel$ 平面 ABB_1A_1 .

(1) 证明: $DA = DC$;

(2) 若 $BB_1 \perp$ 平面 ABC , 平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 , $AA_1 = AC = \sqrt{2}AB$, 求直线 DE 与平面 A_1BC_1 所成角的正弦值.



(第19题图)

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 $2\sqrt{2}$, 且过点 $P(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{3})$.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 过 C 的右焦点的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, C 上一点 M 满足 $\vec{OA} = \frac{4}{3}\vec{OM} + \vec{OB}$.

求 $|OM|$.

21. (12分)

每天锻炼一小时,健康工作五十年,幸福生活一辈子.某公司组织全员每天进行体育锻炼,订制了主题为“百年风云”的系列纪念币奖励员工,该系列纪念币有 A_1, A_2, A_3, A_4 四种.每个员工每天自主选择“球类”和“田径”中的一项进行锻炼.锻炼结束后员工将随机等可能地获得一枚纪念币.

(1)某员工活动前两天获得 A_1, A_4 ,则前四天恰好能集齐“百年风云”系列纪念币的概率是多少?

(2)通过抽样调查发现:活动首日有 $\frac{3}{4}$ 的员工选择“球类”,其余的员工选择“田径”;

在前一天选择“球类”的员工中,次日会有 $\frac{1}{3}$ 的员工继续选择“球类”,其余的选择“田径”;

在前一天选择“田径”的员工中,次日会有 $\frac{1}{2}$ 的员工继续选择“田径”,其余的选择“球类”.

用频率估计概率.记某员工第 n 天选择“球类”的概率为 P_n .

①计算 P_1, P_2 ,并求 P_n ;

②该集团公司共有员工1400人,经过足够多天后,试估计该公司接下来每天各有多少员工参加“球类”和“田径”运动?

22. (12分)

已知函数 $f(x) = 2ax - \ln(x+1) + 1, a \in \mathbf{R}$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)当 $x > 0, 0 < a \leq 1$ 时,求证: $e^a > f(x)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》