

机密★启用前(全国卷文科数学)

华大新高考联盟 2022 届高三 1 月教学质量测评

文科数学

本试题卷共 4 页,共 23 题(含选考题)。满分 150 分,考试用时 120 分钟

★ 祝考试顺利 ★

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的学校、班级、姓名、准考证号填写在答题卷指定位置,认真核对与准考证号条形码上的信息是否一致,并将准考证号条形码粘贴在答题卷上的指定位置。
2. 选择题的作答:选出答案后,用 2B 铅笔把答题卷上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答在试题卷上无效。
3. 非选择题的作答:用黑色墨水的签字笔直接答在答题卷上的每题所对应的答题区域内。答在试题卷上或答题卷指定区域外无效。
4. 考试结束,监考人员将答题卷收回,考生自己保管好试题卷,评讲时带来。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

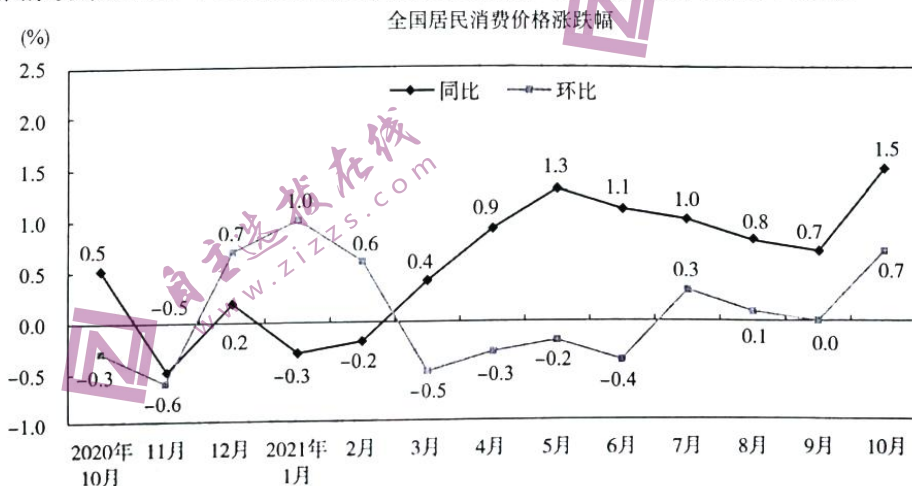
1. $(-1+\sqrt{3}i) \cdot i$ 的共轭复数为

- A. $-\sqrt{3}-i$ B. $-\sqrt{3}+i$ C. $\sqrt{3}-i$ D. $\sqrt{3}+i$

2. 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} \mid (x+3)(x-4) < 0\}$, 集合 $A = \{0, 1, 3\}$, $B = \{-1, 0, 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B =$

- A. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ B. $\{-1, 0, 2\}$
C. $\{-2, -1, 0, 2\}$ D. $\{-1, 2\}$

3. 下图是国家统计局 2021 年 11 月发布的全国居民消费价格的涨跌幅情况, 现有如下说法:



第 3 题图

数学试题(全国卷文科数学) 第 1 页(共 4 页)

版权声明:本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物,版权所有,盗版必究。

①2021年10月份,全国居民消费价格的同比和环比均呈现增涨趋势;

②2020年10月至2021年10月,全国居民消费价格同比增涨的月份个数是下跌的5倍;

③从2020年10月至2021年10月中任取1个月,全国居民消费价格的同比呈现增涨的概率为 $\frac{10}{13}$;

则上述说法正确的个数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 6x = -10$, 命题 $q: \forall x \in \mathbf{R}, \sin 2x + \cos 2x < \frac{3}{2}$, 则下列命题中为真命题的是

- A. $p \wedge q$ B. $p \vee \neg q$ C. $\neg p \wedge \neg q$ D. $\neg p \wedge q$

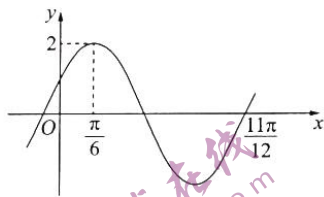
5. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 2, \\ 5x-2y \geq 0, \\ y+3 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=2x-5y$ 的最大值为

- A. 13 B. 25 C. 33 D. $-\frac{42}{7}$

6. 已知实数 a, b, c 满足 $1.5^a = 3, 1.5^b = 0.4, c = \frac{\log_1 16}{\log_2 e^2}$, 则

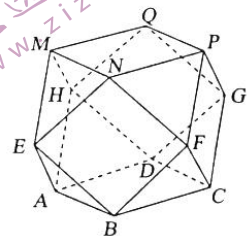
- A. $c > a > b$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $c > b > a$

7. 已知函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示; 将函数 $f(x)$ 图象的横坐标伸长到原来的6倍后, 再向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 在 () 上单调递减.



- A. $[-6\pi, -5\pi]$ B. $[2\pi, 4\pi]$
C. $[4\pi, 6\pi]$ D. $[-4\pi, -3\pi]$

8. 半正多面体(semiregular solid)亦称“阿基米德多面体”, 是由边数不全相同的正多边形围成的多面体, 体现了数学的对称美. 二十四等边体就是一种半正多面体, 是由正方体切截而成的, 它由八个正三角形和六个正方形构成(如图所示), 则二十四等边体的体积与其外接球体积之比为



第8题图

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{5\pi}$ B. $\frac{4\sqrt{2}}{8\pi}$
C. $\frac{5\sqrt{2}}{4\pi}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{5\pi}$

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 $A(0, 2b)$, 若点 P 在双曲线 C 上, 且 $\overrightarrow{F_2 P} = 4 \overrightarrow{F_2 A}$, 则双曲线 C 的渐近线方程为

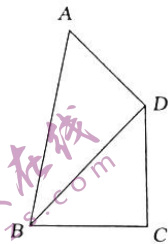
- A. $y = \pm \frac{\sqrt{11}}{2} x$ B. $y = \pm \frac{2\sqrt{14}}{3} x$
C. $y = \pm \frac{\sqrt{21}}{4} x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{21}}{2} x$

10. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AA_1 = 3AB = 12$, 点 M 是线段 BB_1 的中点, 点 N 是线段 DD_1 上靠近 D 的三等分点, 若正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 被过点 A_1, M, N 的平面所截, 则所得截面的周长为

- A. $10+8\sqrt{2}$ B. $10+7\sqrt{2}$ C. $9+8\sqrt{2}$ D. $9+7\sqrt{2}$
11. 我们可以将正整数 18 分解成两个正整数的乘积, 共有 $1 \times 18, 2 \times 9, 3 \times 6$ 这三种形式, 其中 3×6 是这三种分解中两数差的绝对值最小的一种, 称 3×6 为 18 的最佳分解; 当 $p \times q (p, q \in \mathbb{N}^*)$ 是正整数 n 的最佳分解时, 我们定义函数 $f^*(n) = |p - q|$, 例如 $f^*(18) = |6 - 3| = 3, f^*(6) = |2 - 3| = 1$; 基于上述事实, 下列说法错误的是
- A. $f^*(20) > f^*(16)$ B. 若 $f^*(n) = 3$, 则 n 的值可以是 154
- C. $\sum_{i=1}^n f^*(i) = 0$ D. $\sum_{i=1}^{10} f^*(2i-1) = 32$
12. 若关于 x 的不等式 $x \ln x + 4x \leq x^3 + ax^2 + 2$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为
- A. $[-1, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $[\frac{1}{e}, +\infty)$ D. $[e, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 调查显示, 某地区共享电动车的使用者中, 年龄在 50 岁以上的占 15%, 共 900 人, 年龄在 25-50 岁之间的有 4 500 人, 其余使用者的年龄均在 25 岁以下, 现按照分层抽样的方法在所有使用者中随机抽取 40 人, 调查他们对共享电动车的使用感受, 则年龄在 25 岁以下的用户抽取的人数为_____。
14. 已知向量 $a = (-2, 3), b = (3, -1)$, 则 $a + b$ 与 b 夹角的余弦值为_____。
15. 如图所示, 四边形 $ABCD$ 是由等腰直角三角形 BCD 以及直角三角形 ABD 拼接而成, 其中 $\angle ADB = \angle BCD = 90^\circ, \tan 2\angle ABD = \frac{4}{3}$, 若 $BC = 2$, 则 $\cos \angle ABD =$ _____, A 到 C 的距离为_____。
16. 已知点 $A(x_0, y_0)$ 在椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上, 其中 $x_0 > 0, y_0 > 0$, 直线 l 过点 A 且与椭圆 C 仅有 1 个公共点, 直线 l 与 x, y 轴分别交于点 $M(x_M, 0), N(0, y_M)$, 则当 $\triangle OMN$ 的面积最小时, 直线 l 的斜率为_____。



第 15 题图

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 5 小题, 每小题 12 分, 共 60 分。

17. (12 分)

研究显示, 越来越多的“996”上班族下班后通过慢跑强身健体, 慢跑属于一种有氧运动, 可以消耗人体大量热量, 坚持慢跑可以促进新陈代谢, 增加肺活量以及增强心脏功能, 提升人体免疫力, 因此深受青年人喜爱。下表是小明的同事小强本月前 7 次慢跑的时间情况; 由散点图可知, 小强的慢跑次数 x 和慢跑时间 y (单位: 分钟) 之间线性相关,

- (1) 求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 其中 \hat{b}, \hat{a} 使用分数形式表示;
- (2) 根据(1)中的运算结果预测小强第 9 次的慢跑时间。(运算结果保留 4 位有效数字)

次数 x	1	2	3	4	5	6	7
慢跑时间 y (单位: 分钟)	15	18	27	23	20	29	36

数学试题(全国卷文科数学) 第 3 页(共 4 页)

版权声明: 本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物, 版权所有, 盗版必究。

参考公式:在线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

18. (12分)

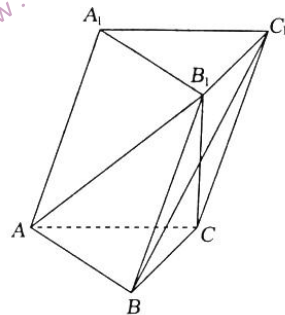
已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_5 = 25, a_2 + a_5 + a_{10} = 31$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式以及前 n 项和 S_n ;
- (2) 若 $b_n = a_{n+2} + 4^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分)

如图所示, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC = B_1C = \sqrt{2}, AB = 2, \angle BAC = 45^\circ$. 点 B_1 在平面 ABC 的射影为点 C .

- (1) 求证: $AC \perp BC_1$;
- (2) 若点 D 在平面 ABB_1A_1 上运动, 求 CD 的最小值.



第 19 题图

20. (12分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 过点 $(m, 0)$ 且斜率为 k 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点.

- (1) 当 $k = 2$ 且 $p = 2m$ 时, $|AB| = 15$, 求抛物线 C 的方程;
- (2) 已知横坐标为 $-\frac{p}{2}$ 的点 D 在直线 l 上, 若对任意正数 $m, \vec{FA} \cdot \vec{FB} = |FD|^2 \cdot \cos \angle AFB$ 恒成立, 求 k 的值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x \ln x + 1 - e^x$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 比较 $f(x)$ 与 $\sin x$ 的大小关系, 并说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha, \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 曲线 C_1 与 x 轴的正半轴交于点 A . 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 $C_2: \theta = \theta_0 (\rho > 0)$.

- (1) 求点 A 的坐标以及曲线 C_1 的极坐标方程;
- (2) 将曲线 C_1 向左平移一个单位后得到曲线 C_3 , 若 $\theta_0 = \frac{2\pi}{3}$, 点 B 为 C_2, C_3 的交点, 若直线 AB 与曲线 C_3 交于 B, D 两点, 求 $|AB| \cdot |AD|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |4x + a| - |4x + a^2|$.

- (1) 若 $a = 2$, 求不等式 $f(x) + \frac{1}{2}x < 1$ 的解集;
- (2) 若 $\exists x \in \mathbf{R}, \exists a \in [0, 2]$, 使得 $f(\frac{1}{2}x) > m$ 能成立, 求实数 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线