

秘密★启用前 【考试时间：7月5日 8:30—10:30】

昆明市 2022~2023 学年高一期末质量检测

数 学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位罝贴好条形码。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在复平面内， $(3+i)i$ 对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 \leq 0\}$ ， $B = \{-3, 1, 3, 5\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{-3, 1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{3, 5\}$ D. $\{1, 3\}$
3. 若 $\tan \alpha = 2$ ，则 $\cos^2 \alpha =$
A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$
4. 将一个棱长为 1 的正方体铁块磨制成一个球体零件，则可能制作的最大零件的体积为
A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}\pi}{6}$
5. 已知幂函数 $f(x)$ 为偶函数，且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，则 $f(x)$ 的解析式可以是
A. $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ B. $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ C. $f(x) = x^{-2}$ D. $f(x) = x^{-3}$
6. “ $ab > 0$ ” 是 “ $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$ ” 的
A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分又不必要条件

7. 已知圆锥的顶点为 P ，底面圆心为 O ， $PO=1$ ，底面半径为 2， M, N 是底面圆周上两点，且 $\angle MON = \frac{\pi}{3}$ ，则二面角 $P-MN-O$ 的大小为
- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$
8. 二战期间，为估计德军坦克的月生产能力，盟军请统计学家参与情报的收集和分析，统计学家从缴获的德军坦克中，随机抽取某月生产的坦克编号作为样本来估计坦克月生产量. 抽取的坦克编号从小到大依次为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，假设坦克的月生产量为 N ($N > x_n$)， x_i ($i=1, 2, \dots, n$) 将区间 $(0, N]$ 分成 $n+1$ 个小区间: $(0, x_1], (x_1, x_2], \dots, (x_{n-1}, x_n], (x_n, N]$ ，统计学家利用前 n 个区间的平均长度 $\frac{x_n}{n}$ 来估计所有 $n+1$ 个区间的平均长度，进而得到 N 的估计值. 若抽取的某月生产的坦克编号为 2, 13, 41, 75, 107, 118, 159, 194, 206, 230，则 N 的估计值为
- A. 236 B. 253 C. 360 D. 420

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 函数 $y = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ 图象上所有的点经过变换得到函数 $y = \sin 2x$ 的图象，这种变换可以是
- A. 向左平行移动 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位长度 B. 向左平行移动 $\frac{11\pi}{12}$ 个单位长度
- C. 向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 D. 向右平行移动 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
10. 高一某次数学考试中，某班学生原始成绩最高分为 100 分，最低分为 20 分，现将每个学生的原始分数 x 按 $y = ax + b$ (a, b 为常数， $a > 0$) 进行转换， y 是转换后的分数，转换后，全班最高分为 100 分，最低分为 60 分，则下列结论正确的是
- A. 转换后分数的众数的个数不变
- B. 转换后分数的标准差是原始分数标准差的 0.5 倍
- C. 转换后分数的平均数一定大于原始分数的平均数
- D. 转换后分数的中位数一定大于原始分数的中位数

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-2}, & x < 1, \\ 2^x - 2, & x \geq 1, \end{cases}$ 则下列结论正确的是

A. 函数 $y = f(x)$ 有两个零点

B. 函数 $y = f(x)$ 的值域是 $[-1, +\infty)$

C. 函数 $y = f(x+2)$ 的单调递减区间为 $(-\infty, 3)$

D. 不等式 $f(x) \leq 2$ 的解集为 $(-\infty, 2]$

12. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, P 为线段 AC_1 上的动点, 则下列结论正确的是

A. 平面 $A_1BD \parallel$ 平面 B_1CD_1

B. $BP \perp B_1C$

C. 直线 CD_1 与 BP 所成的角可以为直角

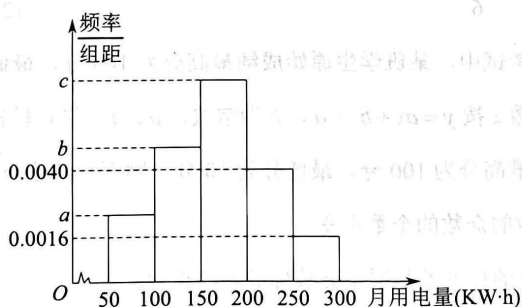
D. $P \in$ 平面 α , 且 $AC_1 \perp$ 平面 α , 则平面 α 截正方体所得截面面积的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若向量 a, b 满足 $|a| = |b| = 1$, $|a - b| = \sqrt{3}$, 则 a 与 b 的夹角为_____.

14. 已知函数 $f(x) = |\log_3 x|$ 的定义域为 $[\frac{1}{3}, m]$, 值域为 $[0, 1]$, 则满足要求的一个 m 的值为_____.

15. 从某地随机抽取 100 户居民进行月用电量调查, 每户居民的月用电量都在 50 KW·h 至 300 KW·h 之间, 分组后画出频率分布直方图如下, 则根据直方图估计该地居民月用电量的第 80 百分位数为_____.



16. 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$, $AB = AD = 2CD = 2$, P 为线段 BC 上的动点, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PD}$ 的最小值为_____.

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x \cos x + \sin^2 x - \cos^2 x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

18. (12 分)

新高考实行“3+1+2”选科模式，其中“3”为必考科目，语文、数学、外语所有学生必考；“1”为首选科目，从物理、历史中选择一科；“2”为再选科目，从化学、生物学、地理、思想政治中任选两科. 某大学的某专业要求首选科目为物理，再选科目中化学、生物学至少选一科.

(1) 从所有选科组合中随机选一种组合，并且每种组合被选到的可能性相等，求所选组合符合该大学某专业报考条件的概率;

(2) 甲、乙两位同学独立进行选科，求两人中至少有一人符合该大学某专业报考条件的概率.

19. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $\cos B = \frac{2\sqrt{7}}{7}$, 点 D 在线段 BC 上, $BD=\sqrt{7}$, AD 平分 $\angle BAC$.

(1) 求 $\angle BAC$;

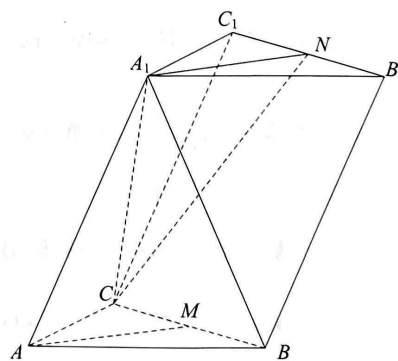
(2) 求 $\triangle ACD$ 的面积.

20. (12分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, M , N 分别为棱 BC , B_1C_1 的中点.

(1) 求证: $AM \parallel$ 平面 A_1CN ;

(2) 若平面 $ABC \perp$ 平面 AA_1B_1B , $AB=AC$, $A_1A=A_1B$, 点 E 满足 $\overrightarrow{CE} = \lambda \overrightarrow{EB}$, 且 $A_1E \perp B_1C_1$, 求实数 λ 的值.



21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x + x$ ($a > 0$).

(1) 判断 $f(x)$ 的单调性, 并证明;

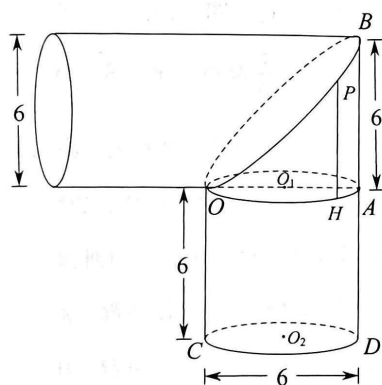
(2) 当 $x \geq 0$ 时, 不等式 $f(x) \geq \sqrt{e} + \ln \frac{\sqrt{e}}{a}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. (12 分)

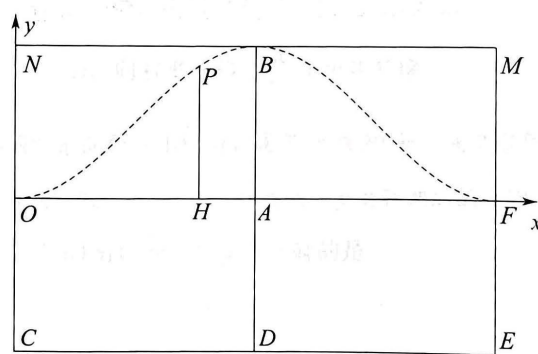
小乐所在的课外兴趣小组计划用纸板制作一个简易潜望镜模型 (图一), 该模型由两个相同的部件拼接粘连制成, 每个部件由长方形纸板 $NCEM$ (图二) 沿虚线裁剪后卷一周形成, 其中长方形 $OCEF$ 卷后为圆柱 O_1O_2 的侧面. 为准确画出裁剪曲线, 建立如图所示的以 O 为坐标原点的平面直角坐标系 (图二), 设 $P(x, y)$ 为裁剪曲线上的点, 作 $PH \perp x$ 轴, 垂足为 H .

(1) 设图二中线段 OH 卷后形成的圆弧 $\widehat{OH}$ (图一) 对应的圆心角为 θ (rad), 求 x 与 θ 的关系式;

(2) 求裁剪曲线 $y = f(x)$ 的解析式.



图一



图二

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线