

运城市 2022 - 2023 学年第二学期期末调研测试

高一数学试题

2023. 7

本试题满分 150 分,考试时间 120 分钟。答案一律写在答题卡上。

注意事项:

1. 答题前,考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,认真核对条形码上的姓名、准考证号,并将条形码粘贴在答题卡的指定位置上。
2. 答题时使用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔书写,字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号在各题的答题区域(黑色线框)内作答,超出答题区域书写的答案无效。
4. 保持卡面清洁,不折叠,不破损。

一、单选题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每个小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $(1+z)(1-i) = 2$ (i 为虚数单位),则复数 z 的虚部为
A. i B. $-i$ C. 1 D. -1
2. 已知向量 $a = (m, 1)$, $b = (4, m)$,若 a 与 b 方向相反,则 $|a - b| =$
A. $3\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. 5
3. 已知直线 l ,两个不同的平面 α, β ,下列命题正确的是
A. 若 $l \parallel \alpha, l \perp \beta$,则 $\alpha \perp \beta$ B. 若 $\alpha \perp \beta, l \perp \alpha$,则 $l \parallel \beta$
C. 若 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$,则 $\alpha \parallel \beta$ D. 若 $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha$,则 $l \perp \beta$
4. 设 A, B 是两个概率大于 0 的随机事件,则下列论述正确的是
A. 若事件 $A \subseteq B$,则 $P(A) < P(B)$
B. 若 A 和 B 互斥,则 A 和 B 一定相互独立
C. 若 A 和 B 相互独立,则 A 和 B 一定不互斥
D. $P(A) + P(B) \leq 1$
5. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0, 2\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}, |\overrightarrow{AO}| = |\overrightarrow{AB}|$,则 $\overrightarrow{CA}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 上的投影向量为
A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}\overrightarrow{BC}$ C. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}\overrightarrow{BC}$
6. 刻画空间的弯曲性是几何研究的重要内容,用曲率刻画空间弯曲性,规定:多面体顶点的曲率等于 2π 与多面体在该点的面角和的差(多面体的面的内角叫做多面体的面角,角用弧度制表示),多面体面上非顶点的曲率均为零,多面体的总曲率等于该多面体各顶点的曲率之和. 则正八面体(八个面均为正三角形)的总曲率为
A. 2π B. 4π C. 6π D. 8π

高一数学试题 第 1 页(共 4 页)

7. 中央广播电视总台《2023 年春节联欢晚会》以温暖人心的精品节目、亮点满满的技术创新、美轮美奂的舞美效果为全球华人送上了一道红红火火的文化大餐. 某机构随机调查了 18 位观众对 2023 年春晚节目的满意度评分情况, 得到如下数据: $a, 60, 70, 70, 72, 73, 74, 74, 75, 76, 77, 79, 80, 83, 85, 87, 93, 100$. 若 a 恰好是这组数据的上四分位数, 则 a 的值不可能为

A. 83 B. 84 C. 85 D. 86

8. 已知 $\triangle ABC$ 中, $2\vec{AC} \cdot (\vec{AB} - \vec{BC}) = \vec{CB} \cdot (\vec{CA} - \vec{AB})$, 则 $\tan C$ 的最大值是

A. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{14}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设复数 z 满足 $\frac{z}{1-i} = i^5$ (i 为虚数单位), 则

A. z 为纯虚数 B. z 的共轭复数为 $1-i$
C. 复数 z 在复平面内对应的点位于第一象限 D. 复数 $z+a$ ($a \in \mathbf{R}$) 的模的最小值为 1

10. 下列叙述中, 正确的是

A. 某班有 40 名学生, 若采用简单随机抽样从中抽取 4 人代表本班参加社区活动, 那么学号为 04 的学生被抽到的可能性为 40%
B. 某大学为了解在校本科生对参加某项社会实践活动的意向, 采用分层随机抽样的方法从该校四个年级的本科生中抽取一个容量为 500 的样本进行调查. 已知该校一、二、三、四年级本科生人数之比为 $8:5:4:k$, 若从四年级中抽取 75 名学生, 则 $k=3$
C. 四名同学各掷骰子 5 次, 分别记录每次骰子出现的点数, 得到四组数据, 若某组数据的平均数为 2, 方差为 2.4, 则这组数据可能出现 6
D. 一组数据按从小到大的顺序排列为 $1, 4, 4, x, 7, 8$ (其中 $x \neq 7$), 若该组数据的中位数是众数的 $\frac{5}{4}$ 倍, 则该组数据的平均数是 5

11. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , O 为 $\triangle ABC$ 的外心, $b=4, c=5$, $\triangle ABC$ 的面积 S 满足 $(b+c)^2 - a^2 = 4\sqrt{3}S$. 若 $\vec{AO} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AC}$, 则下列结论正确的是

A. $A = \frac{\pi}{3}$ B. $S = 10\sqrt{3}$ C. $\lambda + \mu = \frac{13}{20}$ D. $\vec{AO} \cdot \vec{BC} = \frac{9}{2}$

12. 如图 1, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, E, F, G 分别为 BC, CD, BE 的中点, 沿 AE, AF 及 EF 把这个正方形折成一个四面体, 使得 B, C, D 三点重合于 S , 得到四面体 $S-AEF$ (如图 2). 下列结论正确的是

A. 顶点 S 在面 AEF 上的射影为 $\triangle AEF$ 的重心
B. SA 与面 AEF 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$
C. 二面角 $S-EF-A$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$

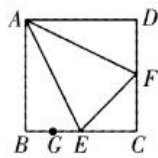


图1

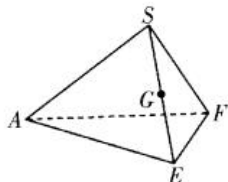


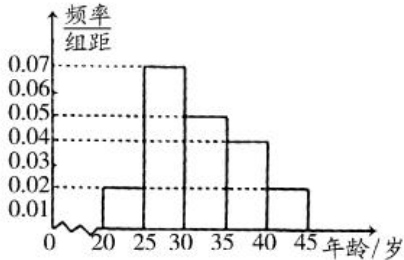
图2

D. 过点 G 的平面截四面体 $S-AEF$ 的外接球所得截面圆的面积的取值范围是 $\left[\frac{1}{4}\pi, \frac{3}{2}\pi\right]$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知复数 z 满足 $\frac{\bar{z}}{1-i} = 1+2i$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ _____.
14. S 为等边三角形 ABC 所在平面外一点, 且 $SA = SB = SC = AB$, E, F 分别为 SC, AB 的中点, 则异面直线 EF 与 AC 所成角的大小为 _____.
15. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 4, AA_1 = 3$, E, F, G 分别是棱 AB, BC, CC_1 的中点, P 是底面 $ABCD$ 内一动点, 满足 $D_1P \parallel$ 平面 EFG , 当 BP 最短时, 三棱锥 $A-BB_1P$ 外接球的体积是 _____.
16. 甲、乙两人下围棋, 若甲执黑子先下, 则甲胜的概率为 $\frac{1}{3}$; 若乙执黑子先下, 则乙胜的概率为 $\frac{1}{2}$. 假定每局之间相互独立且无平局, 第二局由上一局负者先下, 若甲、乙比赛两局, 第一局甲、乙执黑子先下是等可能的, 则甲、乙各胜一局的概率为 _____.

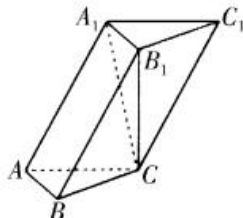
四、解答题:本题共 6 小题,第 17 小题 10 分,其余小题每题 12 分,共 70 分. 解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知 O 为坐标原点, $\vec{OC} = (4, 2), \vec{OA} = (1, 7), \vec{OB} = (5, 1)$.
- (1) 求 $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.
18. (12 分) 在 ① 向量 $\vec{m} = (-\sqrt{3}\cos A, a)$ 与向量 $\vec{n} = (c, \sin C)$ 垂直, ② $\sqrt{3}\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2S_{\triangle ABC}$, ③ $(c-b)\sin C = a\sin A - b\sin B$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面题目横线上, 并完成解答.
- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 _____.
- (1) 求角 A ;
- (2) 若 $a = 3, \sin B = 2\sin C$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.
- (注: 若选多个条件作答, 则按第一个计分)
19. (12 分) 2022 年 2 月 4 日, 第 24 届冬季奥林匹克运动会开幕式在北京国家体育场(鸟巢)举行, 某调研机构为了了解人们对“奥运会”相关知识的认知程度, 针对本市不同年龄和不同职业的人举办了一次“奥运会”知识竞赛, 满分 100 分(95 分及以上为认知程度高), 结果认知程度高的有 m 人, 按年龄分成 5 组, 其中第一组 $[20, 25)$, 第二组 $[25, 30)$, 第三组 $[30, 35)$, 第四组 $[35, 40)$, 第五组 $[40, 45]$, 得到如图所示的频率分布直方图, 已知第一组有 10 人.
- 
- (1) 根据频率分布直方图, 估计这 m 人的平均年龄;
- (2) 现从以上各组中用分层随机抽样的方法选取 20 人, 担任本市的“奥运会”宣传使者.
- (i) 若有甲(年龄 38), 乙(年龄 40) 两人已确定人选, 现计划从第四组和第五组被抽到的使者中, 再随机抽取 2 名作为组长, 求甲、乙两人至少有一人被选上的概率;

(ii) 若第四组宣传使者的年龄的平均数与方差分别为 36 和 $\frac{5}{2}$, 第五组宣传使者的年龄的平均数与方差分别为 42 和 1, 据此估计这 m 人中 35 ~ 45 岁所有人的年龄的方差.

20. (12 分) 如图所示, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC$, $AB = BC = 1$, $BB_1 = 2$, $B_1C = \sqrt{3}$.

- (1) 证明: $BC \perp A_1C$;
(2) 若 $A_1C = 2$, 求三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积.



21. (12 分) 桌状山是一种山顶水平如书桌, 四面绝壁临空的地质奇观. 位于我国四川的瓦屋山是世界第二大的桌状山, 其与峨眉山并称蜀中二绝. 苏轼曾有诗云: “瓦屋寒堆春后雪, 峨眉翠扫雨余天” 某地有一座类似瓦屋山的桌状山可以简化看作如图 1 所示的圆台, 图中 AB 为圆台上底面的一条东西方向上的直径, 某人从 M 点出发沿一条东西方向上的笔直公路自东向西以 $30\sqrt{3}$ km/h 的速度前进, 6 分钟后到达 N 点. 在 M 点时测得 A 点位于北偏西 45° 方向上, B 点位于北偏西 15° 方向上; 在 N 点时测得 A 点位于北偏东 15° 方向上, B 点位于北偏东 45° 方向上, 且在 N 点时观测 A 的仰角的正切值为 $\frac{\sqrt{2}}{15}$. 设 A 点在地表水平面上的正投影为 A' , B 点在地表水平面上的正投影为 B' , A', B', M, N 在地表水平面上的分布如图 2 所示.

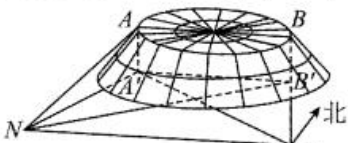


图1

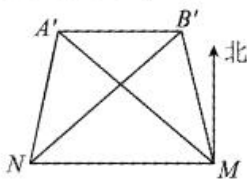
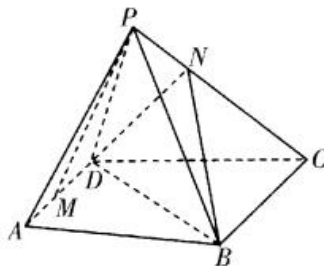


图2

(1) 该山的高度为多少千米?
(2) 已知该山的下底面圆的半径为 1.8 km, 当该山被冰雪完全覆盖时, 冰雪的覆盖面积为多少平方千米?

22. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $\triangle PBC$ 为正三角形, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 90^\circ$, $AD = CD = 3$, $BC = 4$, 点 M, N 分别在线段 AD 和 PC 上, $\frac{DM}{AM} = \frac{CN}{PN} = 2$.

- (1) 求证: $PM \parallel$ 平面 BDN ;
(2) 设二面角 $P - BC - A$ 的大小为 θ , 若 $\tan \theta = \sqrt{2}$, 求直线 BD 和平面 PAD 所成角的正弦值.



命题人: 康杰中学 段春红
运城中学 吕莹

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线