蓉城名校联盟 2021～2022 学年度上期高中 2019 级入学联考

理科数学

注意事项：

1.答题前，考生务必在答题卡上将自己的学校、姓名、班级、准考证号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚，考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“条形码粘贴处”。

2.选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3.考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x-4\le 0\}$，集合 $B=\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{x\mid 0<x\le 4\}$　　B．$\{x\mid 0\le x\le 4\}$　　C．$\{x\mid 0\le x<4\}$　　D．ϕ

2．已知复数 z 满足 $z(1+i)=4i$，则在复平面内 z 对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知点 $P(-2,-1)$ 为角 θ 的终边上的一点，则 $\sin\theta=$

A．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

4．命题“若 $x>0$，则 $e^x>1$”的否命题是

A．若 $x>0$，则 $e^x\le 1$　　B．若 $x\ge 0$，则 $e^x\le 1$

C．若 $x\le 0$，则 $e^x>1$　　D．若 $x\le 0$，则 $e^x\le 1$

5．已知 $(\sqrt{x}-\dfrac{1}{x})^n$ 展开式各项的二项式系数之和为 512，则展开式中的常数项是

A．84　　B．-84　　C．126　　D．-126

6．已知 m，$n\in\mathbf{R}$，且 $m+\dfrac{n}{2}=1$，则 9^m+3^n 的最小值为

A．4　　B．6　　C．8　　D．9

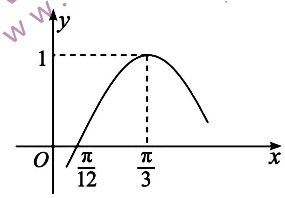
7．在△ABC 中，a，b，c 分别为角 A，B，C 的对边，$A=\dfrac{\pi}{3}$，$b+c=2a$，△ABC 的面积为 $2\sqrt{3}$，则△ABC 的周长为

A．6　　B．8　　C．$6\sqrt{2}$　　D．$6\sqrt{3}$

8．某一天的课程表要排入语文、数学、英语、物理、化学、生物六门课，如果数学只能排在第一节或者最后一节，物理和化学必须排在相邻的两节，则共有（　　）种不同的排法．

A．24　　　　B．144　　　　C．48　　　　D．96

9．把函数 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，已知函数 $g(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，则 $f(x)=$



A．$\sin(4x+\dfrac{\pi}{3})$　　　　B．$\sin(4x+\dfrac{\pi}{6})$　　　　C．$\sin(x+\dfrac{\pi}{6})$　　　　D．$\sin(x+\dfrac{\pi}{3})$

10．已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_3 x|, x>0\\ 3^x, x\le 0\end{cases}$，若函数 $g(x)=[f(x)]^2-(m+2)f(x)+2m$ 恰好有 5 个不同的零点，则实数 m 的取值范围是

A．$(0,1]$　　　　B．$(0,1)$　　　　C．$[1,+\infty)$　　　　D．$(1,+\infty)$

11．已知在三棱锥 $P-ABC$ 中，侧棱 $PA\perp$ 平面 ABC，$PA=3$，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$，$AC=2$，则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为

A．13π　　　　B．12π　　　　C．9π　　　　D．8π

12．已知函数 $f(x)=-2x\cos x+\dfrac{1}{2}(a+1)x^3$，对于任意的 x_1，$x_2\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，且 $x_1<x_2$ 都有 $x_2 f(x_1)-x_1 f(x_2)>0$ 成立，则实数 a 的取值范围是

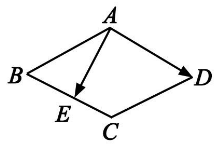
A．$(-\infty,-3]$　　　　B．$(-\infty,3)$　　　　C．$(-\infty,-1)$　　　　D．$(-\infty,-1]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．从编号 $1,2,3,\cdots,99$ 的 99 个零件中，抽取一个样本容量为 11 的样本，按系统抽样的方法分为 11 组，若第一组中抽取的零件编号为 3，则第三组中抽取的零件编号为_______．

14．已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x+1}{x}$，则函数 $f(x)$ 的极大值为_______．

15．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{3}$，$\angle ABC=60^\circ$，点 E 是 BC 上的一点，已知 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AD}=-2$，则线段 BE 的长为_______．



16．已知点 M 是椭圆 $\dfrac{y^2}{25}+\dfrac{x^2}{16}=1$ 上的一动点，点 T 的坐标为 $(0,-1)$，点 N 满足 $|NT|=1$，且 $\angle MNT=90^\circ$，则 $|MN|$ 的最小值是_______．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

已知等比数列$\{a_n\}$的各项都为正数，$a_4-3a_2=4$，$a_3=8$．

（1）求a_n；

（2）若$b_n=\log_2 a_n+\log_2 a_{n+1}+\log_2 a_{n+2}+\cdots+\log_2 a_{2n}$，求数列$\{\frac{1}{b_n}\}$的前$n$项和$S_n$．

18．（12 分）

随着我国人民生活水平的提高，汽车成了许多家庭的生活必须品，拥有汽车的家庭生活质量得到极大提高．但是，汽车的大量增加也增大了交通压力，堵车的情况日益严重，交通事故也大量增加．根据调查，交通事故中九成以上都有违反交通法的情况，可见，交通参与人违法是发生交通事故的最主要原因．作为机动车驾驶员，遵守交通法是基本要求，也是公民素质的体现．但是，不严格遵守交通法的驾驶员不在少数．例如，《道路交通安全法》第 47 条规定："机动车行经人行横道（斑马线）时，应当减速行驶；遇行人正在通过人行横道，应当停车让行。"，对于机动车驾驶员驾车经过斑马线时是否严格遵守这一规定，有关部门抽样调查了 100 名经常开车的驾驶员，统计结果如下表所示：

选项	严格遵守交通法第 47 条规定	不严格遵守交通法第 47 条规定（不减速、有行人时只减速不停车、有行人时抢先通过等）
人数	32	68

这 100 人每人年均交通违法记录（电子眼抓拍、交警抓住等）次数统计如下表所示：

违法次数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数	12	16	30	12	10	6	4	4	3	2	1

已知严格遵守交通法第 47 条规定的人中有 28 人的年均交通违法记录不超过 3 次．

（1）完成下面的2×2列联表，并通过计算说明，是否有超过 99%的把握认为机动车驾驶员年均交通违法记录超过 3 次与不严格遵守交通法第 47 条规定有关？

	严格遵守交通法第 47 条规定	不严格遵守交通法第 47 条规定	合计
年均交通违法记录不超过 3 次			
年均交通违法记录超过 3 次			
合计			

（2）若从年均交通违法记录次数不少于 7 次的 10 人中随机抽出 4 人做进一步调查，求这 4 人中年均交通违法记录为 8 次的人数不少于 2 人的概率．

参考公式及数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

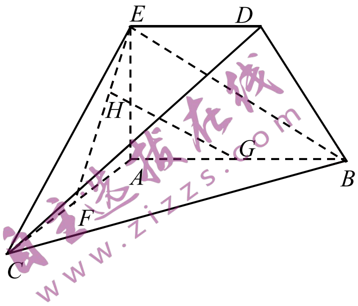
$P(K^2\geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.076	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19．（12 分）

如图，在四棱锥 $C-ABDE$ 中，$AB \perp AE$，$DE \perp AE$，$AB \perp AC$，$AB = AC = 2$，$AE = ED = 1$．

（1）若 F 为 AC 中点，G 为 AB 中点，$H \in EF$，求证：$HG//$ 平面 BCD；

（2）若平面 $ABDE \perp$ 平面 ABC，求二面角 $E-BC-D$ 的余弦值．

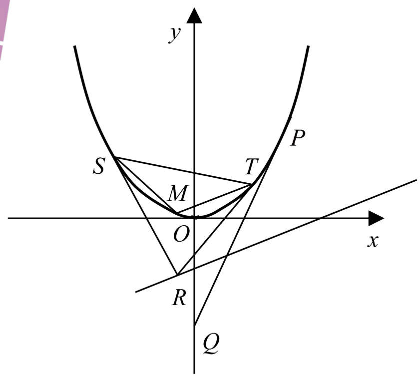


20．（12 分）

如图，过抛物线 $x^2 = y$ 上任意一点 P（不是顶点）作切线 l，l 交 y 轴于点 Q．

（1）求证：线段 PQ 的中垂线过定点；

（2）过直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 上任意一点 R 作抛物线 $x^2 = y$ 的两条切线，切点分别为 S、T，M 为抛物线上 S、T 之间到直线 ST 的距离最大的点，求 $\triangle MST$ 面积的最小值．



21．（12 分）

已知函数 $f(x) = -2xe^x + a(\frac{1}{3}x^3 + x^2 + x) + \frac{1}{3e}$，$a \in \mathbf{R}$，$e$ 为自然对数的底数，$e = 2.71\cdots$．

（1）若 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 内为减函数，求 a 的取值范围；

（2）若 $a = e$，判断函数 $f(x)$ 的零点个数，并说明理由．

（二）选考题：共 10 分。请考生在 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4t \end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 6\cos\theta (0 \le \theta \le \frac{\pi}{2})$．

（1）求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）求曲线 C 上的点到直线 l 的距离的最大值和最小值．

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x) = |2x - 2| + |2x + 3|$．

（1）解不等式 $f(x) + |x - 1| \le 10$；

（2）若 $f(x)$ 的最小值为 t，$a + 3b = t$，求 $a^2 + b^2$ 的最小值．