

2022—2023 学年高三考前定位考试 文科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x \geq 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 2\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\{-2, -1, 0\}$
 - B. $\{-1, 0\}$
 - C. $\{-2, -1, 2\}$
 - D. $\{0, 2\}$
2. 复数 $z = \frac{3+2i}{1-i}$ 在复平面内对应的点位于
 - A. 第一象限
 - B. 第二象限
 - C. 第三象限
 - D. 第四象限
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & 0 < x < 1, \\ 4^{x-1}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $f(f(1)) =$
 - A. -4
 - B. -2
 - C. 2
 - D. 4
4. 现有 300 名老年人, 500 名中年人, 400 名青年人, 从中按比例用分层随机抽样的方法抽取 n 人, 若抽取的老年人与青年人共 21 名, 则 n 的值为
 - A. 15
 - B. 30
 - C. 32
 - D. 36
5. 将函数 $f(x)$ 的图象上所有点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 然后横坐标伸长为原来的 2 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g = \sin x$ 的图象, 则 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 上的值域为
 - A. $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$
 - B. $[\frac{1}{2}, 1]$
 - C. $[\frac{1}{2}, 1]$
 - D. $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$
6. 已知向量 $a = (2, 1)$, $b = (x, 2)$, 若 $(a+3b) \parallel (a-b)$, 则实数 $x =$
 - A. 5
 - B. 4
 - C. 3
 - D. 2

7. 某学校对班级管理实行量化打分, 每周一总结, 若一个班连续 5 周的量化打分不低于 80 分, 则为优秀班级, 下列能断定该班为优秀班级的是
- A. 某班连续 5 周量化打分的平均数为 83, 中位数为 81
 B. 某班连续 5 周量化打分的平均数为 83, 方差大于 0
 C. 某班连续 5 周量化打分的中位数为 81, 众数为 83
 D. 某班连续 5 周量化打分的平均数为 83, 方差为 1
8. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB=4$, $AC=4$, $BC=4\sqrt{2}$, $PA=6$, D 为 PB 的中点, 则异面直线 AD 与 PC 所成角的余弦值为
- A. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{5}{14}$ D. $\frac{9}{13}$
9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -ax^2, & x < a, \\ -(x-2)^2, & x \geq a \end{cases}$ 的最大值为 0, 则实数 a 的取值范围为
- A. $[0, 2]$ B. $[0, 4]$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[0, 2)$
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\sin A = \sin B \cos C$ 且 $c = 2\sqrt{3}$, $A = \frac{\pi}{6}$, 则 $\frac{c+a}{\sin C + \sin A}$
- A. $8\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 8 D. 4
11. 已知函数 $f(x) = k|x|$, $g(x) = \frac{1e^x - 1}{2e^x}$, 若方程 $f(x) = g(x)$ 有两个实根, 且两实根之和小于 0, 则实数 k 的取值范围是
- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 2)$ C. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$
12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , M, N, P 是双曲线 C 上的点, 其中线段 MN 的中点恰为坐标原点 O , 且点 M 在第一象限, 若 $\vec{NP} = 3\vec{NF}$, $\angle OFM = \angle OMF$, 则双曲线 C 的渐近线方程为
- A. $y = \pm \frac{4}{3}x$ B. $y = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}x$ C. $y = \pm \frac{3\sqrt{2}}{4}x$ D. $y = \pm \frac{3}{4}x$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 十九世纪初, 我国数学家董祐诚在研究椭圆求周长时曾说: “椭圆求周尚无其术, 秀水朱先生鸿为言圆柱斜割成椭圆, 是可以勾股形求之.” 也就是说可以通过斜截圆柱法得到椭圆. 若用一个与圆柱底面成 60° 的平面截该圆柱, 则截得的椭圆的离心率为 _____.
14. 若 $(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2})^2 + \sqrt{3} \cos \alpha = \frac{5}{2}$, 则 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) =$ _____.
15. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{\ln(e^x + 1) - ax}$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 则实数 $a =$ _____.

16. 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 1, AA_1 = 3$, 点 M 在棱 BB_1 上, $BD_1 \perp$ 平面 ACM , 则三棱锥 $B - ACM$ 的外接球的表面积为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17 - 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 8a_1$, 且 $\frac{1}{2}a_2, a_3 - 4, a_4 - 12$ 成等差数列.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = \log_{\sqrt{2}} a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求满足 $T_n \geq 70$ 的 n 的最小值.

18. (12 分)

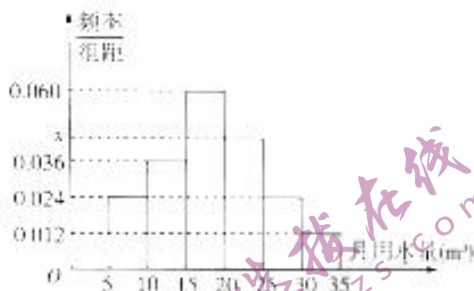
为保护水资源, 节约用水, 某市对居民生活用水实行“阶梯水价”. 从该市随机抽取 100 户居民进行月用水量调查, 发现每户月用水量都在 5 m^3 至 35 m^3 之间, 其频率分布直方图如图所示.

(I) 求 x 的值.

(II) 估计这 100 户居民月用水量的中位数. (结果精确到 0.1)

(III) 该市每户的月用水量计费方法: 每户月用水量不超过 12 m^3 时按照 3 元/ m^3 计费; 超过 12 m^3 但不超过 20 m^3 的部分按照 5 元/ m^3 计费; 超过 20 m^3 的部分按照 8 元/ m^3 计费.

把这 100 户居民月用水量的平均数作为该市居民每月用水量的平均数, 估计该市平均每户居民月缴水费的金额. (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)
参考数据: $7.5 \times 0.12 + 12.5 \times 0.18 + 17.5 \times 0.3 + 27.5 \times 0.12 + 32.5 \times 0.06 = 13.65$.

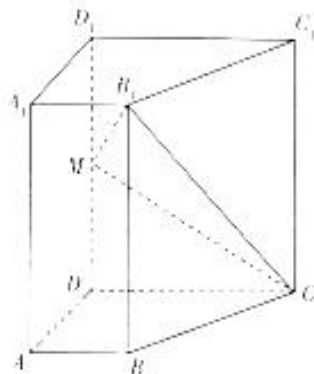


19. (12 分)

如图所示, 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB \parallel CD, AB \perp AD$, 且 $AB = AD = 1, CD = 2, M$ 是 DD_1 的中点.

(I) 证明: $BC \perp B_1M$;

(II) 若 $B_1M \perp CM$, 求四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = (x-1)e^x + ax^2$.

(I) 若 $a < -\frac{1}{2}$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq \frac{2}{3}x^3 + ae^x + 4a$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分)

已知抛物线 C 的顶点在坐标原点, 焦点在 y 轴的正半轴上, 圆 $x^2 + (y-1)^2 = 1$ 经过抛物线 C 的焦点.

(I) 求 C 的方程;

(II) 若直线 $l: mx + y - 4 = 0$ 与抛物线 C 相交于 A, B 两点, 过 A, B 两点分别作抛物线 C 的切线, 两条切线相交于点 P , 求 $\triangle ABP$ 面积的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \theta, \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 过点

$M(1, 0)$, 且倾斜角为 α . 选修学习公众号

(I) 若 l 经过 C 上纵坐标最大的点, 求 l 的参数方程;

(II) 若 l 与 C 交于 A, B 两点, 且 $||MA| - |MB|| = \frac{2}{5}$, 求 $\cos \alpha$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-1| + |x+2|$.

(I) 求不等式 $f(x) < x$ 的解集;

(II) 已知 a, b 为正实数, 证明: 关于 x 的不等式 $f(x) \geq \frac{2\sqrt{a} + 2\sqrt{b} - 2}{a+b}$ 的解集为 \mathbf{R} .



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线