

# 第34届北京市高中力学竞赛预赛试卷

(首师大附中杯)

(全卷满分150分)

2021年5月9日(星期日)上午9:00—11:00

| 题号  | 一 | 二 | 三  |    |    |    | 总分 |
|-----|---|---|----|----|----|----|----|
|     |   |   | 20 | 21 | 22 | 23 |    |
| 分数  |   |   |    |    |    |    |    |
| 阅卷人 |   |   |    |    |    |    |    |
| 复核人 |   |   |    |    |    |    |    |

|    |
|----|
| 得分 |
|    |

一、选择题(共44分,每小题4分)下列每小题均有四个备选答案,至少有一个答案是正确的,请把所选答案前的字母填在下面对应的答案表内。每小题全选对的得4分,选对但不全的得2分,错选或不答的均得0分。

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 答案 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |

1. 学习科学家关于物体运动的研究对树立正确的自然观具有重要作用。下列说法符合历史事实的是

- A. 亚里士多德认为,必须有力作用在物体上,物体的运动状态才会改变
- B. 伽利略通过“理想实验”得出结论:原来运动的物体,如果不受其它物体的作用,它将永远运动下去
- C. 笛卡儿指出:如果运动中的物体没有受到其它物体的作用,它将继续以同一速度沿同一直线运动,既不停下来也不偏离原来的方向
- D. 牛顿认为物体具有保持原来匀速直线运动状态或静止状态的性质

2. 如图1所示,两物体A、B叠放在一起,靠着竖直粗糙墙面,它们的质量分别为 $m_A$ 、 $m_B$ ,且 $m_A > m_B$ 。将它们由静止释放,一起沿墙面向下落。图2是物体B在下落过程中的受力示意图,其中 $m_B g$ 为B物体受到的重力, $F_N$ 为B物体受到的压力, $F_f$ 为B物体受到的摩擦力。其中正确的是

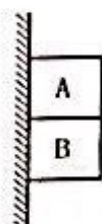
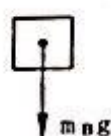
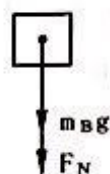


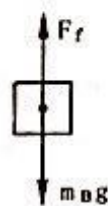
图1



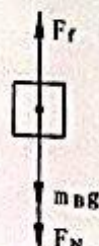
A.



B.



C.



D.

图2

3. 物块静止在粗糙水平桌面上。从某时刻开始, 物块受到一个方向不变的水平拉力作用。假设物块与桌面间的最大静摩擦力等于滑动摩擦力。以  $a$  表示物块加速度的大小,  $F$  表示水平拉力的大小。则在图 3 中能正确描述  $F$  与  $a$  之间关系的图像是

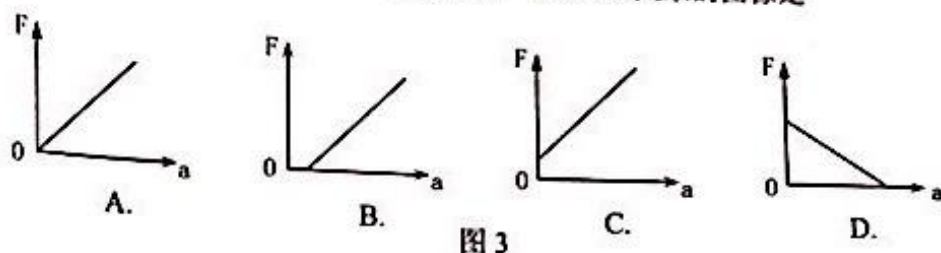


图 3

4. 如图 4 所示, 甲、乙两人在可视为光滑的水平冰面上进行“趣味拔河”比赛, 两人的中间位置处有一分界线, 约定先使对方越过分界线者为赢。若甲的质量大于乙的质量, 绳子的质量不计, 则以下说法正确的是

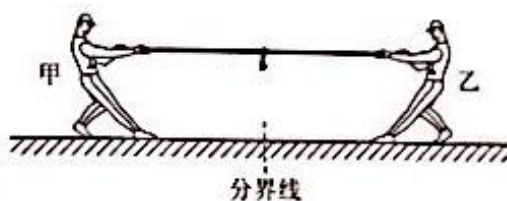


图 4

- A. 甲一定能赢得“拔河”比赛的胜利
- B. 乙一定能赢得“拔河”比赛的胜利
- C. 甲对绳子的拉力一定大于乙对绳子的拉力
- D. 甲对绳子的拉力一定小于乙对绳子的拉力

5. 如图 5 所示, 物体在水平力  $F$  的作用下, 静止在倾角为  $\alpha$  的斜面上。关于物体受到斜面的静摩擦力, 下列说法中正确的是

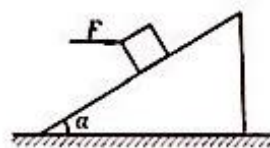


图 5

- A. 力  $F$  越大, 静摩擦力一定越大
- B. 力  $F$  越大, 静摩擦力一定越小
- C. 静摩擦力一定为零
- D. 静摩擦力可能为零

6. 在地球周围有许多人造地球卫星绕着它运转, 其中一些卫星的轨道近似为圆。由于受到稀薄气体阻力的作用, 这些卫星轨道半径逐渐缓慢地变小。则下列判断正确的是

- A. 卫星的动能逐渐减小
- B. 由于地球引力做正功, 引力势能一定减小
- C. 由于气体阻力做负功, 地球引力做正功, 机械能保持不变
- D. 卫星克服气体阻力做的功小于引力势能的减小量

7. 机枪每分钟可以射出 900 颗子弹, 每颗子弹的质量为 20g, 若子弹射出枪口时的速度大小为 800m/s, 则射击时机枪受到的平均反冲力大小为

- A. 2400N
- B. 240N
- C. 2.94N
- D. 0.16N

8. 图 6 中, 位于水平面上的物体在水平恒力  $F_1$  作用下, 做速度为  $v_1$  的匀速直线运动; 若作用力变为斜向上的恒力  $F_2$ , 物体做速度为  $v_2$  的匀速直线运动, 且  $F_1$  与  $F_2$  对物体做功的功率相同, 则



图 6



- A. 若  $F_2 = F_1$ , 则可能有  $v_1 > v_2$
- B. 若  $F_2 = F_1$ , 则  $v_1 < v_2$
- C. 若  $F_2 > F_1$ , 则可能有  $v_1 > v_2$
- D. 若  $F_2 < F_1$ , 则  $v_1 < v_2$

9. 质点做匀变速曲线运动, 其轨迹如图 7 所示, 已知质点运动到最低点  $D$  时速度方向与加速度方向恰好互相垂直, 则下列说法中正确的是

- A. 质点经过  $C$  点的速率一定比经过  $D$  点的速率大
- B. 物体所受的合外力不断变化
- C. 质点经过  $D$  点时的动能比经过  $B$  点的动能大
- D. 若质点从  $B$  运动到  $E$ , 则此过程中合外力先做负功后

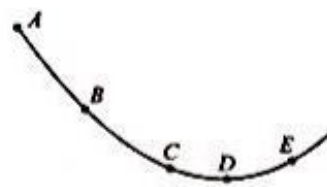
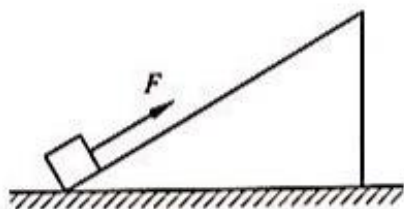


图 7

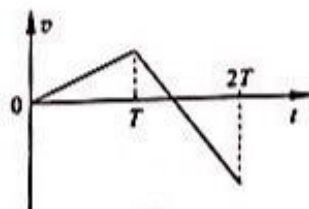
做正功

10. 如图 8 甲所示, 小物块在力  $F$  的作用下由静止开始沿光滑斜面向上运动 (斜面足够长),  $0 \sim T$  秒内, 力  $F$  做功为  $W$ ,  $T$  秒末撤去力  $F$ . 已知该物块从零时刻出发, 在  $2T$  时刻恰好返回出发点, 其  $v-t$  图像如图 8 乙所示. 则下列说法正确的是

- A. 物块在  $0 \sim T$  与  $T \sim 2T$  时间内的位移相同
- B. 物块在  $1.5T$  时离出发点最远
- C. 物块返回出发点时动能为  $W$
- D.  $0 \sim T$  与  $T \sim 2T$  时间内的加速度大小之比为  $1:3$



甲



乙

图 8

11. 静止在光滑水平面上的物体, 受到水平外力  $F$  作用,  $F$  随时间  $t$  按正弦规律变化, 如图 9 所示,  $t_1$  到  $t_8$  为依次将一个周期分为八等份的时间点, 则下列说法正确的是

- A. 物体在外力  $F$  的作用下做往复运动
- B. 外力  $F$  在  $t_2$  到  $t_6$  时间内对物体做负功
- C. 在  $t_4$  到  $t_7$  时间内物体的速度始终在减小, 且方向不变
- D. 物体在  $t_3$  到  $t_5$  时间内的位移大小一定大于  $t_4$  到  $t_6$  时间内的位移大小

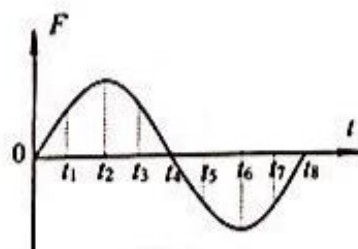


图 9

二、填空题(共40分,每小题5分)把答案填在题中的横线上,或按题目要求作图。

12. 从地面上方同一位置分别水平抛出两个质量分别为  $m$  和  $2m$  的小物体,抛出速度大小分别为  $2v$  和  $v$ ,不计空气阻力,它们落地时重力做功的瞬时功率\_\_\_\_\_ (填“相同”或“不相同”);从抛出到落地速度的增量\_\_\_\_\_ (填“相同”或“不相同”)。

13. 质点做直线运动,其位移-时间图像如图10所示。质点在  $0 \sim 20\text{s}$  内的平均速度大小为\_\_\_\_\_  $\text{m/s}$ ;质点在\_\_\_\_\_时刻附近的瞬时速度最大。

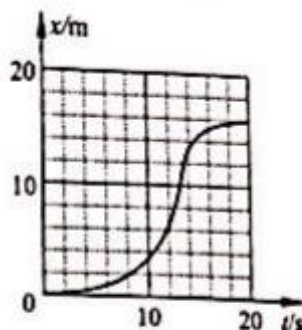


图10

14. 一行星绕恒星作圆周运动,由天文观测可得,其运动周期为  $T$ ,速率为  $v$ ,引力常量为  $G$ ,则恒星质量  $M =$  \_\_\_\_\_;行星运动的加速度大小  $a =$  \_\_\_\_\_。

15. 以不同初速度将  $A$ 、 $B$  两个物体同时竖直向上抛出并开始计时,已知  $v_{A0} > v_{B0}$ ,物体  $A$  所受空气阻力可忽略,物体  $B$  所受空气阻力大小与物体速率成正比。在如图11所示的坐标系中,分别画出两物体的  $v-t$  图像的示意图。

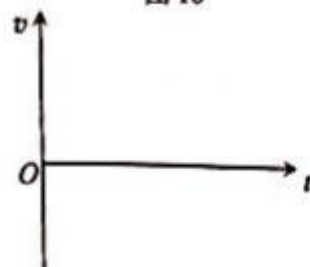


图11

16. 设地球自转周期为  $T$ ,质量为  $M$ ,引力常量为  $G$ ,假设地球可视为质量均匀分布的球体,半径为  $R$ ,同一物体在两极和赤道水平面上相对地面静止时所受到的支持力之比为 \_\_\_\_\_。

17. 如图12所示,小张同学想利用数码相机结合传统的平抛实验器研究平抛运动,确定小球运动的轨迹并测量其平抛初速度。已知普通数码相机的连拍功能每秒能拍10张照片,拍摄视频每秒30帧。视频可用软件分离出每帧图像。平抛实验器记录面板的有效尺寸为  $30\text{cm} \times 30\text{cm}$ 。

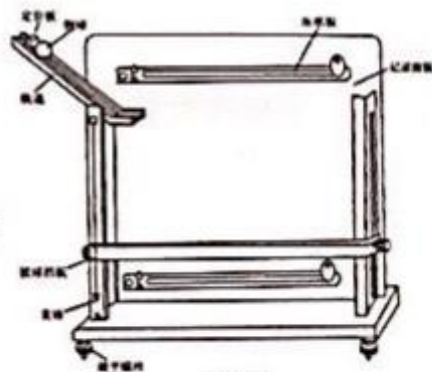


图12

(1) 实验应该使用相机的\_\_\_\_\_功能(选填“连拍”、“拍摄视频”),理由是\_\_\_\_\_。

(2) 在此实验中还必须使用的器材是\_\_\_\_\_。

(可多选) A.直尺 B.秒表 C.光电门 D.天平 E.相机三脚架(或固定相机的装置)

(3) 进行拍摄前需要对器材做哪些调节(不包括相机的功能、参数设置)。

答:\_\_\_\_\_。

18. 如图13所示,劲度系数为  $k$  的轻弹簧一端固定在墙上,另一端与置于水平面上质量为  $m$  的物体接触(未连接),弹簧水平且无形变。用水力  $F$  缓慢推动物体,在弹性限度内弹簧长度被压缩了  $x_0$ 。撤去  $F$  后,物体由静止开始向左运动。物体与水平面间的动摩擦因数为  $\mu$ ,重力加速度为  $g$ 。则撤去  $F$  后,物体

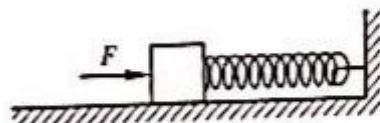


图13



开始运动时的加速度大小  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，物体开始向左运动到速度最大的过程中克服摩擦力做的功  $W = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

19. 如图14所示，小狗拉着长度  $L=25\text{m}$ 、质量  $m=10\text{kg}$  的绳子通过一个等腰梯形平台，梯形上底长  $L_1=5\text{m}$ ，下底长  $L_2=10\text{m}$ ，底角  $\alpha=30^\circ$ ，不计绳与地面之间的摩擦，绳可视为质量均匀连续分布的柔软物体。则小狗要将绳拉过梯形平台对绳子做功最少为  $\underline{\hspace{2cm}}$  J。  
( $g$ 取  $10\text{m/s}^2$ )

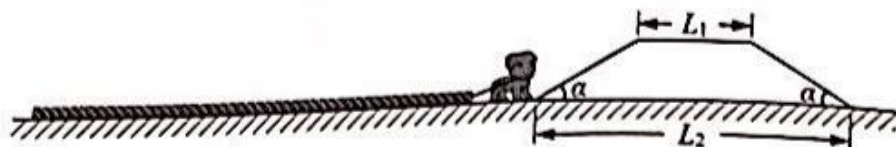


图 14

三、证明和计算题（共 66 分）解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后答案的不能得分，有数值计算的题，答案中必须明确写出数值和单位。

|    |
|----|
| 得分 |
|----|

20. (12 分) 在某次消防演习中，消防队员从一根竖直立地地面的长杆上由静止滑下，经过 2.5s 落地，已知消防队员与杆之间摩擦力  $F$  大小与他自身重力  $mg$  大小的比值  $\frac{F}{mg}$  随时间  $t$  变化的图像，如图

15 所示， $g$  取  $10\text{m/s}^2$ 。求：

- (1) 消防队员在下滑过程中最大速度的大小；
- (2) 消防队员落地时速度的大小。

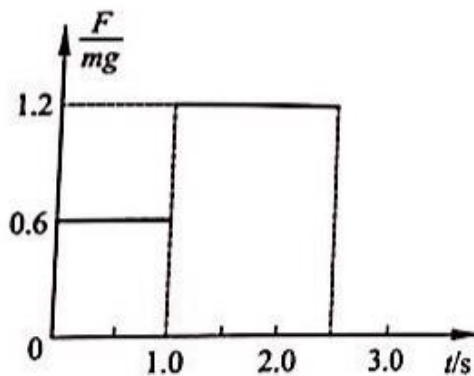


图 15

|     |
|-----|
| 得 分 |
|     |

21. (12 分) 如图 16 所示,  $OP$  是光滑轨道, 它的形状与质点从  $O$  点以初速为  $v_0$ , 射程为  $s$  的平抛运动的轨迹一致, 轨道的最低点为  $P$ . 一物体由静止开始从轨道顶端滑下, 若已知重力加速度为  $g$ , 则当物体滑到轨道最低点  $P$  时, 求:

- (1) 物体的速率为多少?
- (2) 物体水平方向的分速度大小为多少?



图 16

|    |
|----|
| 得分 |
|----|

22. (20 分) 如图 17 所示, 倾角为  $30^\circ$  的足够长光滑斜面下端与一足够长光滑水平面相接, 连接处由光滑小圆弧过渡 (图中未画出), 斜面上距水平面高度为  $h_1 = 20\text{m}$  处静置一个小物块 A。g 取  $10\text{m/s}^2$ , 试讨论:

(1) 若在斜面上距水平面高度为  $h_2 = 5\text{m}$  的另一点处静置小物块 B, 若由静止开始释放物块 A, 经过一段时间  $t$  后, 再释放物块 B。为了保证 A、B 不会在斜面上相碰,  $t$  最长不能超过多长时间?

(2) 若开始时物块 B 位于图中 C 点处静止, 当物块 A 从斜面上  $h_1$  高度处自由下滑的同时, 物块 B 受到恒定外力作用从 C 点以加速度  $a_B$  由静止开始向右运动, 则加速度  $a_B$  满足什么条件时 A 能追上 B?

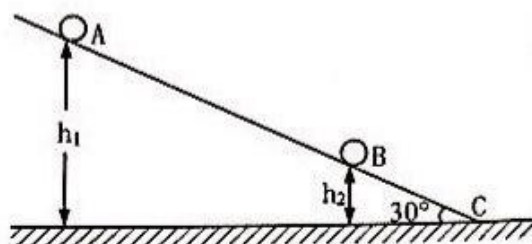


图 17

得分

23. (22分) 物理小组研究小车转弯的情况, 在弯道半径为  $R$  的水平路面上, 车辆转弯时发生了横向滑动的现象。

(1) 试分析小车发生横向滑动的原因。

(2) 他们设计了一个解决滑动的办法: 将弯道路面的外侧抬高, 使弯道路面的横断面如图 18 所示, 路面与水平方向倾斜角度为  $\alpha$ 。若车轮胎与路面间横向的最大静摩擦力等于它对路面压力的  $\mu$  倍。要使小车通过这个半径为  $R$  的弯道不发生横向滑动, 试分析讨论它行驶的速度可能为多少?



图 18



# 第 34 届北京市高中力学竞赛预赛试题参考答案

(参考答案如有不妥,可由本赛区阅卷指导组负责修订)

## 一、选择题 (共 44 分, 每小题 4 分)

| 题号 | 1   | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7 | 8   | 9  | 10 | 11 |
|----|-----|---|---|---|---|----|---|-----|----|----|----|
| 答案 | BCD | A | C | A | D | BD | B | BCD | AD | CD | CD |

## 二、填空题 (共 40 分, 每小题 5 分)

12. 不相同 相同

13. 0.8, 12.5s (在 12~14s 间均视为正确。)

14.  $\frac{v^3 T}{2\pi G}$      $\frac{2\pi v}{T}$

15. 如图, 要求:  $A$  物体  $v-t$  图线为直线,  $B$  物体  $v-t$  图线为曲线, 此曲线过它与  $t$  轴交点的切线与  $A$  直线平行

16.  $\frac{GMT^2}{GMT^2 - 4\pi^2 R^3}$

17.

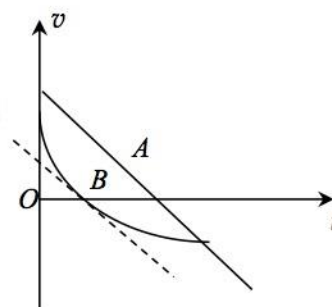
(1) 拍摄视频 平抛实验器的记录面板的有效高度为 30cm, 在此高度内小球做平抛运动的时间只有不到 0.3s, 如果使用连拍功能, 记录到的有效点迹不会超过 3 个, 无法由此确定平抛运动的轨迹。

(2) AE

(3) 调节平抛实验器的底板水平放置

18.  $\frac{kx_0}{m} - \mu g$      $\mu mg(x_0 - \frac{\mu mg}{k})$

19.  $\frac{50}{3}(1 + \sqrt{3}) \approx 45.5$



三、证明、计算题 (共 66 分) (解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只写出最后答案的不能得分. 有数值计算的题, 答案中必须明确写出数值和单位。)

20. (12 分)

解答: (1) 消防队员受重力和摩擦力, 在开始的  $\Delta t_1 = 1s$  时间内队员以  $a_1$  匀加速下滑, 然后在接下来的  $\Delta t_2 = 1.5s$  时间内以  $a_2$  匀减速下滑, 所以该队员 1s 末速度最大, 设为  $v_m$ 。

由牛顿第二定律得:  $mg - F_1 = ma_1$

所以  $a_1 = g - \frac{F_1}{m} = 4m/s^2$      $v_m = a_1 \Delta t_1 = 4m/s$  (6 分)

(2) 在接下来的  $\Delta t_2 = 1.5s$  时间内, 加速度方向向上, 大小设为  $a_2$ , 消防队员落地时的速度为  $v$

由牛顿第二定律得:  $F_2 - mg = ma_2$      $a_2 = 2m/s^2$

队员落地时的速度  $v = v_m - a_2 \Delta t_2$     代入数据解得:  $v = 1m/s$  (6 分)

21. (12 分)

解答 (1) 质点做平抛运动射程为  $s$ , 在空中运动的时间为  $t = \frac{s}{v_0}$

对应质点抛出时的高度 $h$ :  $h = \frac{1}{2}g\left(\frac{s}{v_0}\right)^2$

物体沿轨道下滑过程机械能守恒,  $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ , 解得

滑到最低点的速率 $v = \frac{gs}{v_0}$  (4分)

(2) 物体滑到  $P$  点时的速度方向沿轨道的切线方向, 它与质点做平抛运动到达  $P$  点的速度  $v_1$  方向相同。质点做平抛运动达到  $P$  点时水平方向的分速度为  $v_{1x}$ 、竖直方向的分速度为  $v_{1y}$ ,

则  $v_{1x}=v_0$   $v_{1y} = g\frac{s}{v_0}$ , 合速度  $v_1 = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{gs}{v_0}\right)^2}$

物体沿轨道滑到  $P$  点的速度  $v = \frac{gs}{v_0}$ , 设其水平方向的分速度为  $v_x$ , 所以:  $\frac{v_x}{v_{1x}} = \frac{v}{v_1}$

所以:  $v_x = \frac{gs v_0}{\sqrt{v_0^4 + g^2 s^2}}$  (8分)

22. (20 分)

解答: 两球在斜面上下滑的加速度相同, 设加速度为  $a$ , 根据牛顿第二定律有:

$mg \sin 30^\circ = ma$  解得:  $a = 5\text{m/s}^2$

设  $A$ 、 $B$  两球下滑到斜面底端所用时间分别为  $t_1$  和  $t_2$ , 则:

$\frac{h_1}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{2}at_1^2$   $\frac{h_2}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{2}at_2^2$

解得:  $t_1=4\text{s}$   $t_2=2\text{s}$

为了保证两球不会在斜面上相碰,  $t$  最长不超过  $t = t_1 - t_2 = 2\text{s}$  (8 分)

(2)  $B$  球在水平面上做匀加速运动。  $A$  球进入水平面后做匀速运动, 再经  $t_0$  追上  $B$  球, 则:

$\frac{1}{2}a_B(t_1 + t_0)^2 = at_1 \cdot t_0$

整理方程得:  $a_B t_0^2 + (8a_B - 40)t_0 + 16a_B = 0$  要使  $t_0$  有实数解, 二次方程的判别式  $\Delta \geq 0$

即:  $(8a_B - 40)^2 - 4a_B \times 16a_B \geq 0$  可解得  $a_B \leq 2.5\text{m/s}^2$  (12 分)

23. (22 分)

解答:

(1) 小车在水平路面上拐弯时, 相当于车在弯道上做圆周运动, 水平地面提供的横向静摩擦力不能满足小车做圆周运动必需的向心力, 所以发生了横向滑动。(6 分)

(2) 解法一: 当小车的行驶速度为  $v_0$  时, 它恰好不受斜面的横向静摩擦力, 此时小车受重力  $mg$  和垂直斜面向上的支持力  $N$ 。由牛顿第二定律得

$N \cos \alpha = mg$

$N \sin \alpha = m \frac{v_0^2}{R}$

解得

$$v_0 = \sqrt{gR \tan \alpha}$$

若小车行驶速度  $v < v_0$ ，则车轮受到的横向静摩擦力  $f$  方向沿斜面向上，且速度  $v$  越小，

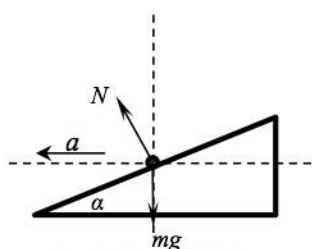


图 1 静摩擦为零时

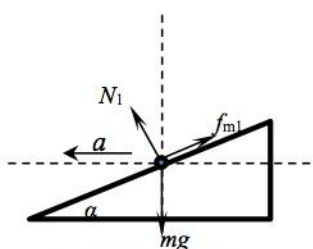


图 2 静摩擦向上且最大

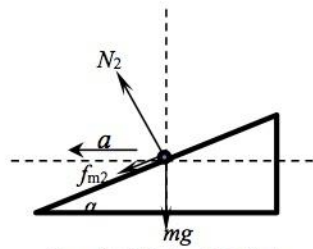


图 3 静摩擦向下且最大

$f$  越大，当  $f$  达到最大值  $f_{m1}$  时，速度即为不发生横向滑动的最小速度  $v_{\min}$ ，这时小车的受力示意图如图 2 所示。由牛顿第二定律得

$$N_1 \sin \alpha - f_{m1} \cos \alpha = m \frac{v_{\min}^2}{R}$$

$$N_1 \cos \alpha + f_{m1} \sin \alpha = mg$$

又有

$$f_{m1} = \mu N_1$$

解得

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \cdot gR}$$

若小车行驶速度  $v > v_0$ ，则车轮受到的横向静摩擦力  $f$  方向沿斜面向下，且速度  $v$  越大， $f$  越大，当  $f$  达到最大值  $f_{m2}$  时，速度即为不发生向滑动的最大速度  $v_{\max}$ ，这时小车的受力示意图如图 3 所示。由牛顿第二定律得：

$$N_2 \sin \alpha + f_{m2} \cos \alpha = m \frac{v_{\max}^2}{R}$$

$$N_2 \cos \alpha - f_{m2} \sin \alpha = mg$$

又有

$$f_{m2} = \mu N_2$$

解得

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \cdot gR}$$

即，要保证小车不发生横向滑动，行驶速度应位于  $v_{\min} = \sqrt{\frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \cdot gR}$  与  $v_{\max} = \sqrt{\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \cdot gR}$  之间。 (12 分)

讨论：

图 1 所示情况，静摩擦力为零，这是汽车拐弯时让人舒适的速度。

图 2 所示情况，若  $\sin \alpha - \mu \cos \alpha = 0$  (即  $\mu = \tan \alpha$ )，此时  $v_{\min} = 0$ ，即无论以多大的速度转弯，小车都不会沿斜面向下滑动；若  $\sin \alpha - \mu \cos \alpha < 0$  (即  $\mu > \tan \alpha$ )，求解最小速度的式子没有意义。(原因是这种情况下，无论行驶速度是多小，轮胎受到的沿斜面向上的静摩擦力都不可能达到最大值。)

图 3 所示情况，若  $\cos \alpha - \mu \sin \alpha \rightarrow 0$  (即  $\mu \rightarrow \cot \alpha$ )，此时  $v_{\max} \rightarrow \infty$ ，即汽车无论以多大速度行驶，都不会沿斜面向上滑动；若  $\cos \alpha - \mu \sin \alpha < 0$  (即  $\mu < \cot \alpha$ )，求解最大速度的式子没有意义。(原因是这种情况下，无论行驶速度是多大，轮胎受到的沿斜面向下的静摩擦力都不可能达到最大值。) (4 分)

(2) 解法二：小车在倾斜路面的弯道上受重力  $mg$ 、支持力  $N$  和静摩擦力  $f$ ， $f$  的正方向设为沿斜面向上，如图所示。沿水平方向和竖直方向的分量方程分别为



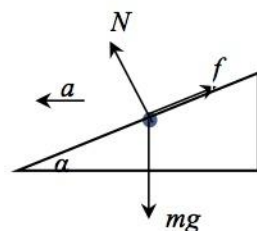
解得

$$N \sin \alpha - f \cos \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

$$N \cos \alpha + f \sin \alpha - mg = 0$$

$$f = mg \sin \alpha - \frac{mv^2}{R} \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha + \frac{mv^2}{R} \sin \alpha$$



又有最大静摩擦力  $f_m = \mu N = \mu mg \cos \alpha + \mu \frac{mv^2}{R} \sin \alpha$

可见, 当速度为  $v_0 = \sqrt{gR \tan \alpha}$  时, 静摩擦力  $f=0$ 。随速度  $v$  的减小, 静摩擦力方向向上, 逐渐增大, 比较  $f$  和  $f_m$  的大小,  $\Delta f = f_m - f = mg(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) + m \frac{v^2}{R}(\mu \sin \alpha + \cos \alpha)$ , 如果  $\Delta f > 0$ , 小车都不会发生横向滑动,  $\Delta f$  随速度  $v$  的减小而减小, 直至  $\Delta f=0$  时, 速度为最小速度  $v_{\min} = \sqrt{\frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}} \cdot gR$ 。 (8 分)

上式中若  $\sin \alpha - \mu \cos \alpha = 0$ , 则  $v_{\min}=0$  若  $\sin \alpha - \mu \cos \alpha < 0$ , 不能由上式求得  $v_{\min}$ , 但总有  $\Delta f > 0$ , 即无论以多小的速度拐弯, 小车都不发生横向滑动。 (2 分)

速度由  $v_0$  逐渐增大, 静摩擦力  $f$  为负值, 即其方向向下, 随  $v$  增大,  $f$  的绝对值, 即  $f$  的大小, 逐渐增大, 直到  $\Delta f' = f_m - |f| = mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) + m \frac{v^2}{R}(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = 0$  时, 速度

为最大,  $v_{\max} = \sqrt{\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}} \cdot gR$ 。 (4 分)

上式中, 若  $\cos \alpha - \mu \sin \alpha \rightarrow 0$ , 此时  $v_{\max} \rightarrow \infty$ , 即汽车的最大速度没有限制; 若  $\cos \alpha - \mu \sin \alpha < 0$ , 求解最大速度的式子没有意义, 而总有  $\Delta f' > 0$ , 即汽车无论以多大速度行驶, 都不会沿斜面向上滑动。 (2 分)