数学参考答案

一、选择题

1．B【解析】由题意得集合 $A=\{x|0<x<3\}$，$B=\left\{x\middle|x\geq\frac{1}{2}\right\}$，所以

$A\cap B=\left\{x\middle|\frac{1}{2}\leq x<3\right\}$.

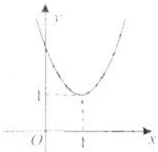
2．A【解析】因为 $a=5^{0.1}>5^{0}=1$，$0<b=\log_2\sqrt{3}<\log_2\sqrt{4}=1$，$c=\log_3 0.8<\log_3 1=0$，所以 $a>b>c$.

3．B【解析】对于 A, $a^3>b^3\Leftrightarrow a>b$，故 A 不符合题意；对于 B，$\log_2(a-b)>0\Leftrightarrow a-b>1\Rightarrow a>b+1>b$，故 B 符合题意；对于 C，$a^2>b^2\Leftrightarrow|a|>|b|$，不一定能推出 $a>b$，故 C 不符合题意；对于 D，$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，若 $b>0$，则 $a<b$，故 D 不符合题意.

4．C【解析】因为 $\ln\frac{5}{4}\approx0.223$，所以 $\ln5-2\ln2\approx0.223$，所以 $\ln5\approx2\ln2+0.223\approx2\times0.693+0.223=1.386+0.223=1.609$，所以 $\ln0.2=-\ln5\approx-1.609$.

5. A【解析】对于 A，由 $|x-1|-\log_3\frac{1}{y}=0$，得 $\log_3\frac{1}{y}=|x-1|$，所以 $-\log_3 y=|x-1|$，

即 $\log_3 y=-|x-1|$，所以 $y=3^{-|x-1|}=\left(\frac{1}{3}\right)^{|x-1|}$．将函数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|}=\begin{cases}\left(\frac{1}{3}\right)^{x}, & x\geq 0,\\ 3^{x}, & x<0\end{cases}$ 的图象向右平移 1 个单位长度得到题中所给图象，故 A 正确；对于 B，取 $x=-1$，则由 $2^{-1}-1=\frac{(-1)^3}{y}$，得 $y=2>1$，与题中图象不符，故 B 错误；由 $2^{|x-1|}-y=0$，得 $y=2^{|x-1|}$，其图象是将函数 $y=2^{|x|}$ 的图象向右平移 1 个单位长度得到的，如图：



与题中所给的图象不符，故 C 错误；由 $\ln|x|=y-1$，得 $y=\ln|x|+1$，该函数为偶函数，图象关于 y 轴对称，显然与题中图象不符，故 D 错误．

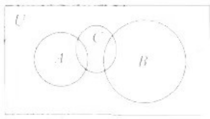
6．C 【解析】因为 $f(x)$ 是 R 上的单调函数，所以存在唯一的 $t\in R$，使 $f(t)=3$．由方程 $f[f(x)-2^x]=3$，得 $t=f(x)-2^x$，则 $f(x)=2^x+t$，所以 $f(t)=2^t+t=3$．设 $g(x)=2^x+x$，则 $g(x)$ 在 R 上是增函数，且 $g(1)=3$，所以 $t=1$，所以 $f(x)=2^x+1$，故 $f(4)=2^4+1=17$．

7．C 【解析】由题意可知 $f(x)=\frac{6}{e^x+1}+\frac{mx}{|x|+1}=3-\frac{3(e^x-1)}{e^x+1}+\frac{mx}{|x|+1}$，令 $g(x)=-\frac{3(e^x-1)}{e^x+1}+\frac{mx}{|x|+1}$，则 $g(x)$ 的定义域为 R，$g(-x)=-\frac{3(e^{-x}-1)}{e^{-x}+1}+\frac{m(-x)}{|-x|+1}=-\left[-\frac{3(e^x-1)}{e^x+1}+\frac{mx}{|x|+1}\right]=-g(x)$，所以 $g(x)$ 为奇函数，所以 $g(x)_{\max}+g(x)_{\min}=0$，故 $f(x)_{\max}+f(x)_{\min}=M+N=g(x)_{\max}+3+g(x)_{\min}+3=6$．

8．B 【解析】因为 $(2x+\sqrt{4x^2+1})(\sqrt{y^2+1}-1)=y$，所以 $2x+\sqrt{4x^2+1}=\frac{y}{\sqrt{y^2+1}-1}=\frac{\sqrt{y^2+1}+1}{y}=\frac{1}{y}+\sqrt{\left(\frac{1}{y}\right)^2+1}$．令 $f(t)=t+\sqrt{t^2+1}$，$t>0$，易知 $f(t)=t+\sqrt{t^2+1}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 $2x=\frac{1}{y}$，即 $2xy=1$．又 $x>0, y>0$，所以 $x+2y\geq 2\sqrt{2xy}=2$，当且仅当 $x=2y$，即 $x=1$，$y=\frac{1}{2}$ 时等号成立，所以 $x+2y$ 的最小值为 2．

二、选择题

9．AD 【解析】如图所示：



由图可得 $A\subseteq C_U(B\bigcap C)$，故 A 正确；$C\not\subseteq C_U(A\bigcup B)$，故 B 错误；$(A\bigcup B\bigcup C)\subseteq U$，故 C 错误；$A\bigcap B\bigcap C=\varnothing\bigcap C=\varnothing$，故 D 正确．

10. AC 【解析】对于 A，$f(x)=x^2-3$ 的定义域为 R，$f(-x)=(-x)^2-3=x^2-3=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数．又 $f(1)=-2<0$，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 A 符合；对于 B，$f(x)=2^x+2^{-x}>0$ 恒成立，故 B 不符合；对于 C，$f(x)=\log_2|x|$ 的定义域为 $(-\infty,0)\bigcup(0,+\infty)$，$f(-x)=\log_2|-x|=\log_2|x|=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数．又 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-1<0$，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 C 符合；对于 D，因为 $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$ 的定义域为 $(-\infty,0)\bigcup(0,+\infty)$，$f(-x)=-x+\dfrac{1}{x}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，故 D 不符合．

11. ABC 【解析】对于 A，$a^2b-2-ab^2=a^2b-abc-ab^2=ab(a-c-b)$，在 ΔABC 中，$ab>0$，$a-c<b$，则 $a^2b<2+ab^2$ 成立，故 A 正确；对于 B，$ab+a+b>ab+c\geq 2\sqrt{abc}=2\sqrt{2}$，故 B 正确；对于 C，$a+b^2+c^2\geq a+2bc\geq 2\sqrt{2abc}=4$，当且仅当 $a=2$，$b=c=1$ 时等号成立，故 C 正确；对于 D，当 $a=1$，$b=c=\sqrt{2}$ 时，满足 $abc=2$，但 $a+b+c=1+2\sqrt{2}>2\sqrt{2}$，故 D 错误．

12. AC 【解析】设甲与乙的工作效率分别为 E_1,E_2，工作年限分别为 r_1,r_2，劳累程度分别为 T_1,T_2，劳动动机分别为 b_1，b_2，对于 A，$b_1=b_2>1$，$r_1>r_2>0$，$T_2>T_1>0$，所以 $b_2^{-0.14r_2}>b_1^{-0.14r_1}$，则 $E_1-E_2=10-10T_1\cdot b_1^{-0.14r_1}-(10-10T_2\cdot b_2^{-0.14r_2})=10(T_2\cdot b_2^{-0.14r_2}-T_1\cdot b_1^{-0.14r_1})>0$，所以 $E_1>E_2$，即甲比乙工作效率高，故 A 正确；对于 B，$T_1=T_2>0$，$r_1>r_2>0$，$b_1>b_2>1$，所以 $0<b_1^{-0.14}<b_2^{-0.14}<1$，所以 $b_2^{-0.14r_2}>b_1^{-0.14r_2}>b_1^{-0.14r_1}$，则 $E_1-E_2=10-10T_1\cdot b_1^{-0.14r_1}-(10-10T_2\cdot b_2^{-0.14r_2})=10T_1(b_2^{-0.14r_2}-b_1^{-0.14r_1})>0$，所以 $E_1>E_2$，即甲比乙工作效率高，故 B 错误；对于 C，$b_1=b_2>1$，$E_1>E_2$，$r_1<r_2$，又 $E_1-E_2=10(T_2\cdot b_2^{-0.14r_2}-T_1\cdot b_1^{-0.14r_1})>0$，所以 $T_2\cdot b_2^{-0.14r_2}>T_1\cdot b_1^{-0.14r_1}$，所以

7

$\dfrac{T_2}{T_1} > \dfrac{b_1^{-0.14r_1}}{b_2^{-0.14r_2}} = b_1^{-0.14(r_1-r_2)} > 1$，所以$T_2 > T_1$，即甲比乙劳累程度弱，故 C 正确；对于 D，

$r_1 = r_2 > 0$，$E_1 > E_2$，$1 < b_1 < b_2$，则 $0 < \dfrac{b_1}{b_2} < 1$，又

$E_1 - E_2 = 10(T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2} - T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1}) > 0$，所以 $T_2 \cdot b_2^{-0.14r_2} > T_1 \cdot b_1^{-0.14r_1}$，所以

$\dfrac{T_2}{T_1} > \dfrac{b_1^{-0.14r_1}}{b_2^{-0.14r_2}} = \left(\dfrac{b_1}{b_2}\right)^{-0.14r_1} > 1$，所以$T_2 > T_1$，即甲比乙劳累程度弱，故 D 错误.

三、填空题

13．$-\dfrac{10}{3}$ **【解析】**由题知命题的否定"$\forall x \in [1, 3], x^2 + ax + 1 \le 0$"是真命题．令

$f(x) = x^2 + ax + 1\ (x \in [1, 3])$，则$\begin{cases} f(1) = a + 2 \le 0, \\ f(3) = 3a + 10 \le 0, \end{cases}$解得$a \le -\dfrac{10}{3}$，故实数$a$的最大值为$-\dfrac{10}{3}$.

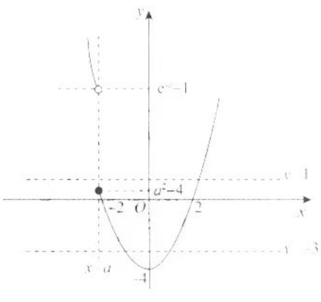
14．$\{-1, 0\}$ **【解析】**令$t = 3^x > 0$，$g(t) = \dfrac{1}{t+1} - \dfrac{1}{3} \in \left(-\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$，即$f(x) \in \left(-\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$，

故$y = [f(x)]$的值域为$\{-1, 0\}$.

15．1 **【解析】**因为$f(x)$是定义在 R 上的奇函数，所以$f(x) = -f(-x)$．又$f(x-1)$为偶函数，所以$f(x-1) = f(-x-1) = -f(x+1)$，则$f(x) = -f(x+2) = -[-f(x+4)] = f(x+4)$，故$f(x)$是以 4 为周期的函数，故$f(21) = f(1) = \log_2 2 = 1$.

16．$(-\sqrt{5}, -2] \cup (0, \sqrt{3}]$ **【解析】**令$t = f(x) + 1$，则$g(x) = f(t)$．因为$g(x) = f(f(x)+1)$有三个零点，所以$f(t) = 0$有两个实数根t_1, t_2，其中$t_1 = f(x) + 1$有两个实数根，$t_2 = f(x) + 1$有且仅有一个实数根.

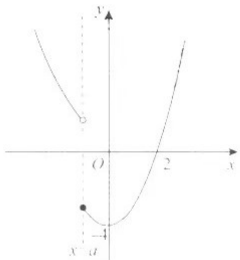
①当$a \le -2$时，$f(x)$的大致图象如图：



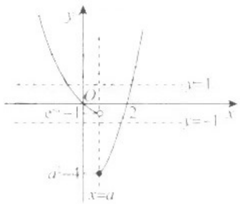
8

令 $g(x)=f(t)=0$，得 $t_1=-2,\ t_2=2$. 由 $t_1=f(x)+1=-2$，得 $f(x)=-3$，由图可知直线 $y=-3$ 与曲线 $y=f(x)$ 有两个交点. 由 $t_2=f(x)+1=2$，得 $f(x)=1$，此时要使直线 $y=1$ 与曲线 $y=f(x)$ 有且仅有一个交点，则 $\begin{cases}e^{-a}-1\geq 1,\\a^2-4<1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a\leq-\ln 2,\\-\sqrt{5}<a<\sqrt{5},\end{cases}$ 所以 $-\sqrt{5}<a\leq-2$；

②当 $-2<a\leq 0$ 时，$f(x)$ 的大致图象如图. $g(x)=f(t)=0$ 只有一个实数根 $t=2$，$t=f(x)+1=2$ 没有三个实数根；

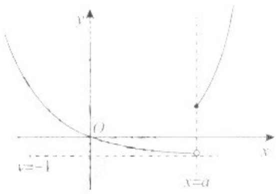


③当 $0<a\leq 2$ 时，$f(x)$ 的大致图象如图：



令 $g(x)=f(t)=0$，得 $t_1=2$，$t_2=0$. 由 $t_1=f(x)+1=2$，得 $f(x)=1$，由图可知直线 $y=1$ 与曲线 $y=f(x)$ 有两个交点. 由 $t_2=f(x)+1=0$，得 $f(x)=-1$，此时要使直线 $y=-1$ 与曲线 $y=f(x)$ 有且仅有一个交点，则 $a^2-4\leq-1$，解得 $-\sqrt{3}\leq a\leq\sqrt{3}$，所以 $0<a\leq\sqrt{3}$；

④当 $a>2$ 时，$f(x)$ 的大致图象如图. $g(x)=f(t)=0$ 只有一个实数根 $t=0$，$t=f(x)+1=0$ 没有三个实数根.



9

综上，$a\in(-\sqrt{5},-2]\cup(0,\sqrt{3}]$.

四、解答题

17. **解**：(1)由 $f(x)<2$，得 $|x^2-x|<2$，（1分）

所以 $-2<x^2-x<2$，即 $\begin{cases}x^2-x+2>0,\\ x^2-x-2<0,\end{cases}$

解得 $-1<x<2$，（3分）

所以不等式 $f(x)<2$ 的解集为 $(-1,2)$.（4分）

(2)由题知对任意 $x\geq 0$，$|x^2-x|-2x>-m$ 恒成立.

令 $g(x)=|x^2-x|-2x\ (x\geq 0)$，

当 $0\leq x\leq 1$ 时，$g(x)=-x-x^2\in[-2,0]$；（6分）

当 $x>1$ 时，$g(x)=x^2-3x\in\left[-\dfrac{9}{4},+\infty\right)$，（7分）

所以 $g(x)$ 的最小值为 $-\dfrac{9}{4}$，

所以 $-m<-\dfrac{9}{4}$，即 $m>\dfrac{9}{4}$，（9分）

所以实数 m 的取值范围为 $\left(\dfrac{9}{4},+\infty\right)$.（10分）

18. **解**：(1) $f(x)$ 为奇函数，理由如下：

由题意得 $\begin{cases}2+x>0,\\ 2-x>0,\end{cases}$ 解得 $-2<x<2$，即函数 $f(x)$ 的定义域为（-2，2）.（2分）

又 $f(-x)=\log_2(2-x)-\log_2(2+x)=-f(x)$，

故 $f(x)$ 为奇函数.（4分）

(2)由 $f(x)=\log_2(a+x)$，

得 $\log_2(2+x)-\log_2(2-x)=\log_2(a+x)$，

所以 $\dfrac{2+x}{2-x}=a+x$，

所以 $a=\dfrac{2+x}{2-x}-x=\dfrac{4-(2-x)}{2-x}-x=\dfrac{4}{2-x}+(2-x)-3$，

故方程 $f(x)=\log_2(a+x)$ 有两个不同的实数根可转化为方程

10

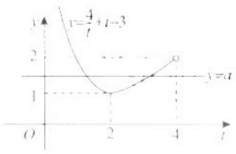
$a=\frac{4}{2-x}+(2-x)-3$ 在区间(-2，2)上有两个不同的实数根，

即函数 $y=a$ 与 $y=\frac{4}{2-x}+(2-x)-3$ 在区间（-2，2）上的图象有两个交点．（7 分）

设 $t=2-x,\ x\in(-2,\ 2)$,

则 $y=\frac{4}{t}+t-3,\ t\in(0,\ 4)$.

作出函数 $y=\frac{4}{t}+t-3,\ t\in(0,4)$ 的图象如图所示.



（9 分）

当 $1<a<2$ 时，函数 $y=a$ 与 $y=\frac{4}{t}+t-3,t\in(0,\ 4)$ 的图象有两个交点，

即关于 x 的方程 $f(x)=\log_3(a+x)$ 有两个不同的实数根，

故实数 a 的取值范围是(1，2).（12 分）

19．**证明**：(1) $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}$

$=\frac{1}{2}(2a+2b+2c)\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)$

$=\frac{1}{2}[(a+b)+(b+c)+(c+a)]\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(3+\frac{a+b}{b+c}+\frac{b+c}{a+b}+\frac{c+a}{b+c}+\frac{b+c}{c+a}+\frac{c+a}{a+b}+\frac{a+b}{c+a}\right)\geq\frac{1}{2}\times(3+6)=\frac{9}{2}$，

当且仅当 $a=b=c=\frac{1}{3}$ 时，等号成立.（6 分）

(2) $a^3+b^3=(a+b)(a^2+b^2-ab)\geq(1-c)ab$，

$b^3+c^3=(b+c)(b^2+c^2-bc)\geq(1-a)bc$，

$c^3+a^3=(c+a)(c^2+a^2-ca)\geq(1-b)ca$，（10 分）

三式相加，得 $2(a^3+b^3+c^3)\geq ab+bc+ca-3abc$，

11

即 $a^3+b^3+c^3 \geq \dfrac{ab+bc+ca-3abc}{2}$，

当且仅当 $a=b=c=\dfrac{1}{3}$ 时，等号成立．（12 分）

20．**解**：(1)假设 $f(x)$ 的图象存在对称中心 (a,b)，

则 $g(x)=f(x+a)-b=\dfrac{1}{2^{x+a}+1}-b$ 的图象关于原点中心对称．（1 分）

因为 $g(x)$ 的定义域为 R，所以 $g(-x)+g(x)=\dfrac{1}{2^{-x+a}+1}-b+\dfrac{1}{2^{x+a}+1}-b=0$ 恒成立，

即 $(1-2b)(2^{x+a}+2^{-x+a})+2-2b-2b\cdot 2^{2a}=0$ 恒成立，（4 分）

所以 $\begin{cases}1-2b=0,\\ 2-2b-2b\cdot 2^{2a}=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=0,\\ b=\dfrac{1}{2},\end{cases}$

所以 $f(x)$ 的图象存在对称中心 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$．（6 分）

(2) 因为对任意 $x_1\in[1,\ n]$，都存在 $x_2\in\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$ 及实数 m，使得 $f(1-mx_1)+f(x_1x_2)=1$，所以 $\dfrac{1}{2^{1-mx_1}+1}+\dfrac{1}{2^{x_1x_2}+1}=1$，即 $2^{1-mx_1+x_1x_2}=1$，

所以 $1-mx_1+x_1x_2=0$，

即 $x_2=\dfrac{mx_1-1}{x_1}=m-\dfrac{1}{x_1}$．（8 分）

因为 $x_1\in[1,\ n]$，所以 $m-\dfrac{1}{x_1}\in\left[m-1,\ m-\dfrac{1}{n}\right]$．

因为 $x_2\in\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$，所以 $\left[m-1,\ m-\dfrac{1}{n}\right]\subseteq\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$，

所以 $\begin{cases}m-1\geq 1,\\ m-\dfrac{1}{n}\leq\dfrac{3}{2},\end{cases}$ 即 $\begin{cases}m\geq 2,\\ \dfrac{1}{n}\geq m-\dfrac{3}{2},\end{cases}$（10 分）

所以 $\dfrac{1}{n}\geq\left(m-\dfrac{3}{2}\right)_{\min}=\dfrac{1}{2}$，所以 $n\leq 2$．

故实数 n 的最大值为 2．（12 分）

21．**解**：(1)若选择函数模型①，将(1，2)，(3，3)分别代入，

得$\begin{cases}k+b=2,\\3k+b=3,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=\dfrac{1}{2},\\b=\dfrac{3}{2},\end{cases}$则$m(t)=\dfrac{t}{2}+\dfrac{3}{2}$．经验证，符合题意．（2分）

若选择模型②，将(1，2)，(3，3)分别代入，得$\begin{cases}b\cdot a=2,\\b\cdot a^3=3,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\dfrac{\sqrt{6}}{2},\\b=\dfrac{2\sqrt{6}}{3},\end{cases}$

则$m(t)=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\cdot\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^t$．

当$t=10$时，$m(10)=\dfrac{81\sqrt{6}}{16}\neq 6.5$，故此函数模型不符合题意．（4分）

综上，应选择函数模型①，其解析式为$m(t)=\dfrac{t}{2}+\dfrac{3}{2}\ (1\le t\le 30,且t\in Z)$．（5分）

(2)该企业需要考虑转型．理由如下：

记该企业此商品的日销售利润为$f(t)$（单位：元），

当$1\le t\le 15$，且$t\subset Z$时，$f(t)=100m(t)\cdot f_1(t)=$

$100\left(\dfrac{t}{2}+\dfrac{3}{2}\right)\cdot(-3t+88)=50(-3t^2+79t+264)$，

当$t\in R$时，函数$f(t)$的图象开口向下，对称轴$t=\dfrac{79}{6}=13\dfrac{1}{6}$，故当$t=13$时，$f(t)$取得最大值，且最大值为39 200；（8分）

当$16\le t\le 30$，且$t\subset Z$时，$f(t)=100m(t)\cdot f_2(t)=$

$100\left(\dfrac{t}{2}+\dfrac{3}{2}\right)\cdot\left(\dfrac{600}{t}+2\right)=100\left(t+\dfrac{900}{t}+303\right)$，

当$16\le t\le 30$时，函数$f(t)$单调递减，

故当$t=16$时，$f(t)$取得最大值，且最大值为37 525，（11分）

所以这30天内该企业此商品的日销售利润均未能超过40 000元，该企业需要考虑转型．（12分）

22．**解**：(1)由题知$f(x)$在区间(0，1)上单调递减，在区间$(1,+\infty)$上单调递增，

由$0<a<b$，且$f(a)=f(b)$，得$0<a<1<b$，$\frac{1}{a}-1=(b-1)^2$，　　（1分）

故$\left(\frac{1}{a}\right)^2+(b-1)^2=\left(\frac{1}{a}\right)^2+\frac{1}{a}-1$.

令$u=\frac{1}{a}$，则$u>1$，函数$y=u^2+u-1$在区间$(1,+\infty)$上单调递增，所以$y>1$，

即$\left(\frac{1}{a}\right)^2+(b-1)^2$的取值范围是$(1,+\infty)$.　　（4分）

(2)存在满足条件的实数a,b，且$a=1,b=2$.

①当$a,b\in(0,1)$时，$f(x)=\frac{1}{x}-1$在区间$(0,1)$上单调递减，

则$\begin{cases}f(a)=b-1,\\f(b)=a-1,\end{cases}$即$\begin{cases}\frac{1}{a}-1=b-1,\\\frac{1}{b}-1=a-1,\end{cases}$解得$ab=1$.

因为$a,b\in(0,1)$，故此时不存在符合条件的正实数a，b.　　（7分）

②当$a,b\in[1,+\infty)$时，$f(x)=(x-1)^2$在区间$[1,+\infty)$上单调递增，

则$\begin{cases}f(a)=a-1,\\f(b)=b-1,\end{cases}$即$\begin{cases}(a-1)^2=a-1,\\(b-1)^2=b-1,\end{cases}$

所以a，b是方程$x^2-3x+2=0$的两个实数根.

所以此时存在符合条件的正实数$a=1$，$b=2$.　　（10分）

③当$a\in(0,1)$，$b\in[1,+\infty)$时，由于$a-1<0$，而$f(x)\geq 0>a-1$，

故此时不存在符合条件的正实数a，b.　　（11分）

综上，存在符合条件的正实数a,b，且$a=1$，$b=2$.　　（12分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线