2023年4月高中毕业班第三次联合调研考试

数学(文科)参考答案及评分标准

1. C　2. C　3. D　4. D　5. A　6. B　7. D　8. A　9. D　10. C　11. A　12. D

13. -2　14. 220　15. $\frac{1}{1+\ln 2}$　16. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

17. 解:(1)由已知数据得 $\bar{x}=\frac{1}{5}\times(1+2+3+4+5)=3,\bar{y}=\frac{1}{5}\times 700=140$, ……………… 2分

$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=(-2)^2+(-1)^2+0+1+2^2=10$,

$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-5\bar{x}\,\bar{y}=2560-5\times 3\times 140=460$, ……………… 4分

所以 $r\approx\frac{460}{3.16\times 146.51}\approx 0.99$. ……………………………………………… 6分

因为 y 与 x 的相关系数近似为0.99,接近1,说明 y 与 x 的线性相程度关相当高,可以用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系. ……………………………………………… 7分

(2)由(1)得 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{460}{10}=46$, ……………………………… 8分

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=140-46\times 3=2$,所求线性回归方程为 $\hat{y}=46x+2$. ……………… 10分

将2026年对应的年份编号 x=9代人回归方程得 $\hat{y}=46\times 9+2=416$,

故预测2026年该市新能源汽车充电站的数量为416个. ……………………… 12分

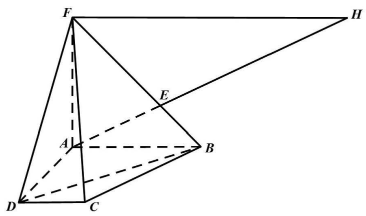
18. 解:(1)因为 $\angle FAB=\frac{\pi}{2}$,所以 $FA\perp AB$, ……………………………………… 1分

又平面 $ABCD\perp$平面 $ABEF$,平面 $ABCD\cap$平面 $ABEF=AB$,

$FA\subset$平面 $ABEF$, 所以 $FA\perp$平面 $ABCD$ …… 3分

因为 $S_{\triangle DCB}=1$ …………………………………… 5分

所以 $V_{C-FBD}=V_{F-DCB}=\frac{1}{3}S_{\triangle DCB}\cdot FA=\frac{2}{3}$ …… 7分



(2)直线 AF 与平面 DCF 相交, …………………… 8分

在平面 ABE 中过点 F 作直线 l//AB,延长 AE 交 l 于点 H,点 H 就是直线 AE 与平面 DCF 的交点. ……………………………… 10分

已知 $\frac{AB}{FH}$,所以 FH=4,

所以 $AH=2\sqrt{5}$. ……………………………………………………………… 12分

19. 解:(1)$\because(b+2a)\cos C+c\cos B=0$,

根据正弦定理可得:$(\sin B+2\sin A)\cos C+\sin C\cos B=0$, ……………………… 1分

即$(\sin B\cos C+\sin C\cos B)+2\sin A\cos C=0$.

$\therefore\sin(B+C)+2\sin A\cos C=0$,即 $\sin A+2\sin A\cos C=0$ ………………………… 3分

$\because 0<A<\pi$, $\therefore\sin A\neq 0$, $\therefore\cos C=-\frac{1}{2}$,又 $0<C<\pi$, $\therefore C=\frac{2\pi}{3}$ ……………………… 5分

(2)在$\triangle ACD$中,由$\dfrac{CD}{\sin A}=\dfrac{AD}{\sin\frac{\pi}{3}}$,得$AD=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin A}$,

在$\triangle BCD$中,由$\dfrac{CD}{\sin B}=\dfrac{BD}{\sin\frac{\pi}{3}}$,可得$BD=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin B}$,

所以$c=AD+BD=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin A}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sin B}$; ······························ 7分

在$\triangle ABC$中,由$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$,得$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{\sin A}+\frac{\sqrt{3}}{\sin B}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$,

解得$a=2\left(1+\dfrac{\sin A}{\sin B}\right)$,$b=2\left(\dfrac{\sin B}{\sin A}+1\right)$, ······························ 10分

所以$2a+b=2\left(3+\dfrac{2\sin A}{\sin B}+\dfrac{\sin B}{\sin A}\right)$,因为$\sin A>0$,$\sin B>0$,

所以$2a+b\geqslant 2\left(3+2\sqrt{\dfrac{2\sin A}{\sin B}\times\dfrac{\sin B}{\sin A}}\right)=2(3+2\sqrt{2})=6+4\sqrt{2}$,

当且仅当$2\sin^2A=\sin^2B$时取等号,因此$2a+b$的最小值为$6+4\sqrt{2}$. ·········· 12分

20. 解:(1)设点$\angle POF=\alpha$,则$\angle POQ=\pi-2\alpha$.

因为$OP\perp PQ$,则$|OP|=|OQ|\cos(\pi-2\alpha)$,$|PQ|=|OQ|\sin(\pi-2\alpha)$.

由已知,$-|OQ|\cos 2\alpha+|OQ|=\sqrt{3}|OQ|\sin 2\alpha$,即$\sin^2\alpha=\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha$.

因为$\cos\alpha\neq 0$,则$\tan\alpha=\sqrt{3}$. ······························ 3分

因为 α 为渐近线OP的倾斜角,则$\dfrac{b}{a}=\sqrt{3}$,即$b^2=3a^2$. 又$\sqrt{a^2+b^2}=2$

则$a=1$,$b=\sqrt{3}$.所以双曲线C的方程是$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ ························ 5分

(2)由题意可设l的方程为$x=my+\dfrac{1}{2}$,

联立$\begin{cases}x=my+\dfrac{1}{2}\\ x^2-\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$,消$x$整理得$(12m^2-4)y^2+12my-9=0$,

设$M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,则$12m^2-4\neq 0$且$\Delta>0$,,即$m^2>\dfrac{1}{4}$,

由韦达定理有$\begin{cases}y_1+y_2=\dfrac{-12m}{12m^2-4}\\ y_1y_2=\dfrac{-9}{12m^2-4}\end{cases}$, ······························ 7分

又直线A_1M的方程为$y=\dfrac{y_1}{x_1+1}(x+1)$,

直线 A_2N 的方程为 $y=\dfrac{y_2}{x_2-1}(x-1)$，…………………………………………… 8分

联立 $\begin{cases} y=\dfrac{y_1}{x_1+1}(x+1) \\ y=\dfrac{y_2}{x_2-1}(x-1) \end{cases}$，

解得 $x=\dfrac{x_1y_2+x_2y_1-y_1+y_2}{x_1y_2-x_2y_1+y_1+y_2}=\dfrac{\left(my_1+\dfrac{1}{2}\right)y_2-\left(my_2+\dfrac{1}{2}\right)y_1-y_1+y_2}{\left(my_1+\dfrac{1}{2}\right)y_2-\left(my_2+\dfrac{1}{2}\right)y_1+y_1+y_2}$. …… 10分

$=\dfrac{2my_1y_2-\dfrac{1}{2}y_1+\dfrac{3}{2}y_2}{\dfrac{1}{2}y_1+\dfrac{3}{2}y_2}=\dfrac{2m\times\dfrac{-9}{12m^2-4}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{-12m}{12m^2-4}+2y_2}{\dfrac{1}{2}\times\dfrac{-12m}{12m^2-4}+y_2}$， …… 11分

解得 $x=2$，所以存在定直线，其方程为 $x=2$. ……………………………………… 12分

21. 解：(1)由题意可知，对任意的 $x>0$，$f'(x)=e^x-2ax\geqslant 0$， ……………………………… 1分

则 $2a\leqslant\dfrac{e^x}{x}$，令 $g(x)=\dfrac{e^x}{x}$，其中 $x>0$，则 $g'(x)=\dfrac{e^x(x-1)}{x^2}$，

当 $0<x<1$ 时，$g'(x)<0$，此时函数 $g(x)$ 单调递减，

当 $x>1$ 时，$g'(x)>0$，此时函数 $g(x)$ 单调递增，

所以，$g(x)_{\min}=g(1)=e$，$\therefore 2a\leqslant e$，解得 $a\leqslant\dfrac{e}{2}$， …………………………………… 4分

因此，实数 a 的取值范围是 $\left(-\infty,\dfrac{e}{2}\right]$ ………………………………………… 5分

(2)证明：因为 $a\leqslant 1$，先证明 $e^x-(e-2)x\geqslant x^2+1$，即可证得原不等式成立，

构造函数 $h(x)=e^x-x^2-(e-2)x-1$， ………………………………………………… 6分

其中 $x\geqslant 0$，则 $h(0)=h(1)=0$，$h'(x)=e^x-2x-(e-2)$，

令 $p(x)=e^x-2x-(e-2)$，则 $p'(x)=e^x-2$，

当 $0<x<\ln 2$ 时，$p'(x)<0$，此时函数 $p(x)=h'(x)$ 单调递减，

当 $x>\ln 2$ 时，$p'(x)>0$，此时函数 $p(x)=h'(x)$ 单调递增， ………………………… 7分

因为 $h'(0)=1-e+2=3-e$，$h'(\ln 2)=2-\ln 2-(e-2)=4-2\ln 2-e<0$，$h'(1)=e-2-(e-2)=0$

所以，存在 $x_0\in(0,\ln 2)$，使得 $h'(x_0)=0$， ………………………………………… 8分

当 $0<x<x_0$ 时，$h'(x)>0$，此时函数 $h(x)$ 单调递增，

当 $x_0<x<1$ 时，$h'(x)<0$，此时函数 $h(x)$ 单调递减，

当 $x>1$ 时，$h'(x)>h'(1)=0$，此时函数 $h(x)$ 单调递增， ……………………… 10分

又 $h(0)=h(1)=0$

故对任意的 $x\geqslant 0$，$h(x)\geqslant 0$，即 $e^x-(e-2)x\geqslant x^2+1$，

若 $a\leqslant 1$，故对任意的 $x\geqslant 0$，则 $e^x-(e-2)x\geqslant a(x^2+1)$，即 $f(x)\geqslant(e-2)x+a$ …………… 12分

22. 解：（Ⅰ）由$\begin{cases} x=\dfrac{2\sqrt{t}}{1+t} \\ y=\dfrac{2}{1+t} \end{cases}$得$\sqrt{t}=\dfrac{x}{y}$，代入$y=\dfrac{2}{1+t}$得$x^2+y^2-2y=0$，…………………… 3分

故曲线C的普通方程$x^2+(y-1)^2=1(0\leqslant x\leqslant 1$，且$y\neq 0)$ ……………………… 5分

（Ⅱ）由$\sqrt{2}\rho\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)+m=0$得$\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+m=0$

所以l的直角坐标方程为$x-y+m=0$，……………………………………… 7分

由$\dfrac{|m-1|}{\sqrt{2}}=1$得：$m=1\pm\sqrt{2}$，………………………………………… 8分

因为$0\leqslant x\leqslant 1$且$y\neq 0$，所以$1-\sqrt{2}\leqslant m\leqslant 2$ ……………………………………… 10分

23. 解：（Ⅰ）当$a=1$时，$f(x)=|x+1|+2|x-1|$，……………………………………… 1分

当$x\leqslant -1$，$f(x)=-3x+1$，$f(x)_{\min}=f(-1)=4$；…………………………… 2分

当$-1<x<1$，$f(x)=-x+3$，$f(x)\in(2,4)$；…………………………………… 3分

当$x\geqslant 1$，$f(x)=3x-1$，$f(x)_{\min}=f(1)=2$. ………………………………… 4分

$\therefore$当$a=1$时，$f(x)$的最小值为2. ……………………………………… 5分

（Ⅱ）$a>0,b>0$，当$1\leqslant x\leqslant 2$时，$|x+a|+2|x-1|>x^2-b+1$可化为$a+b>x^2-3x+3$.
…………………………………………………………………………………… 7分

令$h(x)=x^2-3x+3$，$x\in[1,2]$，$h(x)_{\max}=h(1)=1$

$\therefore a+b>1$，……………………………………………………………… 8分

$\therefore(a+\dfrac{1}{2})^2+(b+\dfrac{1}{2})^2=a^2+b^2+a+b+\dfrac{1}{2}\geqslant\dfrac{(a+b)^2}{2}+a+b+\dfrac{1}{2}>2$. … 10分

注：第17—23题提供的解法供阅卷时评分参考，考生其它解法可相应给分。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。