

数学试卷

(试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟)

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

1. 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 < 4\}$, 则 $A \cap B =$ 【 】

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

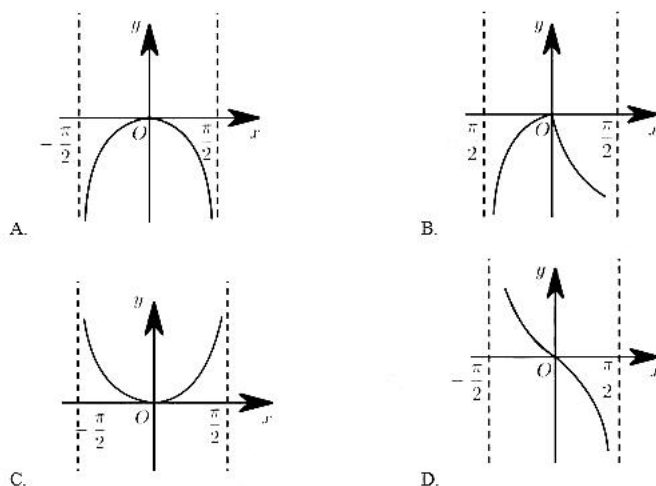
2. 已知复数 z 满足 $z + |z| = 3 + i$, 则 $z =$ 【 】

- A. $1 - i$ B. $1 + i$ C. $\frac{4}{3} - i$ D. $\frac{4}{3} + i$

3. 设 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = 22$, S_n 为其前 n 项和, 若 $S_{10} = S_{15}$, 则公差 $d =$ 【 】

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

4. 函数 $y = \ln \cos x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$ 的图象是 【 】



5. 已知向量 $a = (1, 1)$, $4a + b = (4, 2)$, 则向量 a 与 b 的夹角为 【 】

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{4}$

6. 从 0, 2 中选一个数字, 从 1, 3, 5 中选两个数字, 组成无重复数字的三位数, 则这个数是奇数的概率为

【 】

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{4}$

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq a, \\ -x, & x < a. \end{cases}$, 若函数 $f(x)$ 存在零点, 则实数 a 的取值范围是

【 】

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

8. 已知实数 $x > 0$, $y > 0$, 则“ $2^x + 2^y \leq 4$ ”是“ $xy \leq 1$ ”的

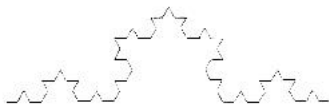
【 】

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 科赫曲线是一种外形像雪花的几何曲线, 一段科赫曲线可以通过下列操作步骤构造得到, 任画一条线段, 然后把它均分成三等分, 以中间一段为边向外作正三角形, 并把中间一段去掉, 这样, 原来的一条线段就变成了 4 条小线段构成的折线, 称为“一次构造”; 用同样的方法把每条小线段重复上述步骤, 得到 16 条更小的线段构成的折线, 称为“二次构造”, ..., 如此进行“ n 次构造”, 就可以得到一条科赫曲线. 若要在构造过程中使得到的折线的长度达到初始线段的 1000 倍, 则至少需要通过构造的次数是

【 】

(取 $\lg 3 \approx 0.4771$, $\lg 2 \approx 0.3010$)



- A. 16 B. 17 C. 24 D. 25

10. 袋中装有偶数个球, 其中红球、黑球各占一半. 甲、乙、丙是三个空盒. 每次从袋中任意取出两个球, 将其中一个球放入甲盒, 如果这个球是红球, 就将另一个球放入乙盒, 否则就放入丙盒. 重复上述过程, 直到袋中所有球都被放入盒中, 则

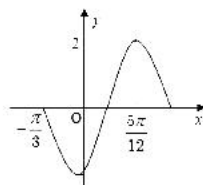
【 】

- A. 乙盒中红球与丙盒中黑球一样多
B. 乙盒中黑球不多于丙盒中黑球
C. 乙盒中黑球与丙盒中红球一样多
D. 乙盒中红球不多于丙盒中红球

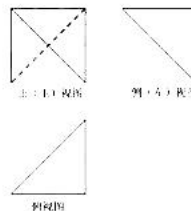
二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 在 $\left(x + \frac{2}{x}\right)^5$ 的展开式中常数项为_____.

12. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 $f(0)$ 的值为_____.



第 12 题



第 13 题

13. 某三棱锥的三视图如图所示 (网格纸上小正方形的边长为 1), 则该三棱锥的体积为_____.

14. 能说明“直线 $x - y + m = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 + 4x - 20 = 0$ 有两个不同的交点”是真命题的一个 m 的值为_____.

15. 笛卡尔、牛顿都研究过方程 $(x-1)(x-2)(x-3) = xy$, 关于这个方程的曲线有下列说法: ①该曲线关于 y 轴对称; ②该曲线关于原点对称; ③该曲线不经过第三象限; ④该曲线上有且只有三个点的横、纵坐标都是整数. 其中不正确的是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 85 分)

16. (本题满分 14 分)

已知 $\triangle ABC$ 满足_____, 且 $b = \sqrt{6}$, $A = 25^\circ$, 求 $\sin C$ 的值及 $\triangle ABC$ 面积.

从 ① $B = \frac{\pi}{2}$ ② $a = \sqrt{3}$ ③ $a = 3\sqrt{2} \sin B$ 这三个条件中选一个, 补充上面的问题中, 并完成解答.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

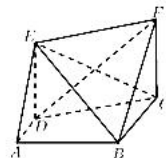
17. (本题满分 14 分)

如图,已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AB = BC = 2AD = 4$, 四边形 $EDCF$ 为矩形,
 $DE = 2$, 平面 $EDCF \perp$ 平面 $ABCD$.

(I) 求证: $DF \parallel$ 平面 ABE ;

(II) 求二面角 $A-BE-F$ 的余弦值;

(III) 若点 P 在线段 EF 上, 且直线 AP 与平面 BEF 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{21}}{63}$, 求线段 AP 的长.



18. (本题满分 14 分)

某贫困县在政府“精准扶贫”的政策指引下,充分利用自身资源,大力发展养茶业。该县农科所为了对比 A, B 两种不同品种茶叶的产量,在试验田上分别种植了 A, B 两种茶叶各 20 亩,所得亩产数据(单位:千克)如下:

A: 41.3, 47.3, 48.1, 49.2, 51.2, 51.3, 52.7, 53.3, 54.2, 55.3, 56.4, 57.6, 58.9, 59.3, 59.6, 59.7, 60.6, 60.7, 61.1, 62.2;

B: 46.3, 48.2, 48.3, 48.9, 49.2, 50.1, 50.2, 50.3, 50.7, 51.5, 52.3, 52.5, 52.6, 52.7, 53.4, 54.9, 55.6, 56.7, 56.9, 58.7;

(I) 从 A, B 两种茶叶亩产数据中各任取 1 个, 求这两个数据都不低于 55 的概率;

(II) 从 B 品种茶叶的亩产数据中任取 2 个, 记这两个数据中不低于 55 的个数为 X , 求 X 的分布列及数学期望;

(III) 根据以上数据, 你认为选择该县应种植茶叶 A 还是茶叶 B ? 请说明理由.

19. (本题满分 14 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 且 $F_1(-1, 0)$, 椭圆经过点

$$\left(1, \frac{3}{2}\right).$$

(I) 求椭圆的方程;

(II) 直线 l 过椭圆右顶点 B , 交椭圆于另一点 A , 点 G 在直线 l 上, 且 $\angle GOB = \angle GBO$. 若 $GF \perp AF$, 求直线 l 的斜率.

20. (本题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = x^2 (x > 0)$, $g(x) = a \ln x (a > 0)$.

(I) 若 $f(x) > g(x)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(II) 当 $a = 1$ 时, 过 $f(x)$ 上点 $(1, 1)$ 作 $g(x)$ 的切线, 判断: 可以作出多少条切线, 并说明理由.

21. (本题满分 14 分)

已知项数为 $m (m \in \mathbb{N}^*, m > 2)$ 的数列 $\{a_n\}$ 满足如下条件: ① $a_n \in \mathbb{N}^* (n = 1, 2, \dots, m)$; ② $a_1 < a_2 < \dots < a_m$.

若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)}{m-1} \in \mathbb{N}^*$, 其中 $n = 1, 2, \dots, m$, 则称 $\{b_n\}$ 为 $\{a_n\}$ 的“伴随数列”.

(I) 数列 $1, 3, 5, 7, 9$ 是否存在“伴随数列”, 若存在, 写出其“伴随数列”; 若不存在, 请说明理由;

(II) 若 $\{b_n\}$ 为 $\{a_n\}$ 的“伴随数列”, 证明: $b_1 > b_2 > \dots > b_m$;

(III) 已知数列 $\{a_n\}$ 存在“伴随数列” $\{b_n\}$, 且 $a_1 = 1, a_m = 2049$, 求 m 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》