华大新高考联盟2019届高三1月教学质量测评

文科数学参考答案和评分标准

一、选择题

1.【答案】D

【命题意图】本题考查集合的运算性质，考查学生解不等式的能力.

【解析】∵$B=\{x\in\mathbf{N}|-6<x-5<0\}$，∴$B=\{x\in\mathbf{N}|-1<x<5\}$，即$B=\{0,1,2,3,4\}$，∴$A\cup B=\{-1,0,1,2,3,4\}$，故选D.

2.【答案】D

【命题意图】本题考查复数的代数表示法，复数的概念及运算性质，主要考查学生的运算能力.

【解析】∵$\frac{2-i}{i}=x+yi$，∴$-1-2i=x+yi$，故选D.

3.【答案】C

【命题意图】本题主要考查统计中图表概率问题以及学生的识图、读图的能力.

【解析】A选项，改善前基础医疗经费为$50\%\times200=100$万，改善后基础医疗经费为160万，故A选项错误；

B选项，改善前卫生服务经费为$30\%\times200=60$万，$140\div60\approx2.33$，约提高了原来的1.33倍，故B选项错误；

C选项，改善前健身养生项目投入经费所占比例为15%，改善后健身养生项目经费所占比例为$\frac{60}{400}=15\%$，改善前后健身养生项目经费所占比例没有变化，故C选项正确；

D选项，改善前其他服务投入经费所占比例为5%，改善后其他服务投入经费所占比例为$\frac{40}{400}=10\%$，故D选项错误．故选C.

4.【答案】C

【命题意图】本题主要考查向量的共线条件，等比数列的性质的应用，考查学生基础知识的运用能力.

【解析】∵$\boldsymbol{m}//\boldsymbol{n}$，∴$a_5\cdot a_9-27\times3=0$，∴$a_5\cdot a_9=81$. ∵数列$\{a_n\}$是各项为正数的等比数列，∴$a_5\cdot a_9=a_7^2$，∴$a_7=9$，∴$\log_3 a_7=2$，故选C.

5.【答案】D

【命题意图】本题主要考查双曲线的标准方程和简单几何性质，考查学生基础知识的掌握和运用能力.

【解析】∵直线AB的斜率为$-\sqrt{3}$，∴$-\frac{b}{a}=-\sqrt{3}$，且$a^2+b^2=c^2$，∴$e=2$，故选D.

6.【答案】A

【命题意图】本题是以数学文化为背景，考查圆锥的体积的计算，主要考查学生的空间想象能力和数学计算能力.

【解析】设圆锥底面圆的半径为r，∵$2\pi r=12$，∴$r=2$. ∵高为2丈，∴该堆粟米的体积为$\frac{1}{3}\times3\times2^3=8$立方丈，∴$\frac{8\times10^6\times270}{2700\times1000}=800$两，故选A.

7.【答案】A

【命题意图】本题从函数的性质与图象的关系命制试题，主要考查利用函数性质和函数值确定函数图象的能力.

【解析】由题意易知 $f(x)=x^2\sin x-x\cos x$ 为奇函数，故排除C，D选项；又 $f(1)=\sin 1-\cos 1>0$，故选A.

8.【答案】C

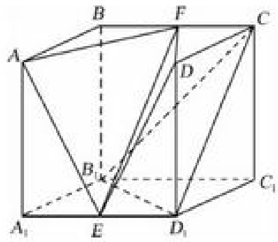
【命题意图】本题考查三角恒等变形和三角函数的图象与性质.

【解析】由题意得 $f(x)=2\sin x\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x\right)-\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x=2\sqrt{3}\sin x\cos x+\sin^2 x-\cos^2 x=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$. 将函数 $f(x)$ 图象上的所有点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，得到 $g(x)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$. $\because x\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{12}\right]$，$\therefore 2x-\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$，$\therefore$ 根据复合函数单调性可知，函数 $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{12}\right]$ 上单调递增，故选C.

9.【答案】C

【命题意图】本题考查由三视图还原几何体以及点、线、面的位置关系，主要考查的核心素养为直观想象、数学建模.

【解析】由三视图知，其几何体的直观图如图所示，侧视图虚线是线段 EF 的投影，图中所示正方体下底面的面对角线为 A_1C_1，B_1D_1，连接 CD_1，CB_1，则 $CD_1//EF$，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$\triangle CB_1D_1$ 为等边三角形，$\therefore EF$ 与 B_1D_1 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$，同理，EF 与 A_1C_1 所成的角也为 $\frac{\pi}{3}$，故选C.

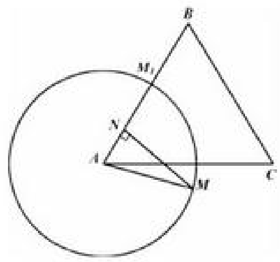


10.【答案】A

【命题意图】本题考查向量的数量积的运算及数量积的几何意义，主要考查转化思想.

【解析】方法一　设角 A,B,C 对应边的长度分别为 a,b,c，$\because\triangle ABC$ 为等边三角形，$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=bc\cos A=\frac{1}{2}c^2=8$，解得 $c=4$. 又 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}=c\,|\overrightarrow{AM}|\cos\langle\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\rangle=8\cos\langle\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\rangle$，故当 $\cos\langle\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\rangle=1$ 时，$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的最大值为8，故选A.

方法二　在等边 $\triangle ABC$ 中，$\because\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=8=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AC}|\cos\frac{\pi}{3}=\frac{|\overrightarrow{AB}|^2}{2}$，$\therefore|\overrightarrow{AB}|=4$. $\because|\overrightarrow{MA}|=2$，则点 M 的轨迹为以点 A 为圆心，以2为半径的圆，如图所示. 即图中过点 M 作 AB 的垂线，垂足为 N，AN 即为 $\overrightarrow{AM}$ 在向量 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影，$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AM}|\cos\langle\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\rangle=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AN}|$. 若使 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}$ 取最大，则 $\overrightarrow{AM}$ 在向量 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影 $|\overrightarrow{AN}|$ 取最大值，当 M 与 M_1 重合时，$|\overrightarrow{AN}|$ 最大，$\therefore\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}$ 取最大值为 $2\times4=8$，故选A.

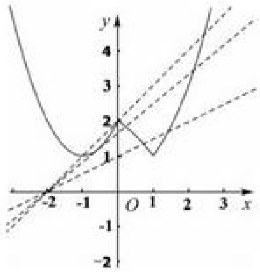


11.【答案】B

【命题意图】本题考查函数的图象、性质以及数形结合思想，主要考查学生转化问题的能力.

【解析】由题意可知，原问题可转化为 $f(x)=\begin{cases}|2^x-2|+1,x>0,\\ x^2+2x+2,x\leqslant 0\end{cases}$ 与函数 $g(x)=kx+2k$ 的图象有

四个不同的交点的问题，易知函数 $g(x)=kx+2k$ 恒过点 $(-2,0)$，作出函数 $f(x)=\begin{cases}|2^x-2|+1,x>0,\\x^2+2x+2,x\leqslant 0\end{cases}$ 的图象，由图可知，当直线 $g(x)=kx+2k$ 过 $(0,2)$ 时，$k=1$；当直线 $g(x)=kx+2k$ 与 $y=x^2+2x+2(x<0)$ 相切时，$x^2+2x+2=kx+2k$，则 $x^2+(2-k)x+2-2k=0$，$\therefore \Delta=(2-k)^2-4(2-2k)=0$，$\therefore k=-2+2\sqrt{2}$ 或 $k=-2-2\sqrt{2}$，$\because$ 方程 $f(x)=kx+2k$ 有四个不同的解，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 与函数 $g(x)=kx+2k$ 的图象有四个不同的交点，转动直线可知，实数 k 的取值范围为 $-2+2\sqrt{2}<k<1$，故选 B.



12.【答案】B

【命题意图】本题主要考查抛物线的标准方程和简单几何性质，直线与抛物线的位置关系以及直线和圆的位置关系，主要考查学生的计算能力和解决问题的能力.

【解析】由题意可知，抛物线的焦点为 $F\left(0,\frac{p}{2}\right)$．设点 M 的坐标为 $\left(x_0,\frac{1}{2p}x_0^2\right)(x_0>0)$，则 $k_{MF}=k_{FN}$，$\therefore \dfrac{\frac{1}{2p}x_0^2-\frac{p}{2}}{x_0}=\dfrac{\frac{p}{2}}{-\frac{8}{3}}$，$\therefore 8x_0^2+3p^2x_0-8p^2=0$. 由抛物线方程得 $y=\frac{1}{2p}x^2$，则 $y'=\frac{1}{p}x$，$\therefore$ 在点 M 处的切线的斜率为 $\frac{x_0}{p}=\frac{1}{2}$，$\therefore x_0=\frac{p}{2}$，代入 $8x_0^2+3p^2x_0-8p^2=0$ 可得 $p=4$，

$\therefore x^2=8y,x_0=2$，$\therefore y_0=\frac{1}{2}$，$\therefore$ 切线 l_2 的方程为 $y-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x-2)$，即 $x-2y-1=0$，圆心 N 到切线 l_2 的距离为 $\dfrac{\left|\frac{8}{3}-1\right|}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，$\therefore$ 圆的标准方程为 $\left(x-\frac{8}{3}\right)^2+y^2=\frac{5}{9}$，故选 B.

二、填空题

13.【答案】$y=2x-1$.

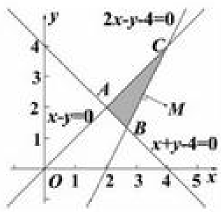
【命题意图】本题考查导数的几何意义以及利用导数求曲线的切线方程.

【解析】$\because f'(x)=\frac{1}{x}+1$，$\therefore f'(1)=2$，$\therefore$ 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为 $y-1=2(x-1)$，$\therefore y=2x-1$.

14.【答案】$\frac{4}{5}$.

【命题意图】本题考查了线性规划求解最值问题，可行域的画法，目标函数的几何意义的识别，主要考查学生数形结合思想和化归转化的思想.

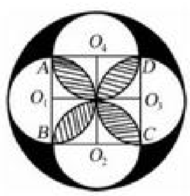
【解析】根据约束条件画出可行域如图所示，目标函数 $z=(x-4)^2+(y-2)^2$ 的几何意义是可行域内的点到点 M(4,2) 的最小距离的平方，由图可知，点 M 到直线 $2x-y-4=0$ 的距离为可行域内的点到点 M 的最小距离，$\therefore z_{\min}=\left(\dfrac{|2\times 4-2-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}\right)^2=\dfrac{4}{5}$.



15.【答案】$\frac{2}{\pi}$.

【命题意图】本题考查几何概型概率，主要考查化归思想和运算求解能力.

【解析】如图，连接 $AB,BC,CD,AD,O_1O_3,O_2O_4$，则四边形 $ABCD$ 为正方形，



斜线阴影部分的概率为 $\frac{\pi r^2\times2-2r\times2r}{4\pi r^2}=\frac{2\pi r^2-4r^2}{4\pi r^2}=\frac{\pi-2}{2\pi}$，黑色阴影部分的概率为 $\frac{\pi(2r)^2-2\pi r^2-2r\times2r}{4\pi r^2}=\frac{2\pi r^2-4r^2}{4\pi r^2}=\frac{\pi-2}{2\pi}$，∴此点落入区域Ⅲ的概率为 $1-\frac{\pi-2}{2\pi}\times2=\frac{2}{\pi}$.

16.【答案】n^2+2n.

【命题意图】本题考查数列的递推公式和等差数列的通项公式，主要考查学生的化归转化思想和运算求解能力.

【解析】∵$S_{n+1}=3S_n-3S_{n-1}+S_{n-2}+2(n\geqslant3)$，∴$S_{n+1}-S_n=2S_n-2S_{n-1}+(S_{n-2}-S_{n-1})+2\Rightarrow a_{n+1}=2a_n-a_{n-1}+2\Rightarrow(a_{n+1}-a_n)-(a_n-a_{n-1})=2(n\geqslant3)$，且 $a_2-a_1=5$，$a_3-a_2=7$，∴数列$\{a_n-a_{n-1}\}$是首项为5，公差为2的等差数列，∴$a_n-a_{n-1}=5+(n-1-1)\times2=2n+1$，∴ $a_n-a_1=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)=(2n+1)+(2n-1)+(2n-3)+\cdots+5$，∴$a_n=3+5+\cdots+(2n-1)+(2n+1)=n^2+2n(n\geqslant2)$. ∵$1^2+2\times1=3=a_1$ 适合此通项公式，∴数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n^2+2n$.

三、解答题

17.【命题意图】本题考查正、余弦定理，等差数列的性质，三角形的面积公式及重要不等式的应用，主要考查学生的知识交汇使用和运算求解能力.

【解析】(1)由已知得 $ac\cos B=\frac{\sqrt3}{3}ac\sin B$，

∴$\tan B=\sqrt3$. ∵$0<B<\pi$，∴$B=\frac{\pi}{3}$. ……(2分)

∵a,b,c 成等差数列，$b=4$，∴$a+c=2b=8$. 由余弦定理得 $16=a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{3}$，

∴$16=(a+c)^2-3ac$，∴$ac=16$，$a=c=b=4$，∴$\triangle ABC$ 是等边三角形. ……(6分)

(2)方法一　∵$b=4$，$B=\frac{\pi}{3}$，

由余弦定理得 $a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{3}=16$，∴$a^2+c^2-ac=16$， ……(8分)

∴$(a+c)^2-3ac=16\geqslant(a+c)^2-3\left(\frac{a+c}{2}\right)^2$(当且仅当 $a=c$ 时取等号)，

解得 $0<a+c\leqslant8$， ……(10分)

又 $a+c>b$，∴$4<a+c\leqslant8$，∴$a+c$ 的取值范围是$(4,8]$. ……(12分)

方法二　∵根据正弦定理得 $2R=\frac{b}{\sin B}=\frac{4}{\frac{\sqrt3}{2}}=\frac{8\sqrt3}{3}$($R$ 为$\triangle ABC$外接圆的半径)，

∴$a=2R\sin A=\frac{8\sqrt3}{3}\sin A$，$c=2R\sin C=\frac{8\sqrt3}{3}\sin C$， ……(8分)

∴$a+c=\frac{8\sqrt3}{3}(\sin A+\sin C)$. ∵$A+B+C=\pi$，∴$A+C=\frac{2\pi}{3}$，

∴$a+c=\frac{8\sqrt3}{3}\left[\sin A+\sin\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)\right]=\frac{8\sqrt3}{3}\left(\frac{3}{2}\sin A+\frac{\sqrt3}{2}\cos A\right)=8\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)$. ……(10分)

∵$0<A<\frac{2\pi}{3}$，∴$A+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$，$\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\in\left(\frac{1}{2},1\right]$.

故 $a+c$ 的取值范围为$(4,8]$. ……(12分)

18.【命题意图】本题考查了线面垂直和面面垂直的判定和性质，点线面的位置关系以及求点面距离，

考查了学生的逻辑思维能力和空间想象能力.

【解析】(1)如图,连接 OE,∵平面 $PAB\perp$平面 $ABCD$,$PA=PB$,O 为 AB 的中点,

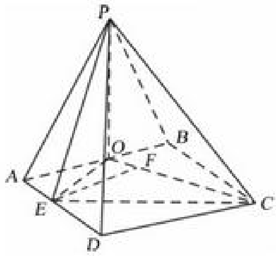
∴$PO\perp AB$,∴$PO\perp$平面 $ABCD$,$PO\perp CE$. ……………………………………………… (2 分)

∵四边形 $ABCD$ 为矩形,$BC=AD=3$,$CD=AB=\frac{2}{3}AD=2$,∴$AE=\frac{1}{3}AD=1$,$DE=2$,$EC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$,$OE=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$,$OC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$,

∴$OE^2+EC^2=OC^2$,∴$OE\perp EC$, ……………………………………………………………… (4 分)

又 $PO\perp CE$,$PO\cap OE=O$,

∴$EC\perp$平面 POE. ∵$PE\subset$平面 POE,∴$EC\perp PE$. ……………………………………… (6 分)



(2)方法一　设 $PO=h$,点 E 到平面 POC 的距离为 x,由(1)知 $PO\perp$平面 $ABCD$,∴$PO\perp OC$,∴$S_{\triangle POC}=\frac{\sqrt{10}h}{2}$,$S_{\triangle EOC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{2}$,

∵$V_{三棱锥E\text{-}POC}=V_{三棱锥P\text{-}EOC}$,∴$\frac{1}{3}S_{\triangle POC}\times x=\frac{1}{3}S_{\triangle EOC}\times h$, …… (8 分)

∴$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{10}hx}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}h}{2}$,∴$x=\frac{2\sqrt{10}}{5}$,即点 E 到平面 POC 的距离为$\frac{2\sqrt{10}}{5}$. ……………………………………………………… (12 分)

方法二　由(1)知 $PO\perp$平面 $ABCD$,平面 $POC\perp$平面 $ABCD$,

又平面 $POC\cap$平面 $ABCD=OC$,如图,过点 E 作 OC 的垂线,交 OC 于点 F,

根据面面垂直性质定理知,$EF\perp$平面 POC,EF 即为点 E 到平面 POC 的距离. ………… (8 分)

根据面积相等知 $2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{10}\times EF$,∴$EF=\frac{2\sqrt{10}}{5}$. ……………………………………… (12 分)

19.【命题意图】本题主要考查独立性检验和古典概型,考查数据处理能力和运算求解能力.

【解析】(1)所穿服装与成绩发挥情况列联表如下表:

	穿旅游服	穿竞技服	合计
成绩优秀	12	28	40
成绩不优秀	8	2	10
合计	20	30	50

……………………………………………… (4 分)

故 $K^2=\frac{50\times(8\times28-2\times12)^2}{10\times40\times20\times30}\approx8.333>7.879$.

故有 99.5%的把握认为穿竞技服与成绩发挥优秀有关. …………………………………… (6 分)

(2)设 3 名穿旅游服的参赛者分别为 A,B,C,其中 A 是优秀赛者,B,C 不是优秀赛者,2 名穿竞技服的参赛者分别为 D,E,其中 D 是优秀赛者,E 不是优秀赛者,5 名参赛者任选 2 名同时表演的结果有 $AB,AC,AD,AE,BC,BD,BE,CD,CE,DE$,共 10 种情形, ……………………………… (8 分)

选定的恰都不是优秀赛者的有 BC,BE,CE,共 3 种情形. …………………………………… (10 分)

故这两人恰都不是优秀赛者的概率为$\frac{3}{10}$. ……………………………………………………… (12 分)

20.【命题意图】本题主要考查椭圆的标准方程和椭圆的几何性质,直线和椭圆的位置关系,考查学生计算能力和知识的灵活运用能力.

【解析】设$\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的半径为 r,∵I 为$\triangle PF_1F_2$ 的内心,$\sqrt{2}S_{\triangle IF_1F_2}=S_{\triangle IPF_2}+S_{\triangle IPF_1}$成立,

∴$\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot r=\frac{1}{2}|PF_2|\cdot r+\frac{1}{2}|PF_1|\cdot r$, ……………………………………………… (2 分)

化为$\sqrt{2}|F_1F_2|=|PF_1|+|PF_2|$. 又∵$|PF_1|+|PF_2|=2a$,

∴$\sqrt{2}c=a$. 又∵$\triangle PF_1F_2$的周长为$4(\sqrt{2}+1)$,∴$2a+2c=4(\sqrt{2}+1)$,

∴$a+c=2\sqrt{2}+2$,∴$a=2\sqrt{2}$,$c=2$,∴$b=2$. ∴椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. ……………… (5 分)

(2)假设椭圆上存在一点$Q(x_0,y_0)$,使得点M在$\angle F_1QF_2$的角平分线上,∴点M到直线QF_1,QF_2的距离相等,又∵$F_1(-2,0)$,$F_2(2,0)$, ……………………………………………… (6 分)

∴直线QF_1的方程为$(x_0+2)y-y_0x-2y_0=0$,直线QF_2的方程为$(x_0-2)y-y_0x+2y_0=0$,

∴$\frac{|y_0|}{\sqrt{(x_0-2)^2+y_0^2}}=\frac{|3y_0|}{\sqrt{(x_0+2)^2+y_0^2}}$,化简整理得$8x_0^2-40x_0+32+8y_0^2=0$. ① ………… (8 分)

∵ 点Q在椭圆上,∴ $x_0^2+2y_0^2=8$,$-2\sqrt{2}\leqslant x_0\leqslant 2\sqrt{2}$,②

由①②解得$x_0=2$或$x_0=8$(舍去). ……………………………………………… (10 分)

当$x_0=2$时,$y_0=\pm\sqrt{2}$,∴ 椭圆上存在点Q,其坐标为$(2,\sqrt{2})$或$(2,-\sqrt{2})$,使得点M在$\angle F_1QF_2$的角平分线上. ………………………………………………………………… (12 分)

21.【命题意图】本题考查了导数的单调性以及参数的取值范围和存在性的问题,培养了学生灵活运用知识解决问题的能力.

【解析】(1)∵$f(x)=(1-2a)\ln x+\frac{1-a}{x}+ax$,

∴ $f'(x)=\frac{1-2a}{x}+\frac{a-1}{x^2}+a=\frac{ax^2-(2a-1)x+(a-1)}{x^2}=\frac{[ax-(a-1)](x-1)}{x^2}$. ……… (2 分)

令$f'(x)=0$,解得$x_1=1$,$x_2=1-\frac{1}{a}$. ……………………………………………… (3 分)

①当$a>1$时,$0<x_2<x_1$,∴函数$f(x)$在$\left(0,1-\frac{1}{a}\right)$和$(1,+\infty)$上单调递增,在$\left(1-\frac{1}{a},1\right)$上单调递减;……………………………………………………………………… (4 分)

②当$0<a\leqslant 1$时,$x_2\leqslant 0$,∴函数$f(x)$在$(0,1)$上单调递减,在$(1,+\infty)$上单调递增. ……… (5 分)

(2)在$[1,e]$上存在一点x_0,使得$f(x_0)<g(x_0)$成立,即$(1-2a)\ln x+\frac{1-a}{x}+ax<(a-1)(x-\ln x)-\frac{2a}{x}$,即在$[1,e]$上存在一点$x_0$,使得$x+\frac{1+a}{x}-a\ln x<0$成立,令$h(x)=x+\frac{1+a}{x}-a\ln x$,则函数$h(x)=x+\frac{1+a}{x}-a\ln x$在$[1,e]$上的最小值小于零.

∴$h'(x)=1-\frac{1+a}{x^2}-\frac{a}{x}=\frac{x^2-ax-(1+a)}{x^2}=\frac{(x+1)[x-(a+1)]}{x^2}$. ……………………… (7 分)

①当$a+1\geqslant e$,即$a\geqslant e-1$时,$h(x)$在$[1,e]$上单调递减,∴$h(x)$的最小值为$h(e)$,由$h(e)=e+\frac{1+a}{e}-a<0$,可得$a>\frac{e^2+1}{e-1}$,∵$\frac{e^2+1}{e-1}>e-1$,∴$a>\frac{e^2+1}{e-1}$; ……………………………… (8 分)

②当$a+1\leqslant 1$,即$a\leqslant 0$时,$h(x)$在$[1,e]$上单调递增,

∴$h(x)$的最小值为$h(1)$,由$h(1)=1+1+a<0$可得$a<-2$; ……………………………… (9 分)

③当$1<1+a<e$,即$0<a<e-1$时,可得$h(x)$的最小值为$h(1+a)=2+a-a\ln(1+a)$,

∵$0<\ln(1+a)<1$,∴$0<a\ln(1+a)<a$,故$h(1+a)=2+a-a\ln(1+a)>2$,此时不存在x_0使$h(x_0)<0$成立. ………………………………………………………………………… (11 分)

综上可得,a的取值范围为$(-\infty,-2)\cup\left(\frac{e^2+1}{e-1},+\infty\right)$. ………………………………… (12 分)

22.【命题意图】本题主要考查参数方程与普通方程的互化,极坐标方程与直角坐标方程的互化,直线

与椭圆的位置关系，考查学生运用知识分析问题、解决问题的能力.

【解析】(1)由题意得 $\rho\sqrt{3\cos^2\theta+1}=2$，平方得 $\rho^2(3\cos^2\theta+1)=4$，根据互化公式 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$ 得 $4x^2+y^2=4$，即 $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$.

∴曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$. ……………………………………………………………… (4 分)

(2)把 $\begin{cases}x=-4+\sqrt{3}t,\\ y=t\end{cases}$ (t 为参数)消去参数得直线 l 的普通方程为 $x-\sqrt{3}y+4=0$，

∵曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数)，……………………………………………………… (6 分)

∴设曲线 C 上任意一点 P 的坐标为 $(\cos\alpha,2\sin\alpha)$，则点 P 到直线 l 的距离为

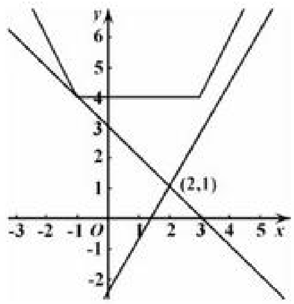
$d=\dfrac{|\cos\alpha-2\sqrt{3}\sin\alpha+4|}{\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}}=\dfrac{|\sqrt{13}\cos(\alpha+\varphi)+4|}{2}$ (其中 $\tan\varphi=2\sqrt{3}$). ………………………… (8 分)

∵$\cos(\alpha+\varphi)\in[-1,1]$，∴$\sqrt{13}\cos(\alpha+\varphi)+4\in[-\sqrt{13}+4,\sqrt{13}+4]$，

∴$d\in\left[2-\dfrac{\sqrt{13}}{2},2+\dfrac{\sqrt{13}}{2}\right]$，

∴曲线 C 上的点到直线 l 的距离的取值范围为 $\left[2-\dfrac{\sqrt{13}}{2},2+\dfrac{\sqrt{13}}{2}\right]$. ……………………… (10 分)

23.【命题意图】本题主要考查绝对值不等式的性质应用，不等式恒成立求参数范围，绝对值不等式的性质，主要考查学生的数形结合思想和分析转化能力.



【解析】(1)当 $a=\dfrac{1}{3}$ 时，$f(x)=|x+1|+\dfrac{1}{3}|3x-1|=|x+1|+\left|x-\dfrac{1}{3}\right|\geqslant\dfrac{4}{3}$，∴$\dfrac{4}{3}<\dfrac{1}{3}(t^2-2t+1)$，即 $t^2-2t-3>0$，解得 $t<-1$ 或 $t>3$. 故实数 t 的取值范围为 $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$. ……… (5 分)

(2)若 $f(x)\geqslant a|3x-1|-|x-3|+ax-2a+1$ 恒成立，即 $|x+1|+|x-3|\geqslant ax-2a+1$ 恒成立，令 $g(x)=|x+1|+|x-3|$，则 $g(x)=\begin{cases}2-2x(x\leqslant-1),\\ 4(-1<x\leqslant3),\\ 2x-2(x>3),\end{cases}$ 令 $h(x)=ax-2a+1$，则函数 $h(x)$ 恒过定点 $(2,1)$，由图可知，$-1\leqslant a\leqslant2$. 故实数 a 的取值范围为 $[-1,2]$. ……………………………… (10 分)

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信扫一扫，快速关注