

姓名_____准考证号_____

(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

安康市 2023 届高三年级第三次质量联考试卷

文科数学

本试卷共 4 页。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

- 1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A = \{(x, y) | y = x^2\}$, $B = \{(x, y) | y = x\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{(0, 0)\}$ C. $\{(1, 1)\}$ D. $\{(0, 0), (1, 1)\}$

2.若复数 $z = a + bi (a, b \in R)$ 满足 $\frac{z}{2+i}$ 为纯虚数，则 $\frac{b}{a} =$

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

3.已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_3 + a_4 = 4$, 则 $S_6 =$

- A. 6 B. 12 C. 18 D. 24

4.已知向量 $a = (2, 1)$, $b = (1, x)$, 若 $2a - b$ 与 b 共线，则 $|b| =$

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\sqrt{5}$ D. 5

5.党的二十大报告提出全面推进乡村振兴。为振兴乡村经济，某市一知名电商平台决定为乡村的特色产品开设直播带货专场。该特色产品的热卖黄金时段为 2023 年 3 月 1 至 5 月 31 日，为了解直播的效果和关注度，该电商平台统计了已直播的 2023 年 3 月 1 日至 3 月 5 日时段的相关数据，这 5 天的第 x 天到该电商平台专营店购物人数 y (单位：万人) 的数据如下表：

日期	3 月 1 日	3 月 2 日	3 月 3 日	3 月 4 日	3 月 5 日

第 x 天	1	2	3	4	5
人数 y (单位: 万人)	75	84	93	98	100

依据表中的统计数据, 经计算得 y 与 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 6.4x + a$ 。请预测从 2023 年 3 月 1 日起的第 58 天到该专营店购物的人数 (单位: 万人) 为

- A. 440 B. 441 C. 442 D. 443

6. 若双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{k^2} = 1 (k > 0)$ 的渐近线与圆 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 相切, 则 $k =$

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\tan A > \tan B$ ” 是 “ $\sin A > \sin B$ ” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知方程 $(x^2 - mx + 27)(x^2 - nx + 27) = 0$ 的四个根组成以 1 为首项的等比数列, 则 $|m - n| =$

- A. 8 B. 12 C. 16 D. 20

9. 羽毛球运动是一项全民喜爱的体育运动, 标准的羽毛球由 16 根羽毛固定在球托上, 测得每根羽毛在球托之外的长为 6cm, 球托之外由羽毛围成的部分可看成一个圆台的侧面, 测得顶端所围成圆的直径是 6cm, 底部所围成圆的直径是 2cm, 据此可估算得球托之外羽毛所在曲面的展开图的圆心角为



- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. π

10. 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbb{R} 的偶函数, 且 $f(2+x) = f(-x), f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, 则 $f\left(\frac{2023}{2}\right) =$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为椭圆 C 上一点, $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$,

点 F_2 到直线 PF_1 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}a$, 则椭圆 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12. 若 $\sqrt{1+2a} = e^b = \frac{1}{1-c} = 1.01$, 则

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

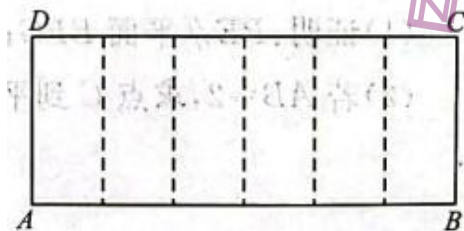
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x > 0 \\ x - 2y \leq -2 \\ x + y \leq 7 \end{cases}$, 则 $z = x - y$ 的最大值是_____。

14. 已知函数 $\begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ f(x-1), & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(\log_2 3) =$ _____。

15. 已知函数 $f(x) = \cos \omega x (\omega > 0)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{2}, 0)$ 对称, 且在区间 $[0, \frac{\pi}{8}]$ 单调, 则 ω 的一个取值是_____。

16. 已知矩形 ABCD 的周长为 36, 把它沿图中的虚线折成正六棱柱, 当这个正六棱柱的体积最大时, 它的外接球的表面积为_____。

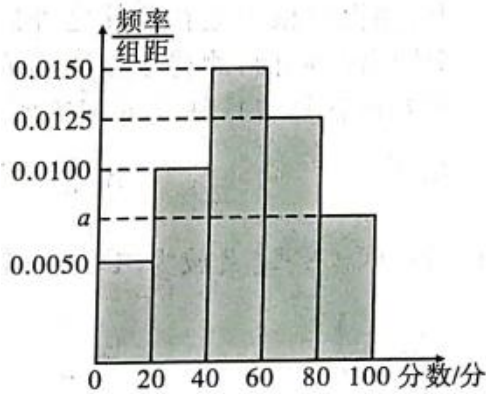


三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分) 新高考取消文理分科, 采用选科模式, 这赋予了学生充分的自由选择权。新高考地区某校为了解本校高一年级将来高考选考历史的情况, 随机选取了 100 名高一学生, 将他们某次历史测试成绩 (满分 100 分) 按照 $[0, 20)$, $[20, 40)$, $[40, 60)$, $[60, 80)$, $[80, 100]$ 分成 5 组, 制成如图所示的频率分布直方图。

- (1) 求图中 a 的值并估计这 100 名学生本次历史测试成绩的中位数;
- (2) 据调查, 本次历史测试成绩不低于 60 分的学生, 高考将选考历史科目; 成绩低于 60 分的学生, 高考将不选考历史科目。按分层抽样的方法从测试成绩在 $[0, 20)$, $[80, 100]$ 的学生中选取 5 人, 再从这 5 人中任意选取 2 人, 求这 2 人中至少有 1 人高考选考历史科目的概率。



18. (12分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a < c$, $\sin\left(\frac{\pi}{3} - A\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} + A\right) = \frac{1}{4}$.

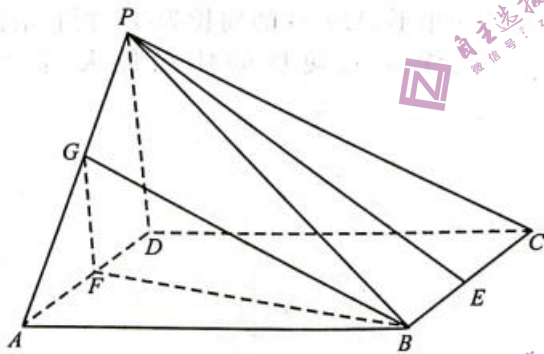
(1) 求 A ;

(2) 若 $b = \sqrt{3}$, $a \sin A + c \sin C = 4\sqrt{3} \sin B$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是正方形, E, F, G 分别是棱 BC, AD, PA 的中点.

(1) 证明: $PE \parallel$ 平面 BFG ;

(2) 若 $AB = 2$, 求点 C 到平面 BFG 的距离.



20. (12分) 已知函数 $f(x) = 2x - a \ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x) \geq 2a - \frac{1}{2}a^2$, 求 a 的取值范围.

21. (12分) 已知 $M(1, 2)$ 为抛物线 $C: y^2 = 2px$ 上一点.

(1) 求抛物线 C 的准线方程;

(2) 过点 $T(0, 1)$ 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 且直线 MA 与 MB 的倾斜角互补, 求 $|TA| \cdot |TB|$ 的值.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

$$\begin{cases} x = 2(t - 2\sqrt{2}) \\ y = t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$

在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 l 的参数方程为

点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2(1 + 3\sin^2\theta) = 4$ 。

(1) 求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程；

(2) 若射线 $\theta = \beta$ (其中 $\beta \in (0, \pi)$)，且 $\tan \beta = -\frac{1}{2}$, ($\rho \geq 0$) 与曲线 C 在 x 轴上方交于点 M ，与直线 l 交于点 N ，求 $|MN|$ 。

23.[选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |2x + 2| + |x - 3|$ 。

(1) 求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集；

(2) 若 $\forall x \in \mathbb{R}, |a^2 - 3a| \leq f(x)$ ，求 a 的取值范围。

