2024 届高三开学测试（数学）

本试卷分选择题和非选择题两部分，共 5 页，满分为 150 分．考试用时 120 分钟．

注意事项：1、答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和学号填写在答题卡和答卷密封线内相应的位置上，用 2B 铅笔将自己的**学号填涂在答题卡上．**

2、选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案；**不能答在试卷上．**

3、非选择题必须用**黑色字迹的钢笔或签字笔**在答卷纸上作答，答案必须写在答卷纸各题目指定区域内的相应位置上，**超出指定区域的答案无效**；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；**不准使用铅笔和涂改液．**不按以上要求作答的答案无效．

4、考生必须保持答题卡的整洁和平整．

第一部分选择题(共 60 分)

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{y|\ y=\lg x,0<x<100\},B=\left\{x|-x^2+4x+5>0\right\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$(0,2)$　　B．$-1,2$　　C．$(1,2)$　　D．$(-1,5)$

2．已知 $a\in R$，i 为虚数单位，若 $\frac{a-i}{3+i}$ 为实数，则 $a=$（　）

A．-3　　B．$\frac{1}{3}$　　C．3　　D．$-\frac{1}{3}$

3．已知正项等比数列 $\{a_n\}$，若 $a_3a_5=64,a_5+2a_6=8$，则 $a_2=$（　）

A．16　　B．32　　C．48　　D．64

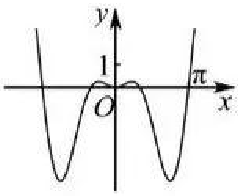
4．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=7$，且 $\left|\vec{a}\right|=3$，$\left|\vec{b}\right|=4$，则 $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=$（　）

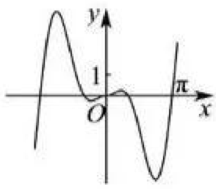
A．5　　B．3　　C．2　　D．1

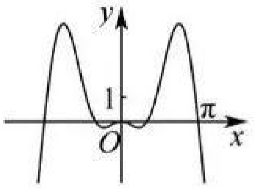
5．甲、乙两人进行乒乓球比赛，采用七局四胜制，先赢四局者获胜，没有平局、甲每局赢的概率为 $\frac{1}{2}$，已知前两局甲输了，则甲最后获胜的概率为（　）

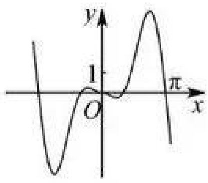
A．$\frac{1}{16}$　　B．$\frac{1}{8}$　　C．$\frac{3}{16}$　　D．$\frac{1}{4}$

6．函数 $y=x(\sin x-\sin 2x)$ 的部分图象大致为（　）

A．

B．

C. 

D. 

7．已知 $a=\frac{\ln 2}{2}$，$b=\frac{\ln 3}{e}$，$c=\frac{\sqrt{2}}{e^{\sqrt{2}}}$，则（参考数据：$\ln 2\approx 0.7$）（　）

A．$a>b>c$　　B．$b>a>c$　　C．$b>c>a$　　D．$c>a>b$

8．已知双曲线 $\Gamma:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，过 F_1 的直线分别交双曲线 Γ 的左右两支于 A,B 两点，且 $\angle F_2AB=\angle F_2BA$，则 $|BF_2|=$（　）

A．$\sqrt{5}+4$　　B．$2\sqrt{5}+4$　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{5}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的 4 个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．有一组样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_6$，其中 x_1 是最小值，x_6 是最大值，则（　）

A．x_2,x_3,x_4,x_5 的平均数等于 $x_1,x_2,\cdots,x_6$ 的平均数

B．x_2,x_3,x_4,x_5 的中位数等于 $x_1,x_2,\cdots,x_6$ 的中位数

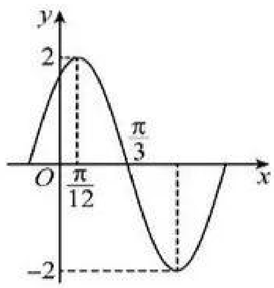
C．x_2,x_3,x_4,x_5 的标准差不小于 $x_1,x_2,\cdots,x_6$ 的标准差

D．x_2,x_3,x_4,x_5 的极差不大于 $x_1,x_2,\cdots,x_6$ 的极差

10．已知 a,b,c 是两两异面的三条直线，$a\perp b$，$c\perp a$，直线 d 满足 $d\perp a$，$d\perp b$，$a\cap d=P$，$b\cap d=Q$，则 c 与 d 的位置关系可以是（　）

A．相交　　B．异面　　C．平行　　D．垂直

11．如图是函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图像，则（　）



A．$f(x)$ 的最小正周期为 π

B．$x=\frac{5\pi}{6}$ 是的函数 $y=f(x)$ 的一条对称轴

C．将函数 $y=f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后，得到的函数为奇函数

D．若函数 $y=f(tx)$（$t>0$）在 $[0,\pi]$ 上有且仅有两个零点，则 $t\in\left[\frac{5}{6},\frac{4}{3}\right)$

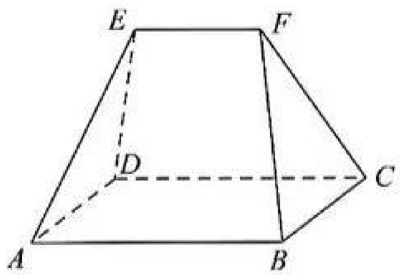
12．我国古代《九章算术》里记载了一个"羡除"的例子，羡除，隧道也，其所穿地，上平下邪，如图是一个"羡除"模型，该"羡除"是以 A,B,C,D,E,F 为顶点的五面体，四边形 $ABCD$ 为正方形，EF // 平面 $ABCD, AB=2EF=4, AE=DE=BF=CF=2\sqrt{3}$，则（　）

A．该几何体的表面积为 $8\sqrt{2}+6\sqrt{11}+16$

B．该几何体的体积为 $\dfrac{20\sqrt{7}}{3}$

C．该几何体的外接球的表面积为 40π

D．AE 与平面 FBC 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{42}}{12}$



第二部分非选择题（共 90 分）

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，且满足 $f(x)=x^3-x\cdot f'(2)$，则函数 $f(x)$ 在点（2，$f(2)$）处的切线方程为____________．

14．已知数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数，若 $a_1=1$，且 $\ln a_{n+1}=\ln a_n+1\left(n\in N^*\right)$，则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____．

15．已知二项式 $\left(1-x+\dfrac{a}{y}\right)^5$ 的展开式中含 $\dfrac{x^3}{y}$ 的项的系数为 -40，则 $a=$_______．

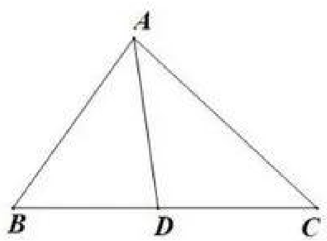
16．设 $f(x)$ 为定义在整数集上的函数，$f(1)=1$，$f(2)=0$，$f(-1)<0$，对任意的整数 x,y 均有 $f(x+y)=f(x)f(1-y)+f(1-x)f(y)$．则 $f(55)=$_____．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．在 $\triangle ABC$ 中，角 A 的平分线交线段 BC 于点 D．

(1)证明 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BD}{DC}$；

(2)若 $AB=6$，$AC=8$，$BC=7$，求 AD．



18．中国共产党第二十次全国代表大会于2022年10月16日在北京召开，为弘扬中国共产党百年奋斗的光辉历程，某校团委决定举办"中国共产党党史知识"竞赛活动.竞赛共有A和B两类试题，每类试题各10题，其中每答对1道A类试题得10分；每答对1道B类试题得20分，答错都不得分，每位参加竞赛的同学从这两类试题中共抽出3道题回答（每道题抽后不放回）.已知小明同学A类试题中有7道题会作答，而他答对各道B类试题的概率均为$\frac{2}{5}$.

(1)若小明同学在A类试题中只抽1道题作答，求他在这次竞赛中仅答对1道题的概率；

(2)若小明只作答A类试题，设X表示小明答这3道试题的总得分，求X的分布列和期望.

19．已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=\frac{3}{5}$，且满足$a_{n+1}=\frac{3a_n}{2a_n+1}$.

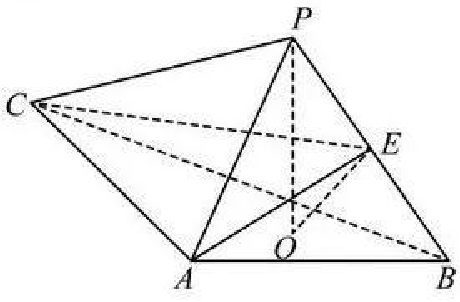
(1)求证：数列$\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$为等比数列；

(2)设数列$\{b_n\}$满足$b_n=\begin{cases}\frac{1}{a_n}-3, n\text{为偶数时},\\ \frac{n+2}{n}+\frac{n}{n+2}, n\text{为奇数时},\end{cases}$求最小的实数$m$，使得$b_1+b_2+\cdots+b_{2k}<m$对一切正整数$k$均成立.

20．如图，PO是三棱锥$P-ABC$的高，$PA=PB$，$AB\perp AC$，E是PB的中点.

(1)证明：$OE//$平面PAC；

(2)若$\angle ABO=\angle CBO=30°$，$PO=3$，$PA=5$，求二面角$C-AE-B$的正弦值.



21．设F_1，F_2分别为椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点，$P$是椭圆$C$的短轴的一个端点，已知$\triangle PF_1F_2$的面积为$\sqrt{2}$，$\cos\angle F_1PF_2=-\frac{1}{3}$.

(1)求椭圆C的标准方程；

(2)是否存在与PF_2平行的直线l，满足直线l与椭圆C交于两点M，N，且以线段MN为直径的圆经过坐标原点？若存在，求直线l的方程；若不存在，请说明理由.

22．已知函数$f(x)=a\ln x-ax+1,a\in\mathbf{R}$.

(1)若经过点$(0,0)$的直线与函数$f(x)$的图像相切于点$(2,f(2))$，求实数a的值；

(2)设$g(x)=f(x)+\frac{1}{2}x^2-1$，若$g(x)$有两个极值点为$x_1,x_2\left(x_1\neq x_2\right)$，且不等式$g\left(x_1\right)+g\left(x_2\right)<\lambda\left(x_1+x_2\right)$恒成立，求实数$\lambda$的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。