临沂市 2022 级普通高中学科素养水平监测试卷

数学试题参考答案及评分标准

2023.7

说明:

一、本解答只给出了一种解法供参考,如考生的解法与本解答不同,可根据试题的主要考查内容参照评分标准酌情赋分.

二、当考生的解答在某一步出错误时,如果后继部分的解答未改该题的内容与难度,可视影响的程度决定后继部分的给分,但不得超过该部分正确答案应得分数一半;如果后继部分的解答有较严重的错误或又出现错误,就不再给分.

三、解答右端所注分数,表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数,选择题和填空题不给中间分.

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.C　2.B　3.C　4.D　5.B　6.C　7.D　8.A

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9.AC　10.BCD　11.AB　12.ABD

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.18　14.60π　15.$\frac{2}{3}\pi$　16.36π

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(1)由已知得$\overrightarrow{OA}=(-2,1)$,$\overrightarrow{OB}=(4,2)$, ………………………… 1 分

所以,$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-2\times4+1\times2=-6$, ………………………… 2 分

$|\overrightarrow{OA}|=\sqrt{(-2)^2+1^2}=\sqrt{5}$,$|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$, ………………………… 4 分

所以 $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|}=\dfrac{-6}{\sqrt{5}\times2\sqrt{5}}=-\dfrac{3}{5}$. ………………………… 5 分

(2)因为$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{OB}=(-2+4k,1+2k)$,$\overrightarrow{OP}=(1,\frac{3}{2})$, ………………………… 7 分

因为向量$\overrightarrow{OP}$与$\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{OB}$垂直,

所以$(\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OP}=0$,所以$(-2+4k)+\dfrac{3}{2}(1+2k)=0$, ………………………… 9 分

所以 $k=\dfrac{1}{14}$. ………………………………………………………………………… 10 分

18.(1)证明:$\because$ 侧面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$,侧面 $PAD\cap$ 底面 $ABCD=AD$,$CD\perp AD$,$CD\subset$ 平面 $ABCD$,

$\therefore CD\perp$ 平面 PAD, ………………………………………………………………… 2 分

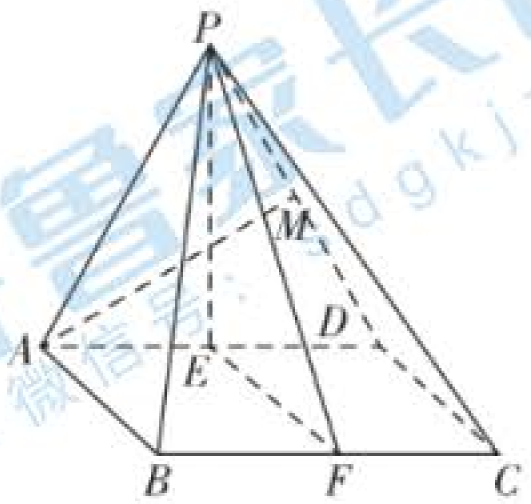
又$\because AM\subset$ 平面 PAD, ……………………………………………………………… 3 分

$\therefore CD\perp AM$, ……………………………………………………………………… 4 分

$\because AM\perp PD$,又 $CD\cap PD=D$, ………………………………………………… 5 分

$\therefore AM\perp$ 平面 PCD. ……………………………………………………………… 6 分

(2)取 AD、BC 的中点分别为 E、F,连接 EF、PE、PF,则 $EF/\!/CD$,$\therefore EF\perp AD$, ……………………………………………… 7 分



又$\because PE\perp AD$,$EF\cap PE=E$,$\therefore AD\perp$ 平面 PEF, ………… 8 分

$\because AD/\!/BC$,$\therefore BC\perp$ 平面 PEF, ………………………… 9 分

所以$\angle PFE$ 是侧面 PBC 与底面 $ABCD$ 所成二面角的平面角,
…………………………………………………………………… 10 分

$\because EF=AB=4$,$PE=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$, …………………… 11 分

$\therefore \tan\angle PFE=\dfrac{\sqrt{21}}{4}$,即侧面 PBC 与底面 $ABCD$ 所成二面角的正切值为$\dfrac{\sqrt{21}}{4}$. … 12 分

19.解:(1)由题意可得,$\begin{cases}(2a+b+0.003+0.021)\times20=1\\100\times a\times20-100\times b\times20=8\end{cases}$, ………………………… 4 分

解得 $a=0.01$,$b=0.006$; ……………………………………………………………… 6 分

(2)设应该制定的评分分数为 x 分,

则在频率分布直方图中,x 右边的面积为 0.5, ………………………………………… 8 分

最后一组的面积是 $0.021\times20=0.42$, ……………………………………………… 9 分

所以 x 位于倒数第二组,

故 $0.42+(80-x)\times0.01=0.5$,解得 $x=72$, ……………………………………… 11 分

所以应该制定的评分分数为 72 分. ………………………………………………………… 12 分

20.(1)由题意:函数$f(x)=\sin(x+\dfrac{\pi}{6})+\sin(x-\dfrac{\pi}{6})+\cos x+a$,

化简得,$f(x)=\sin x\cos\dfrac{\pi}{6}+\cos x\sin\dfrac{\pi}{6}+\sin x\cos\dfrac{\pi}{6}-\cos x\sin\dfrac{\pi}{6}+\cos x+a$

$=\sqrt{3}\sin x+\cos x+a$

$=2\sin(x+\dfrac{\pi}{6})+a$, ……………………………………………………… 3 分

齐鲁家长圈 微信号: sdgkjzq

$\because \sin(x+\frac{\pi}{6})$的最大值为1， ………………………………………………………… 4分

$\therefore 2\times1+a=1$，解得：$a=-1$. ………………………………………………………… 6分

(2)由题意得 $g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$， ………………………………………… 8分

$\because g(x)\geqslant0$，$\therefore \sin(2x-\frac{\pi}{6})\geqslant\frac{1}{2}$， ………………………………………… 9分

即$\frac{\pi}{6}+2k\pi\leqslant2x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{5\pi}{6}+2k\pi$， ………………………………………… 11分

$\therefore$ 所求 x 的取值集合为$\left\{x\left|\frac{\pi}{6}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$. ……………………… 12分

21.(1)记3道选择题的题号为1,2,3,2道填空题的题号为4,5,

则试验的样本空间 $\Omega=\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5)\}$，共有10个样本点，且每个样本点是等可能发生的，所以这是一个古典概型，记事件 A="甲恰好抽到2道选择题"，则 $n(A)=3$，故 $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{3}{10}$，

因此甲恰好抽到2道选择题的概率为$\frac{3}{10}$. ………………………………………… 3分

(2)设事件 A_1,A_2 分别表示甲答对1道题，2道题，事件 B_0,B_1 分别表示乙答对0道题，1道题，

根据事件的独立性得 $P(A_1)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$， ……………………………… 4分

$P(A_2)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$， ………………………………………………………… 5分

$P(B_0)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$， ………………………………………………………… 6分

$P(B_1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$， ………………………………………………… 7分

记事件 B="甲答对的题目比乙多"，

则 $B=A_1B_0\cup A_2B_1\cup A_2B_0$，且 A_1B_0,A_2B_1,A_2B_0 两两互斥，A_1 与 B_0，A_2 与 B_1，A_2 与 B_0 分别相互独立，

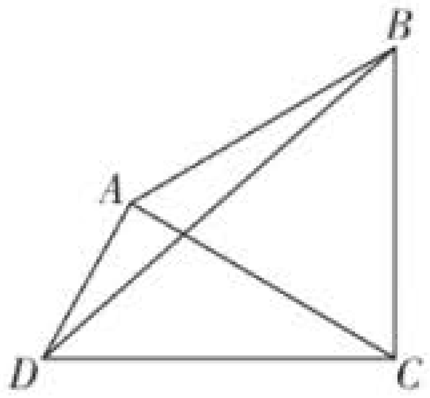
所以 $P(A_1B_0)=P(A_1)P(B_0)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}=\frac{2}{9}$， ……………………………………… 8分

$P(A_2B_1)=P(A_2)P(B_1)=\frac{1}{4}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$， ……………………………………… 9分

$P(A_2B_0)=P(A_2)P(B_0)=\frac{1}{4}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$， ……………………………………… 10分

所以 $P(B)=P(A_1B_0)+P(A_2B_1)+P(A_2B_0)=\frac{2}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$， ……………………… 11分

故甲答对的题目比乙多的概率为$\frac{4}{9}$. ………………………………………………………… 12 分



22.解：(1) 在 $\triangle ADC$ 中，$\because\ \angle ADC=\frac{\pi}{3}$，由余弦定理得 $AC=\sqrt{1+4-2\times1\times2\times\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$，…………………………………………… 1 分

$\therefore AC^2+AD^2=3+1=4=DC^2$，（或由正弦定理得：$\frac{\sqrt{3}}{\sin\angle ADC}=\frac{1}{\sin\angle ACD}$）……………………………………………………………………………… 2 分

$\therefore\ \angle DAC=\frac{\pi}{2}$，$\angle ACD=\frac{\pi}{6}$，………………………………………………………………… 3 分

$\because\ \triangle ABC$ 为等边三角形，$\therefore\ BC=\sqrt{3}$，$\angle ACB=\frac{\pi}{3}$，$\therefore\ \angle DCB=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，………… 4 分

$\therefore\ S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\,(\mathrm{km}^2)$. …………………………………………………… 5 分

(2) ①解法一：不妨设 $\angle ADC=\theta$，$\angle ACD=\alpha$，$\theta\in(0,\pi)$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$

$\therefore$ 在 $\triangle BCD$ 中，$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\cdot DC\cdot BC\cdot\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}BC\cdot(\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha)$. ………… 6 分

在 $\triangle ACD$ 中，由余弦定理得 $AC^2=5-4\cos\theta$，……………………………………………… 7 分

又 $1=AC^2+4-2AC\cdot2\cos\alpha$，$\therefore\ \cos\alpha=\frac{AC^2+3}{4AC}$，

$\therefore\ \cos\alpha=\frac{2-\cos\theta}{AC}$，……………………………………………………………………………… 8 分

在 $\triangle ACD$ 中，由正弦定理得$\frac{AC}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\alpha}$，$\therefore\ \sin\alpha=\frac{\sin\theta}{AC}$，……………………………… 9 分

$\therefore\ S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC\cdot\left(\frac{\sin\theta}{AC}+\sqrt{3}\times\frac{2-\cos\theta}{AC}\right)=\frac{1}{2}\sin\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\sqrt{3}=\sin(\theta-\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}\leqslant1+\sqrt{3}$. …
……………………………………………………………………………………………………… 10 分

又 $\theta\in(0,\pi)$，当且仅当 $\theta-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，即 $\theta=\frac{5\pi}{6}$时等号成立. ……………………………… 11 分

$\therefore\quad S_{\triangle BCD}$ 最大值为 $1+\sqrt{3}\,(\mathrm{km}^2)$. …………………………………………………………… 12 分

②解法二：不妨设 $\angle ADC=\theta$，$\angle ACD=\alpha\,(0<\theta<\pi,0<\alpha<\frac{\pi}{2})$，

$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}DC\cdot BC\cdot\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\frac{1}{2}BC(\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha)=\frac{1}{2}AC(\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha)$，…… 6 分

在 $\triangle ACD$ 中，由余弦定理得 $AC=\sqrt{AD^2+DC^2-2AD\cdot DC\cos\theta}=\sqrt{1^2+2^2-2\times1\times2\cos\theta}=$

$\sqrt{5-4\cos\theta}$, …………………………………………………………………………… 7 分

由正弦定理得 $\frac{AC}{\sin\theta}=\frac{AD}{\sin\alpha}$, 即 $\frac{\sqrt{5-4\cos\theta}}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\alpha}$,

$\therefore \sin\alpha=\frac{\sin\theta}{\sqrt{5-4\cos\theta}}$, 又 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, …………………………………………………… 8 分

$\therefore \cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{5-4\cos\theta}}=\frac{\sqrt{5-4\cos\theta-\sin^2\theta}}{\sqrt{5-4\cos\theta}}=\frac{\sqrt{4-4\cos\theta+\cos^2\theta}}{\sqrt{5-4\cos\theta}}=\frac{2-\cos\theta}{\sqrt{5-4\cos\theta}}$,

…………………………………………………………………………………………………… 9 分

$$\therefore S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{5-4\cos\theta}\cdot\left(\frac{\sin\theta}{\sqrt{5-4\cos\theta}}+\sqrt{3}\times\frac{2-\cos\theta}{\sqrt{5-4\cos\theta}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\sin\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\sqrt{3}$$

$$=\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\leqslant 1+\sqrt{3},$$ ………………………………………… 10 分

由 $0<\theta<\pi$ 知 $-\frac{\pi}{3}<\theta-\frac{\pi}{3}<\frac{2\pi}{3}$,

$\therefore$ 当且仅当 $\theta-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$, 即 $\theta=\frac{5\pi}{6}$ 时等号成立, …………………………………… 11 分

$\therefore$ $S_{\triangle BCD}$ 最大值为 $1+\sqrt{3}\,(\mathrm{km}^2)$. ………………………………………………… 12 分

齐鲁家长圈 —微信号：sdgkjzq—